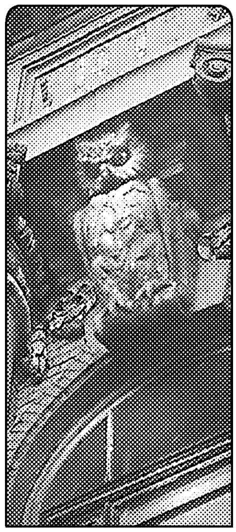
ИНФОРМАТИКА



НАУЧНЫЙ ОТДЕЛ

УДК 519.95

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ВОССТАНОВЛЕНИЮ ПОВЕДЕНИЯ КОНЕЧНОГО АВТОМАТА С ЗАЦИКЛИВАНИЕМ ИЗМЕНЕНИЙ СОСТОЯНИЙ

О.С. Ермошина

Саратовский государственный социально-экономический университет,
кафедра теоретических основ информатики и информационных технологий
E-mail: ermoshinaos@list.ru

В работе рассматривается один из возможных подходов к решению задачи восстановления поведения конечного детерминированного автомата на основе знаний о текущем (неисправном) и заданном (исправном) законах функционирования с помощью периодических последовательностей. Для анализа поведения автомата в режиме зацикливания построена модель зацикливания автомата.

About One Approach to the Reconstruction of Behavior of Finite Automaton with Circularity of the Change of States

O.S. Ermoshina

The article deals with one of the possible approaches to the problem of reconstruction of determined finite automaton behavior, based on the information about the current (defective) and specified (correct) laws of functioning with the help of periodic sequences. A model of finite automaton circularity was built for the purpose of analyzing the behavior of a finite automaton in a circularity mode.

Рассматривается один из возможных подходов к решению задачи восстановления поведения конечного детерминированного автомата на основе знаний о текущем и заданном законах функционирования с помощью периодических последовательностей. Для анализа поведения автомата в режиме зацикливания строится модель зацикливания автомата. Эффективность эксплуатации современных дискретных систем в значительной мере зависит от их способности амортизировать возникающие в процессе работы нарушения. Быстрое и достоверное обнаружение неисправностей, устранение их последствий в максимально короткие сроки и с наименьшими затратами оптимизирует работоспособность технических объектов, что в конечном итоге эквивалентно наличию дополнительных аппаратурно-програмных ресурсов. Организация восстановления поведения сложных систем является комплексной проблемой, в решение которой входят:

- обеспечение восстанавливаемости поведения будущего объекта на этапе его проектирования;
- внедрение самодиагностирования и самовосстановления в процесс функционирования;
- применение спектра восстановительных процедур и приемов физического устранения последствий возникшего дефекта, его амортизации или маскирования, опирающихся на привлечение структурного (аппаратурного), функционального, временного, информационного резервирования;
- обоснование распределения исходной задачи между различными видами, формами и средствами восстановления.

© О.С. Ермошина, 2008

Современному состоянию общей теории восстановления характерно использование для амортизации неисправностей двух основных типов избыточностей технических систем: структурной (аппаратурной) и временной. В первом случае для устранения последствий возникших нарушений в состав (структуру) технического объекта вводятся дополнительные резервные модули. При выходе из строя основной части схемы на существующий структурный резерв возлагается задача реализации заданного исправного поведения. Во втором — имеющийся в данный конкретный момент или искусственно создаваемый резерв времени (временная избыточность) используется либо для организации «повторного счета», либо для повторного запуска логической операции, измененной в результате неисправности и т.д.

Выход из строя (или отсутствие в силу сложностных, ценностных и прочих ограничений) аппаратурного резервирования порождает вопрос: «Можно ли использовать свойства текущего (в условиях существования неисправностей) закона функционирования технической системы для формирования на ее выходах требуемой совокупности правильных исправных реакций?» Ответ на него предполагает изучение имевшейся в данный момент времени функциональной избыточности технической системы, а также возможных вариантов ее целенаправленного создания на этапе проектирования. Восстановление поведения технических объектов, осуществляемое на указанных принципах, назовем функциональным. Функциональное восстановление дополняет перечисленные выше традиционные концепции восстановления. Решение задачи функционального восстановления позволяет обоснованно ответить на вопрос о возможности дальнейшей эксплуатации технических систем после возникновения и обнаружения неисправностей в условиях, когда невозможно (нецелесообразно) немедленно провести ремонт дефекта или отсутствует (вышло из строя) аппаратурное резервирование. Разработка и реализация данного подхода и составляет круг исследований, представленных в данной статье, об актуальности которых говорят сделанные выше замечания.

В общем случае, как показано в работе [1], задача восстановления поведения конечного автомата алгоритмически неразрешима.

Теорема 1. *Задача построения математической модели средств (систем) самовосстановления относительно произвольного класса неисправностей алгоритмически неразрешима.*

Эта теорема имеет большое прикладное значение, так как из нее следует важный вывод: исследование задачи восстановления поведения возможно только в рамках построения решения для частных классов объектов. Существуют различные способы выделения классов автоматов, разрешимых относительно задачи восстановления. Рассмотрим восстановление поведения автомата $A = (S, X, Y, \delta, \lambda)$ относительно класса возможных неисправностей I. Каждой неисправности $i \in I$ сопоставим конечный автомат A_i – автомат A при неисправности i. Предполагается, что мы знаем законы функционирования каждого автомата из семейства $\{A_i\}$, $i \in I$. Путем сравнивания таблиц переходов и выходов (графов переходов) автомата A и автомата A_i определяем множество неисправных входных сигналов $X_{0i} \in X$. Необходимо найти такие восстанавливающие последовательности для «неисправных» входных сигналов x, после приложения которых мы получали бы требуемый «исправный» выходной сигнал y, вне зависимости от того состояния, в котором находится автомат. В итоге приложение к «исправному» автомату входного сигнала x должно быть равносильно приложению к «неисправному» автомату входной последовательности $p = x_1x_2\ldots x_k$, причем «исправный» выходной сигнал y появится последним в цепочке $y_1y_2\ldots y$, где $y_1 = \lambda^{'}(s, x_1), y_2 = \lambda^{'}(\delta^{'}(s),\ x_2), \ldots, y = \lambda^{'}(s, p)$ при любом текущем состоянии s. При этом структура переходов «неисправного» автомата под воздействием слова p должна быть такой же, как и для «исправного» автомата при приложении сигнала x.

Если в качестве восстанавливающих выбирать периодические последовательности, то возможно сокращение количества анализируемой информации до сравнения режимов функционирования «исправного» и «неисправного» автоматов на циклах.

Если на вход конечного детерминированного автомата подавать периодическую последовательность, то выходная последовательность, начиная с некоторого символа, становится также периодической. При этом переходы состояний автомата будут определяться перемещением по циклу. Метод периодических последовательностей впервые был применен для решения задачи распознавания автомата в работе А.М. Богомолова и В.А. Твердохлебова [2]. В этой работе (теорема 23) показана общая структура процесса функционирования конечного детерминированного автомата под воздействиями периодических последовательностей. Здесь же приводится пример исключения из анализа вершин, не входящих в циклы, порождаемых приложением периодических последовательностей. При этом переходы состояний автомата будут определяться перемещением по циклу. Обычный граф автомата удобно заменить графом зацикливания автомата по входной периодической последовательности с периодом p. В вышеуказанной работе этот граф определяется следующим образом:

$$GA(p) = (S, \varphi), (s, s^{'}) \square \varphi \square \delta(s, p) = s^{'}.$$

Имеет место следующая теорема [2].

Теорема 2. *Для любого конечного автомата A и входного слова p:*

- граф $G_A(p)$ состоит из конечного числа связных изолированных подграфов;

- каждый связный изолированный подграф содержит один и только один элементарный цикл с точностью до циклического сдвига последовательности вершин;

- каждая вершина может быть корнем дерева, причем из вершин дерева существуют пути только к корню.

Восстановление поведения конечного автомата именно с помощью периодических восстанавливающих последовательностей накладывает определенные ограничения на класс объектов, для которых он применим.

Будем считать, что слово p прикладывается к автомату как минимум такое число раз, что из любого состояния автомата происходит переход в одно из состояний цикла. Тогда очевидным является следующее замечание.

Замечание 1. С помощью периодических входных последовательностей можно восстановить только такие входные сигналы автомата, приложение которых переводит любое состояние автомата в одно из состояний какого-либо цикла, т.е. наибольшая длина пути в цикл должна равняться 1.

Искать решение задачи восстановления в виде периодических последовательностей целесообразно в том случае, когда мы хотим получить заданные выходные реакции автомата на некотором подмножестве множества состояний $S' \in S$, где S' — множество вершин циклов графа зацикливания автомата по входной периодической последовательности. Это имеет смысл в случае большого числа состояний автомата. Такой прием позволит сократить количество анализируемой информации и исключить из рассмотрения реакции автоматов (реализующих заданное и текущее поведение), выдаваемые под воздействием входного сигнала x и восстанавливающей периодической последовательности соответственно для состояний, не принадлежащих циклам. Следовательно, с помощью периодической последовательности предполагается перевести автомат из любого текущего состояния в состояние, принадлежащее одному из циклов графа зацикливания, а далее определять, является ли данная периодическая последовательность восстанавливающей для состояний цикла либо в общем случае нужно найти другую последовательность входных сигналов, которая будет восстанавливающей для состояний цикла.

Для анализа поведения автомата на циклах необходимо более детально рассмотреть функционирование системы под воздействием периодических последовательностей и построить математическую модель процесса зацикливания, опираясь на приведенную выше теорему о структуре графа зацикливания.

Рассмотрим конечный детерминированный автомат $A = (S, X, Y, \delta, \lambda)$, где S — множество состояний автомата, X — множество входных сигналов, Y — множество выходных сигналов, с функциями переходов и выходов δ, λ. Выделим во множестве вариантов функционирования автомата режимы зацикливания автомата под воздействием различных периодических последовательностей с периодами $p_1, p_2, \ldots$, где p_i — слово в алфавите X^*. Для каждого слова p_i построим граф зацикливания автомата.

Согласно теореме 2 граф $GA(p_i)$ имеет конечное число изолированных связных подграфов $G_A^1(p_i), G_A^2(p_i), \ldots, G_A^j(p_i), G_A^n(p_i)$ $(1 < j < n)$, каждый из которых имеет один цикл, или петлю $C_A^j(p_i)$. Теперь необходимо определить, какое минимальное количество раз нужно приложить входное слово p_i, чтобы из любого состояния s автомата A был достигнут и пройден, по крайней мере, один раз соответствующий цикл $C_A^j(p_i)$. Наибольшую длину пути из висячей вершины графа $G_A^j(p_i)$

до ближайшей вершины цикла $C_A^j(p_i)$ обозначим m_{1i}^j, длину цикла $C_A^j(p_i)$ — m_{2i}^j. Тогда для любой вершины $s \in S$ (то есть любого состояния автомата) входное слово $p_i^{m_i}$, где $m_i = \max\limits_{1<j<n} m_{1i}^j + \max\limits_{1<j<n} m_{2i}^j$ переводит состояние s в состояние $\delta(s, p_i^{m_i}) \in \{C_{p_i}^j\}$ и при этом совершается обход цикла из $C_{p_i}^j$, по крайней мере, один раз.

Построим математическую модель зацикливания. Множество $W = \{p_1^{m_1}, p_2^{m_2}, \dots, p_n^{m_n}\}$ входных слов, построенных для графов $G_{p_1}, G_{p_2}, \dots, G_{p_n}$, полагаем множеством входных сигналов конструируемого автомата Ω. Выходное слово определим как проекцию слова $\lambda(\delta(s, p^{m_1}), p^{m_2})$. В общем случае будем анализировать только некоторые выходные сигналы автомата при изменении состояний в цикле, т.е. будем рассматривать

$$\mathrm{pr}_{i,i_2,\dots,i_k}\lambda(\delta(s,p^{m_1}),p^{m_2}),$$

где $1 \le i_1 < i_2 < \dots < i_k \le |p^{m_2}|$ и $1 \le k \le |p^{m_2}|$. Определим функции $\tilde{\delta}, \tilde{\lambda}$, автомата Ω. Рассмотрим входное слово p_i. Граф зацикливания по этому входному слову имеет n_i изолированных связных подграфов $G_{p_i}^j$ с циклами $C_{p_i}^j$, $1 \le j \le n_i$. Введем отношение эквивалентности на множестве состояний S. Для этого множеству $\{G_{p_i}^j\} = \{s_{p_i}^{j1}, s_{p_i}^{j2}, \dots, s_{p_i}^{jk}, \dots\}$, где $1 \le k \le m_{2_i}^j$, вершин цикла $C_{p_i}^j$ графа $G_{p_i}^j$ взаимно-однозначно сопоставим классы эквивалентных состояний $\{u_{p_i}^{j1}, u_{p_i}^{j2}, \dots, u_{p_i}^{jm_{2i}^j}\}$, где $u_{p_i}^{jk}$ класс соответствует состоянию $s_{p_i}^{jk}$.

Полагаем

$$u_{p_i}^{jk} = \{s : \ \delta(s, p_i^{m_i}) = s_{p_i}^{jk}.$$

Множество состояний $u_{p_i}^{jk}$ образовано $p_i^{m_i}$ — преемниками состояний из множества $\{G_{p_i}^j\}$. Очевидно, что $\{u_{p_i}^{j1}, u_{p_i}^{j2}, \dots, u_{p_i}^{jm_{2i}^j}\}$ является разбиением множества $G_{p_i}^j$.

Определим функцию Ψ_i^1:

$$\Psi_i^1 = \bigcup_{1\le j\le n_i}\ \bigcup_{1\le k\le m_{2_i}^j} u_{p_i}^{jk} \times \{p_i^{m_i}\} \to \{C_{p_i}\}.$$

Эта функция сопоставляет каждому состоянию, являющемуся вершиной графа G_{p_i}, его $p_i^{m_i}$ — преемник. Приложение к автомату А, находящемуся в состоянии s, где $s \in \{G_{p_i}\}$, входной последовательности $p_i^{m_i}$ определяет выходную последовательность $q = \lambda(s, p_i^{m_i})$ с некоторым принимаемым расширением функции $\lambda : S \times X \to Y$ до функции вида $\lambda : S \times X^* \to Y^*$. Наиболее распространены следующие два способа расширения функции $\lambda : S \times X \to Y$:

1. $(\forall\ p \in X^*)(\forall\ x \in X)(\forall\ s \in S)\{\lambda(s, xp) = \lambda(s, x)\lambda(\delta(s, x), p)\}$.
2. $(\forall\ p \in X^*)(\forall\ x \in X)(\forall\ s \in S)\{\lambda(s, px) = \lambda(s, x)\lambda(\delta(s, p), x)\}$.

Определим функцию выходов автомата Ω — Ψ^2 по правилу: для любого $s \in S$ и некоторого выбранного целого положительного числа ν

$$\Psi^2(s, p_i^{m_i}) = \mathrm{pr}_\nu\lambda(s, p_i^{m_i-a})\mathrm{pr}_\nu\lambda(\delta(s, pi^{m_i-a}), p_i^{m_i-a+1}) \dots \mathrm{pr}_\nu\lambda(\delta(s, p_i^{m_i-1}), p^{m_i}).$$

Теперь можно полностью определить правило построения автомата Ω:

1. Для автомата $A = (S, X, Y, \delta, \lambda)$ строятся графы $G_{p_1}, G_{p_2}, \dots, G_{p_p}$. Для каждого графа G_{p_i}, $1 \le i \le r$, определяются числа m_{1i}^j, m_{2i}^j и $m_i = \max\limits_{1<j<n} m_{1i}^j + \max\limits_{1<j<n} m_{2i}^j$.

2. Множество S состояний автомата A полагаем множеством состояний определяемого автомата.

3. Множество входных слов $\{p_1^{m_1}, p_2^{m_2}, \dots, p_r n^{m_r}\}$, где $m_i = \max\limits_{1<j<n} m_{1i}^j + \max\limits_{1<j<n} m_{2i}^j$, автомата А полагаем множеством входных сигналов автомата Ω.

4. Пусть Ψ_i^1, $1 \le i \le r$ функции, соответствующие множеству периодических входных последовательностей $\{p_1^{m_1}, p_2^{m_2}, \dots, p_r^{m_r}\}$. Функцию $\Psi^1 = \bigcup_{1\le i\le r} \Psi_i^1$ полагаем функцией переходов определяемого автомата.

5. Пусть $\Psi^2 = \bigcup_{1\le i\le r} \Psi_i^2$ для каждого i, $1 \le i \le r$, и определенной ранее функции Ψ_i^2. Функцию полагаем функцией выходов определяемого автомата.

6. Область значений функции Ψ^2 полагаем множеством выходных сигналов, определяемого автомата.

Определение. Конечный детерминированный автомат, определяемый пунктами 1–6 для автомата $A = (S, X, Y, \delta, \lambda)$, будем называть *моделью функционирования автомата* A *под воздействием входных последовательностей* $\{p_1^{m_1}, p_2^{m_2}, \ldots, p_r^{m_r}\}$ и обозначать $\Omega(A, p_i^{m_i}, 1 \le i \le r, v)$.

Предположим, что реакцией автомата на внешнее воздействие является пометка текущего состояния. Пусть также для всех входных сигналов выполняется условие, рассмотренное в замечании 1. Построенная модель функционирования автомата под воздействием периодических последовательностей позволяет заменить как «исправный» так и «неисправный» автомат их моделями зацикливания. В качестве входных сигналов для модели зацикливания исправного автомата нужно тогда рассматривать периодические последовательности с периодом x, где x — любой сигнал из множества входных сигналов X, а для неисправного автомата различные слова $\{p_1^{m_1}, p_2^{m_2}, \ldots, p_r^{m_r}\}$. Тогда по выходной реакции этих автоматов можно судить о совпадении поведений автоматов на циклах.

Теорема 3. *Пусть* $\mathrm{A}_1 = (S, X, Y, \delta_1, \lambda_1)$ *— конечный детерминированный автомат, соответствующий поведению автомата до возникновения неисправности* $\mathrm{A}_2 = (S, X, Y, \delta_2, \lambda_2)$ *— конечный детерминированный автомат, соответствующий поведению автомата после возникновения неисправности и* $\Omega_1(A, x_j^{m_j}, 1 \le j \le n)$ *и* $\Omega_2(A, p_i^{m_i}, 1 \le i \le r)$ *— модели зацикливания этих автоматов. Тогда любое решение* $p \in \{p_i^{m_i}, 1 \le i \le r\}$ *задачи восстановления, построенные для автоматов* Ω_1 *и* Ω_2*, является решением задачи восстановления для автоматов* A_1 *и* A_2.

Конкретный вид периодических последовательностей (набор периодов p_i) предполагается выбирать на основе свойств функций переходов и выходов, задающих поведение автомата до и после возникновения неисправности. При этом рассматривается структурный автомат, состоящий из комбинационной части и памяти. Комбинационная часть автомата задается набором функций алгебры логики.

Библиографический список

1. *Сытник А.А.* Восстановление поведения сложных систем. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1992.

2. *Богомолов А.М., Твердохлебов В.А.* Диагностика сложных систем. Киев: Наук. думка, 1974.

УДК 519.7

УСЛОВИЯ РЕАЛИЗУЕМОСТИ ФУНКЦИЙ НА ПОЛУРЕШЁТКАХ УСТОЙЧИВЫМИ К СОСТЯЗАНИЯМ СХЕМАМИ

И.А. Панкратова

Томский государственный университет,
кафедра защиты информации и криптографии
E-mail: pank@isc.tsu.ru

В статье рассматриваются схемы, реализующие функции на полурешётках. Даётся определение функциональной устойчивости таких схем к состязаниям, формулируются условия реализуемости функций на полурешётках функционально устойчивыми схемами в произвольном базисе и в любых RS (от Resistor, Switch)-базисах.

Conditions for Functions on Semilattices to be Realized by Networks with Stable Behaviour under Hazards

I.A. Pankratova

The notion of functional stability under hazards is introduced for networks realizing functions defined on finite upper semilattices. Some constructive conditions are established for such functions to be realized by stable networks composed of any elements or of transistors and switches.

ВВЕДЕНИЕ

Задача реализации функций на полурешётках возникает в связи с проблемой синтеза схем с заданным динамическим поведением [1]. Традиционно поведение комбинационной схемы задаётся в статике, как отображение входных состояний в выходные. Но входные состояния — это векторы, в асинхронных схемах их компоненты меняются в произвольном порядке, и эти изменения с разными скоростями распространяются по элементам и соединениям в схеме. Изменения, которые происходят при этом на выходах схемы, составляют суть динамического поведения. Статическое поведение схем описывается функциями конечно-значной логики; для описания динамического поведения этих средств недостаточно, применяются более сложные математические модели.

© И.А. Панкратова, 2008