



УДК 539.3/51-76

ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ МНОГОСЛОЙНОЙ РОГОВОЙ ОБОЛОЧКИ НА ПОКАЗАТЕЛИ ВНУТРИГЛАЗНОГО ДАВЛЕНИЯ

Д. В. Франус

Франус Дмитрий Валерьевич, аспирант кафедры теоретической и прикладной механики, Санкт-Петербургский государственный университет, Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7–9, franus@mavis.ru

Проводится исследование изменения напряжённо-деформированного состояния роговой оболочки при нагружении плоским штампом. Представлено трёхмерное конечно-элементное моделирование контактной задачи нагружения роговой оболочки в программном математическом пакете ANSYS. Роговица моделируется как трансверсально-изотропная сферическая оболочка переменной толщины, состоящая из четырёх слоёв: эпителий роговицы, боуменова мембрана, строма роговицы и десцеметова оболочка. Причем все слои имеют свои упругие характеристики, которые существенно отличаются в тангенциальном направлении и в направлении толщины роговой оболочки. Проводится расчёт диаметра зоны контакта роговицы и штампа. Рассчитываются значения поправочных коэффициентов внутриглазного давления в зависимости от толщины роговой оболочки в центре, позволяющие точнее определить истинное внутриглазное давление.

Ключевые слова: внутриглазное давление, роговая оболочка, толщина роговицы.

DOI: 10.18500/1816-9791-2017-17-2-209-218

1. КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНАЯ МОДЕЛЬ

Для оценки риска возникновения различных глазных заболеваний, в том числе развития и прогрессирования глаукомы, важно точнее определять внутриглазное давление (ВГД) [1] и, значит, понимать, как толщина роговицы в центре может влиять на показатели ВГД. Несмотря на то что до сих пор не найдена взаимосвязь между истинным внутриглазным давлением, толщиной роговой оболочки в центре и аппланационным внутриглазным давлением, полученным при помощи измерения соответствующим тонометром, ряд авторов [2] считают, что давление необходимо корректировать на 1 мм рт.ст. при каждом изменении толщины роговой оболочки на 20 мкм отличающегося от среднего значения (540 мкм).

Для оценки предлагаемой корректировки строится трёхмерная конечно-элементная (КЭ) модель контактной задачи нагружения корнеосклеральной оболочки штампом с плоским основанием в математическом программном пакете ANSYS. Роговая оболочка моделируется сферическим сегментом внешним радиусом R_0 переменной толщины, который разбивается на четыре слоя: эпителий, боуменову мембрану, строму роговицы и десцеметову оболочку. Толщина основного слоя роговой оболочки — стромы — изменяется с шагом в 20 мкм таким образом, что общая толщина меняется в диапазоне от 405 до 705 мкм; остальные слои задаются с постоянными толщинами. Дополнительно строится склеральная оболочка сферической



формы с внешним радиусом 12 мм [3], имеющая переменную толщину, изменяющуюся от 1 мм у основания роговой оболочки до 0.8 мм [4] и далее до 0.6 мм в экваториальной зоне склеральной оболочки, как указано на рис. 1, 2.

При генерации КЭ сетки элементы всех оболочек и штампа создаются методом «Tetrahedrons», то есть тетраэдрической формы. При этом размеры элементов штампа и оболочки эпителия на соприкасающихся поверхностях ограничиваются величиной 0.3 мм.

Общее количество узлов в конечно-элементной модели 125 667 штук, а самих элементов — 56 526 штук. Количество конечных элементов выбирается таким образом, что при увеличении их числа точность проводимого расчёта не имеет существенного улучшения (менее 0.1%), при этом сокращение количества конечных элементов приводит к заметному понижению точности проводимых вычислений вплоть до пересечения сеток конечных элементов различных тел и/или оболочек.

По данным [5] роговицу и склеру можно рассматривать как трансверсально-изотропные оболочки. Коэффициенты упругости должны удовлетворять следующей системе неравенств [6]:

$$|\nu'_i| < \left(\frac{E'_i}{E_i}\right)^{1/2}, \quad -1 < \nu_i < 1 - 2(\nu'_i)^2 \frac{E'_i}{E_i}, \quad (E_i > 0, E'_i > 0), \quad i = 1, \dots, 4,$$

где E_i и E'_i — модули упругости при растяжении – сжатии на поверхности изотропии и в направлении, перпендикулярном к ней; ν_i и ν'_i — коэффициенты Пуассона. Модуль сдвига для поверхности изотропии определяется соотношением

$$G_i = \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)}.$$

В табл. 1 указаны толщины слоёв роговицы и значения их модулей упругости и коэффициентов Пуассона в тангенциальном направлении и в направлении толщины, использованные при решении задачи. Предполагается, что ткани роговой и склеральной оболочек близки к несжимаемым, поэтому в расчётах коэффициент Пуассона ν_i принят равным 0.48, а $\nu'_i = 0.02$. Для построения конечно-элементной модели прикладываемого плоского штампа используется изотропный материал со значением модуля Юнга равным $2 * 10^{11}$ Па и коэффициентом Пуассона $\nu = 0.3$ (сталь).

Таблица 1 / Table 1

Значения толщин и упругих коэффициентов
Values of thicknesses and elastic coefficients

Параметр Parameter	Эпителий Epithelium	Боуменова мембрана Bowman's membrane	Строма Stroma	Десцеметова оболочка Descemet's membrane	Склера Sclera
h_i , мм	0.043	0.012	0.5–1.1	0.01	0.6–1.2
E_i , МПа	0.06	0.6	0.3	0.9	5
E'_i , МПа	0.003	0.03	0.015	0.045	0.5
G_i , МПа	0.03	0.3	0.15	0.45	2.48
G'_i , МПа	0.001	0.01	0.005	0.015	0.17

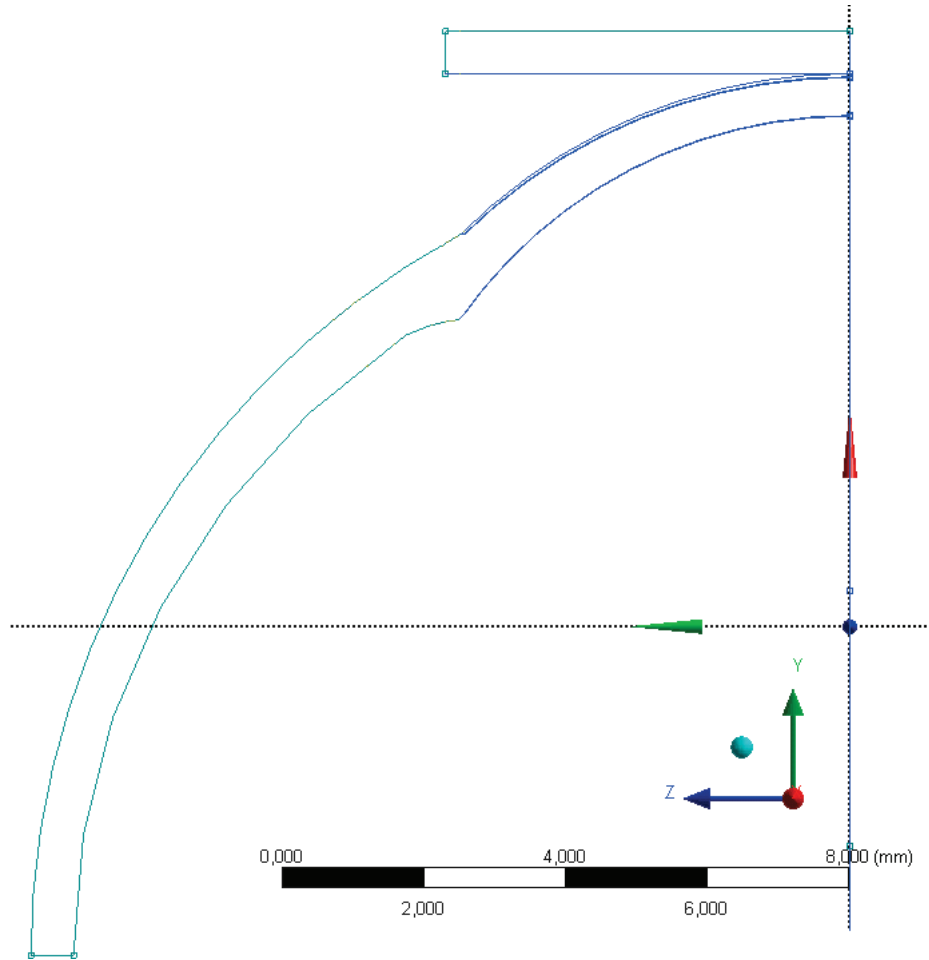


Рис. 1. Элемент вращения, используемый для построения модели
 Fig. 1. The rotation element used to build the model

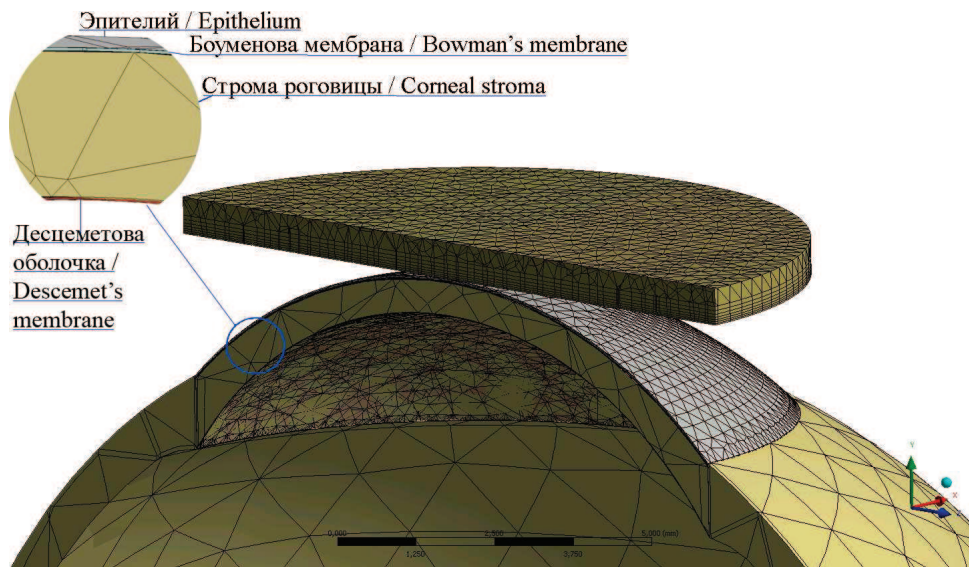


Рис. 2. Сечение конечно-элементной модели плоскостью YZ с нанесённой сеткой КЭ
 Fig. 2. The cross-section of the finite element model by the YZ plane with a mesh of FE

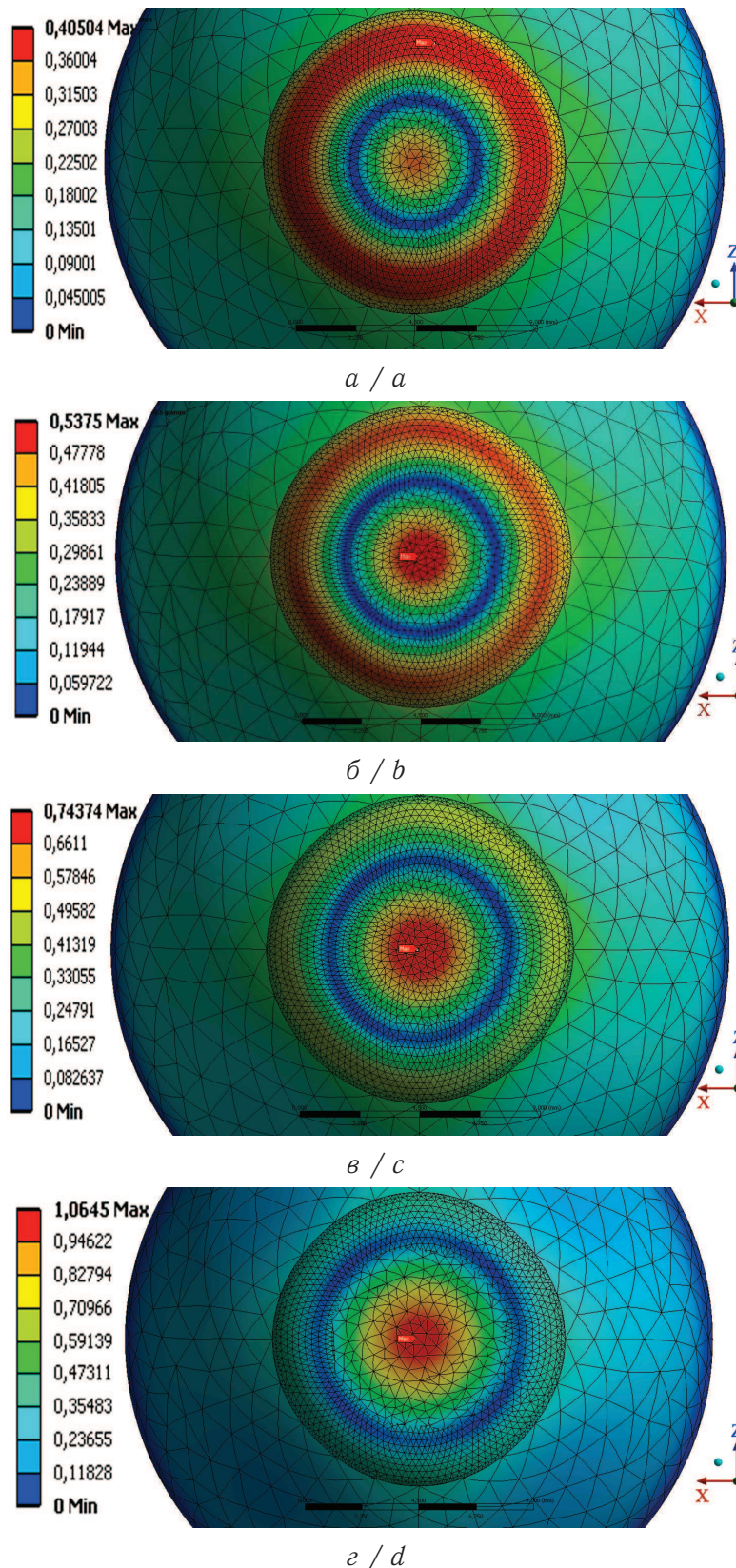


Рис. 3. Перемещения роговой оболочки (вид сверху) при нагружении плоским штампом весом, г: $a - 5$, $b - 7.5$, $c - 10$, $d - 15$

Fig. 3. Deformation of the cornea (top view) loaded with a flat base stamp with weight of: $a - 5$ g, $b - 7.5$ g, $c - 10$ g, $d - 15$ g



При построении модели сила приложения штампа к поверхности роговой оболочки направлена по вектору нормали к поверхности штампа. Корнеосклеральная оболочка нагружается внутренним давлением, которое задается в направлении, перпендикулярном к внутренней поверхности.

Для построения компьютерной конечно-элементной модели существенным является корректная постановка граничных условий. Предлагаются такие граничные условия, которые отвечают осесимметричному нагружению оболочки, позволяя ей равномерное раздувание, но препятствующие сдвигам, кручению и смещению оболочки как жёсткого целого. Применяется жёсткая фиксация сечения внешней поверхности склеры в экваториальной зоне глазного яблока в перпендикулярном направлении, а также жёсткая фиксация сечения внешней поверхности плоскости XU в направлении оси Z , плоскости YZ — в направлении оси X . Такой выбор граничных условий связан с предположением, что корнеосклеральная оболочка является осесимметричным телом вращения и при её нагружении плоскости, проходящие через ось вращения (симметрии), не могут смещаться в перпендикулярном направлении.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Проводится серия расчётов, соответствующая приложению плоских штампов различной массы — 5, 7.5, 10 и 15 г, имитирующих процесс измерения внутриглазного давления аппланационным тонометром Маклакова с использованием стандартных грузов.

На рис. 3 представлены распределения перемещений при нагружении плоским штампом различной массы (вид сверху).

Следует отметить, что при нагружении плоским штампом весом 5 г в зоне контакта на самом краю имеется ярко выраженное «кольцо», соответствующее минимальным перемещениям, близким по значению к нулю. Причём эти минимальные перемещения переходят в максимальные перемещения (порядка 0.4 мм) роговой оболочки вне зоны контакта также в форме кольца. При увеличении массы плоского штампа до 7.5 г диаметр зоны контакта увеличивается и появляется другая область деформаций, соответствующая максимальным перемещениям — в центре роговой оболочки. Последующее увеличение массы штампа до 10 г приводит к усилению деформаций в центре и увеличению диаметра зоны контакта. Этот эффект усиливается при нагружении плоским штампом массой 15 г, в итоге перемещения в центре роговой оболочки на внешней поверхности достигают 1.06 мм, превышая тем самым почти в 2 раза величину максимальных перемещений вне зоны контакта. По сути, на рис. 3 за счёт кольца минимальных перемещений на внешней поверхности роговой оболочки, обозначенного синим цветом, который находится на «краю» зоны контакта с прилагаемым плоским штампом, отчётливо виден увеличивающийся диаметр зоны контакта при увеличении массы штампа.

Площадь зоны контакта между тонометром и роговой оболочкой рассчитывается по формуле $S = \pi d^2/4$. Выражая диаметр d зоны контакта, получим соотношение

$$d = 2\sqrt{\frac{W}{\pi P_t}}. \quad (1)$$

Полученные по (1) результаты, модифицированные на основе клинических данных, были систематизированы и занесены в калибровочные таблицы [7].



На основе проведённого конечно-элементного моделирования построен график (рис. 4) зависимости изменения диаметра зоны контакта при изменении внутриглазного давления и при нагружении плоским штампом различных весов.

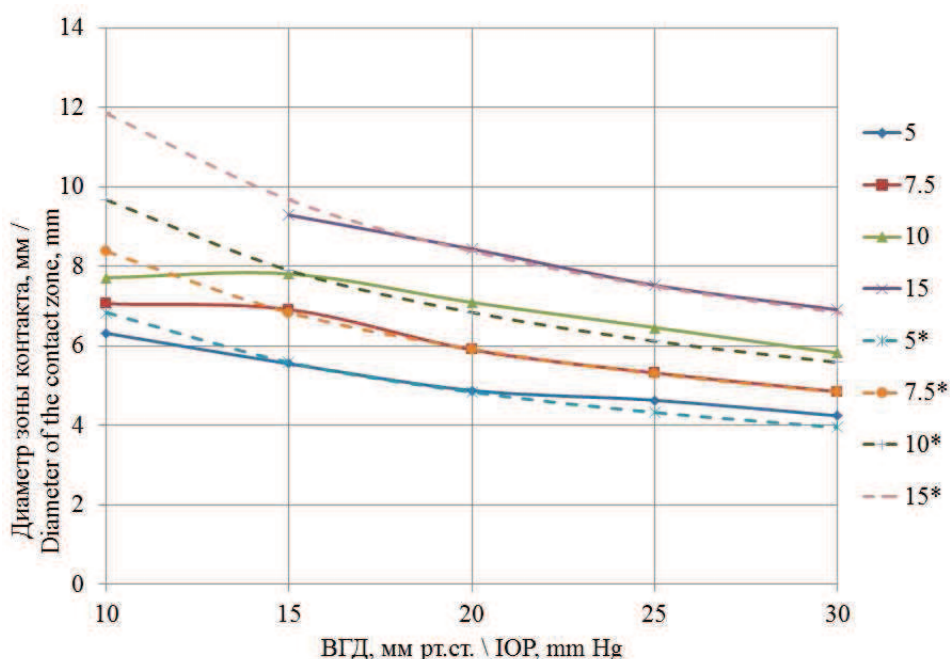


Рис. 4. График зависимости диаметра зоны контакта от ВГД при приложении различных по весу штампов к роговице

Fig. 4. Dependence of the contact zone diameter on IOP when flat base stamp different by weight is applied

На графике (см. рис. 4) пунктирными параболическими линиями обозначены расчётные данные, соответствующие формуле (1), для каждого веса штампа. Из полученного графика видно хорошее совпадение результатов конечно-элементного моделирования при значениях внутриглазного давления выше нормального, то есть более 15 мм рт.ст., при этом для области пониженного давления (менее 15 мм рт.ст.), как видно из графика на рис. 4, необходимо дополнительное исследование.

На основе проведённого КЭ моделирования получены данные, которые аппроксимируются с помощью метода наименьших квадратов, и соотношение для расчёта значения истинного внутриглазного давления в зависимости от полученного диаметра отпечатка при использовании тонометра Маклакова для толщины роговой оболочки в центре 600 мкм [8]:

$$\begin{aligned} P_5 &= 4.59d^2 - 56.68d + 188.15, & P_{7.5} &= 2.18d^2 - 32.94d + 138.45, \\ P_{10} &= 0.087d^2 - 9.09d + 79.64, & P_{15} &= -0.004d^2 - 8.13d + 86.39. \end{aligned} \quad (2)$$

Проводя серию расчётов КЭ моделирования получены значения диаметра зон контакта между эпителием роговой оболочки и прикладываемым штампом, соответствующие различным значениям толщины роговой оболочки в её центре h_i , но при постоянном ВГД $P_0 = 2000$ Па. Расчёты, проведённые для тонометров разного веса, показывают, что чем меньше вес тонометра, тем больше зависимость получаемых при измерении показателей ВГД от толщины роговицы. Однако в клинической практике для уточнения измерения ВГД наиболее часто используют тонометр весом 10 г.



В связи с этим данные, характеризующие поправочные коэффициенты для тонометра весом 10 г, можно представить в следующем виде:

$$P_{i_corr} = P_0 - P_{10i},$$

где P_{10i} — внутриглазное давление, полученное по формуле (2) для соответствующей толщины роговой оболочки. В табл. 2 приведены значения полученных поправочных коэффициентов.

Таблица 2 / Table 2

Поправочные коэффициенты ВГД при различной толщине роговой оболочки в центре
IOP correction coefficients for different thickness of the corneal shell in the center

$h,$ мкм μm	$P_{i_corr},$ мм рт.ст. mm Hg	$h,$ мкм μm	$P_{i_corr},$ мм рт.ст. mm Hg	$h,$ мкм μm	$P_{i_corr},$ мм рт.ст. mm Hg	$h,$ мкм μm	$P_{i_corr},$ мм рт.ст. mm Hg
405	+3.339	485	+1.298	565	+0.352	645	-0.550
425	+2.499	505	+1.006	585	+0.115	665	-0.614
445	+2.118	525	+0.756	605	-0.059	685	-0.721
465	+1.697	545	+0.457	625	-0.353	705	-0.981

На основании полученных значений можно построить график (рис. 5), который в последующем аппроксимируется полиномом 2-й степени и получается следующее соотношение:

$$P_{i_corr} = 33.26h^2 - 49.85h + 17.79, \tag{3}$$

где h — это толщина роговой оболочки в её центре (в диапазоне от 405 до 705 мкм), выраженная в микрометрах. Получаемое значение корректировочного коэффициента P_{i_corr} измеряется в мм рт.ст.

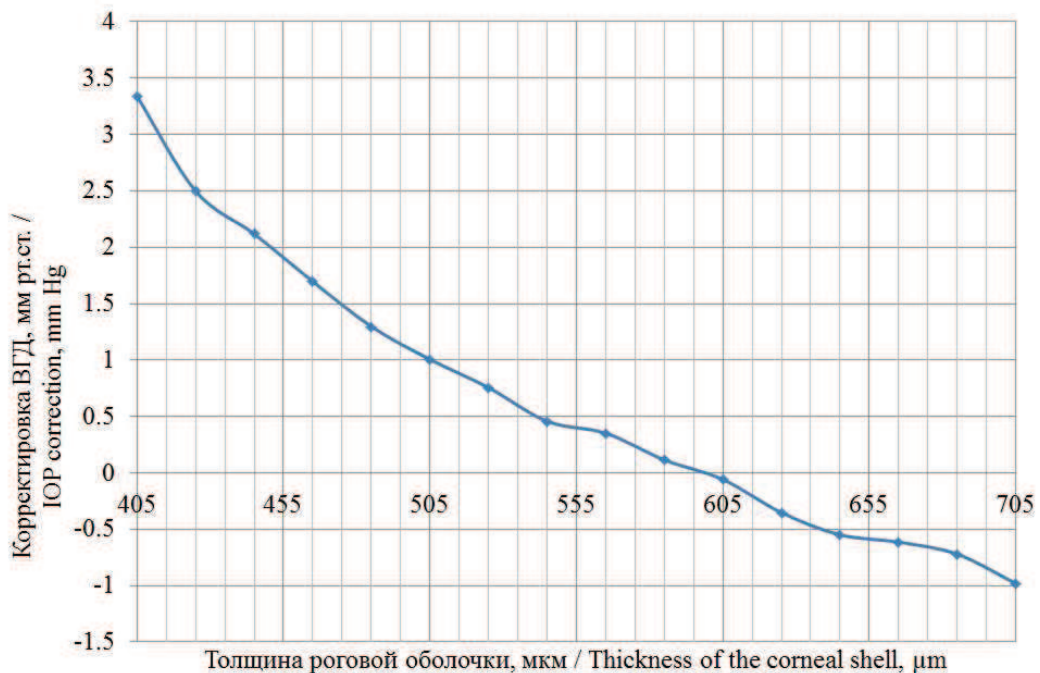


Рис. 5. Величина корректировочного коэффициента ВГД в зависимости от толщины роговицы

Fig. 5. Dependence of IOP correction coefficients on corneal thickness



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, получены значения поправочных коэффициентов в табличном виде для определения внутриглазного давления в зависимости от толщины роговой оболочки в её центре. Определено соотношение (3) для расчёта поправочного коэффициента в зависимости от толщины оболочки в центре.

Построенная конечно-элементная модель нагружения роговой оболочки плоским штампом позволяет проводить расчёт внутриглазного давления в зависимости от веса прикладываемого штампа, внутреннего и внешнего радиусов кривизны и толщины роговой оболочки глаза в её центре. А также КЭ модель позволяет провести больше расчётов для дальнейших исследований в части эластонометрии и поправочных коэффициентов при различных показателях ВГД, измеряемых тонометром Маклакова, в зависимости от толщины роговицы, которые могут помочь в оценке биомеханических свойств роговицы и склеры.

Полученные результаты подтверждают клинические наблюдения [9, 10] о существенном влиянии толщины роговой оболочки в её центре на показатели внутриглазного давления. Причём это влияние тем больше, чем меньше груз прикладываемого тонометра, что представляет большой практический интерес [10, 11].

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-01-06311-а).

Библиографический список

1. *Аветисов Э. С.* Близорукость. М. : Медицина, 1999. 285 с.
2. *Чоплин Н. Т., Ланди Д. С.* Глаукома. Иллюстрированное руководство. М. : Логосфера, 2011. 372 с.
3. *Вит В. В.* Строение зрительной системы человека. Одесса : Астропринт, 2003. 664 с.
4. *Захаров В. Д.* Витреоретинальная хирургия. М. : Москва, 2003. 173 с.
5. *Иомдина Е. Н.* Механические свойства тканей глаза человека // Современные проблемы биомеханики. М. : Изд-во Моск. ун-та, 2006. Вып. 11. С. 184–201.
6. *Родионова В. А., Титаев Б. Ф., Черных К. Ф.* Прикладная теория анизотропных пластин и оболочек. СПб. : Изд-во СПбГУ, 1996. 278 с.
7. *Нестеров А. П., Вургафт М. Б.* Калибровочные таблицы для эластонометра Филатова – Кальфа // Вестн. офтальмологии. 1972. № 2. С. 20–25.
8. *Franus D. V.* Finite-element model of intraocular pressure measurement by Maklakov applanation tonometer // Proc. VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS Congress 2016). 2016. Vol. 4. P. 6631–6636.
9. *Шевченко М. В., Братко О. В.* Оценка биомеханических особенностей фиброзной оболочки глаза при миопии и глаукоме // РМЖ. Клиническая офтальмология. 2011. Т. 12, № 4. С. 124–125.
10. *Аветисов Э. С., Бубнова И. А.* Исследование биомеханических свойств роговицы in vivo // Биомеханика глаза – 2007 : сб. тр. конф. М. : Изд-во НИИ глазных болезней РАМН, 2007. С. 76–80.



11. Аветисов Э. С. Диагностические возможности эластотонометрии // Глаукома : Реальность, перспективы : сб. науч. ст. М. : Изд-во НИИ глазных болезней РАМН, 2008. С. 81–85.

Образец для цитирования:

Франус Д. В. Влияние толщины многослойной роговой оболочки на показатели внутриглазного давления // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2017. Т. 17, вып. 2. С. 209–218. DOI: 10.18500/1816-9791-2017-17-2-209-218.

Thickness Influence of the Multilayer Corneal Shell on the Value of Intraocular Pressure

D. V. Franus

Dmitry V. Franus, ORCID: 0000-0002-2720-0948, Saint Petersburg State University, 7–9, Unevrsitetskaya nab., Saint Petersburg, Russia, 199034, Franus@mavis.ru

A research of changes in the stress-strain state of the corneoscleral shell of the human eye under loading by a flat base stamp is made. In this paper a three-dimensional finite-element model of contact problem under loading of multilayer corneal shell with flat base stamp is presented. This mathematical model is made in software package ANSYS. Cornea is modeled as a transversely isotropic spherical shell of variable thickness composed of four layers: epithelium, Bowman's membrane, stroma of the cornea, and Descement's membrane. Moreover, all layers have individual elastic properties, which are significantly different in tangential direction and in thickness direction. Detailed description of the contact interaction of the corneal shell and flat stamp is presented. Since the thickness of the corneal shell changes in the center, the attached flat stamp deforms the corneal shell in different ways. The paper describes the numerical calculation of the diameter of the contact zone between the shell and the stamp, on the basis of which it is judged in clinical practice about the value of intraocular pressure. Values of correction coefficients of intraocular pressure are obtained depending on the thickness of the corneal shell in its center.

Key words: intraocular pressure, corneal shell, corneal thickness.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 15-01-06311-a).

References

1. Avetisov E. S. *Blizorukost'* [Myopia]. Moscow, Meditsina Publ., 1999. 285 p. (in Russian).
2. Choplin N. T., Lundy D. S. *Atlas of Glaucoma*. Moscow, Logosfera, 2011. 372 p. (in Russian).
3. Vit V. V. *Stroenie zritel'noi sistemy cheloveka* [The structure of the human visual system]. Odessa, Astroprint, 2003. 664 p. (in Russian).
4. Zakharov V. D. *Vitreoretinal'nai khirurgiia* [Vitreoretinal surgery]. Moscow, Moskva Publ., 2003. 173 p. (in Russian).
5. Iomdina E. N. Mechanical properties of the human eye tissues. *Modern Problems of Biomechanics*, Moscow, Moscow Univ. Press, 2006, vol. 11, pp. 184–201 (in Russian).



6. Rodionova V. A., Titaev B. F., Chernykh K. F. *Prikladnaia teoriia anizotropnykh plastin i obolochek* [Applied theory of anisotropic plates and shells]. St. Petersburg, St. Petersburg Univ. Press, 1996. 278 p. (in Russian).
7. Nesterov A. P., Vurgaft. M. B. Kalibrovochnye tablitsy dlia elastometra Filatova – Kalfa [Calibration tables for elastomer Filatov – Kalfa]. *Vestn. oftal'mol.* [Bulletin of ophthalmology], 1972, no. 2, pp. 20–25 (in Russian).
8. Franus D. V. Finite-element model of intraocular pressure measurement by Maklakov applanation tonometer. *Proc. VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS Congress 2016)*, 2016, vol. 4, pp. 6631–6636.
9. Shevchenko M. V., Bratko O. V. Evaluation of biomechanical peculiarities of fibrous eye layer in myopia and glaucoma. *RMJ Clinical Ophthalmology*, 2011, vol. 12, no. 4, pp. 124–125 (in Russian).
10. Avetisov E. S., Bubnova I. A. Issledovanie biomekhanicheskikh svoystv rogovitsy in vivo [Research of biomechanical properties of cornea in vivo]. *Biomekhanika glaza–2007 : Sb. tr. konf.* [Biomechanics of the eye : Coll. of conf. works]. Moscow, State Research Institute of Eye Diseases of Russian Academy of Medical Sciences Publ., 2007, pp. 76–80 (in Russian).
11. Avetisov E. S. Diagnosticheskie vozmozhnosti elastotonometrii [Diagnostic possibilities of elastotonometry]. *Glaukoma: Real'nost' perspektivy: sb. nauchn. st.* [Glaucoma: Reality, prospects: Sat. sci. article]. Moscow, State Research Institute of Eye Diseases of Russian Academy of Medical Sciences Publ., 2008, pp. 81–85 (in Russian).

Cite this article as:

Franus D. V. Thickness Influence of the Multilayer Corneal Shell on the Value of Intraocular Pressure. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Math. Mech. Inform.*, 2017, vol. 17, iss. 2, pp. 209–218 (in Russian). DOI: 10.18500/1816-9791-2017-17-2-209-218.
