



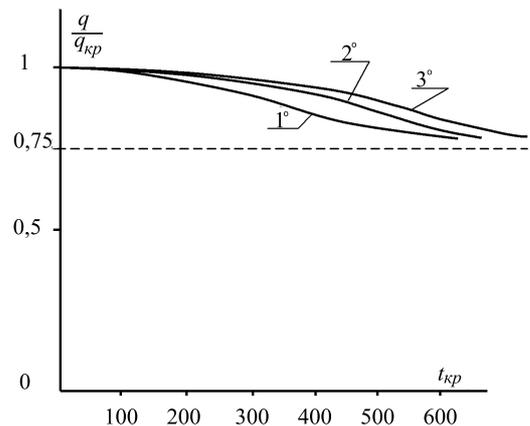
Исследование устойчивости при учете геометрической и физической нелинейности с помощью ПК ОБОЛОЧКА показали, что для гладкой оболочки вида 3 снижения критической нагрузки не наблюдается (оболочка теряет устойчивость, находясь в упругой зоне). Для оболочки, подкрепленной 18-ю и 36-ю ребрами, снижение критической нагрузки составило соответственно 3 и 4 %. Расчет с помощью ПК ANSYS показал те же результаты.

При учете ползучести материала деформации со временем при постоянной нагрузке начинают расти, при этом оболочка может потерять устойчивость. На рисунке показаны кривые снижения критической нагрузки в результате развития ползучести в материале оболочки, найденные с помощью ПК ОБОЛОЧКА. Номер кривой означает вариант оболочки, индекс 0 означает, что оболочка не подкреплена ребрами.

Как видно из рисунка, чем больше кривизна оболочки, тем круче кривая снижения критической нагрузки, т. е. быстрее развивается ползучесть.

В ПК ANSYS построение графиков снижения критической нагрузки со временем требует самостоятельных действий пользователя, хотя возможности исследования ползучести в материале оболочек гораздо шире, так как имеется возможность использования различных теорий ползучести.

Таким образом, ПК ОБОЛОЧКА позволяет исследовать прочность и устойчивость подкрепленных оболочек при учете различных свойств материала с достаточно высокой точностью, при этом он прост в использовании.



Кривые снижения критической нагрузки от ползучести материала для оболочек различной кривизны

Библиографический список

1. Карпов, В.В. Программный комплекс исследования устойчивости оболочек / В.В. Карпов, Д.А. Баранова, Р.Т. Беркалиев. – СПб.: СПбГАСУ, 2009. – 102 с.
2. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н.Н. Малинин. – М.: Машиностроение, 1968. – 400 с.
3. Качанов, Л.М. Основы теории пластичности / Л.М. Качанов. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
4. Ржаницын, А.Р. Строительная механика / А.Р. Ржаницын. – М.: Высшая школа, 1982. – 400 с.
5. Новожилов, В.В. Теория тонких оболочек / В.В. Новожилов. – Л.: Судпромиздат, 1962. – 431 с.
6. Каплун, А.Б. ANSYS в руках инженера: практическое руководство / А.Б. Каплун, Е.М. Морозов, М.А. Олферьева. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 272 с.

УДК 532.529.5

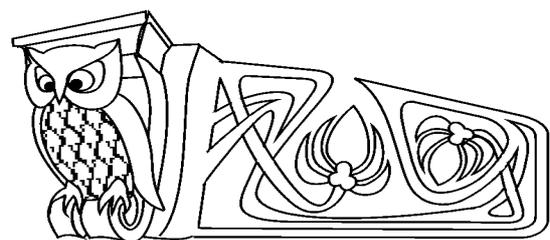
РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ В ПУЗЫРЬКОВЫХ ЗОНАХ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

М.Н. Галимзянов

Институт механики Уфимского научного центра РАН,
лаборатория дифференциальных уравнений механики
E-mail: monk@anrb.ru

Изучаются особенности эволюции волн в жидкости, содержащей область с пузырьками газа. Задача рассматривается с учетом двумерных эффектов. Представлены результаты исследований воздействия волнового импульса на твердую стенку, частично покрытую пузырьковой завесой.

Ключевые слова: волна давления, пузырьковая жидкость, пузырьковая область.



Propagation of Pressure Waves in Finite-Size Bubbles Zones

M.N. Galimzyanov

Institute of Mechanics, Ufa Science Center, RAS,
Laboratory of Differential Equations of Mechanics
E-mail: monk@anrb.ru

Peculiarities of pressure waves propagation in liquids with bubbly zones have been studied. The problem is studied taking into account two-dimensional effects. Results of the research of a wave impulse influence on the firm wall partially covered with a bubble screen are presented.

Key words: pressure wave, bubble liquid, bubble zone



К настоящему времени одномерные волны в пузырьковой жидкости достаточно подробно изучены [1, 2]. В данной работе исследована эволюция волн давления в жидкости, в которой находится пузырьковая зона конечных размеров. В связи с этим учитываются двумерные эффекты. Представлены также результаты исследования по действию волнового импульса на твердую стенку, частично покрытую пузырьковой завесой.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть в жидкости находится зона, заполненная смесью жидкости с пузырьками газа, ограниченная в общем случае цилиндрической поверхностью, образующая которой параллельна оси z (продольные размеры зоны значительно больше, чем поперечные размеры). Рассмотрим двумерные волновые возмущения. Такие возмущения могут инициироваться воздействием на систему граничным давлением, независящим от координаты z (например, $p = p^0(t, y)$ при $x = x_0$) (рис. 1).

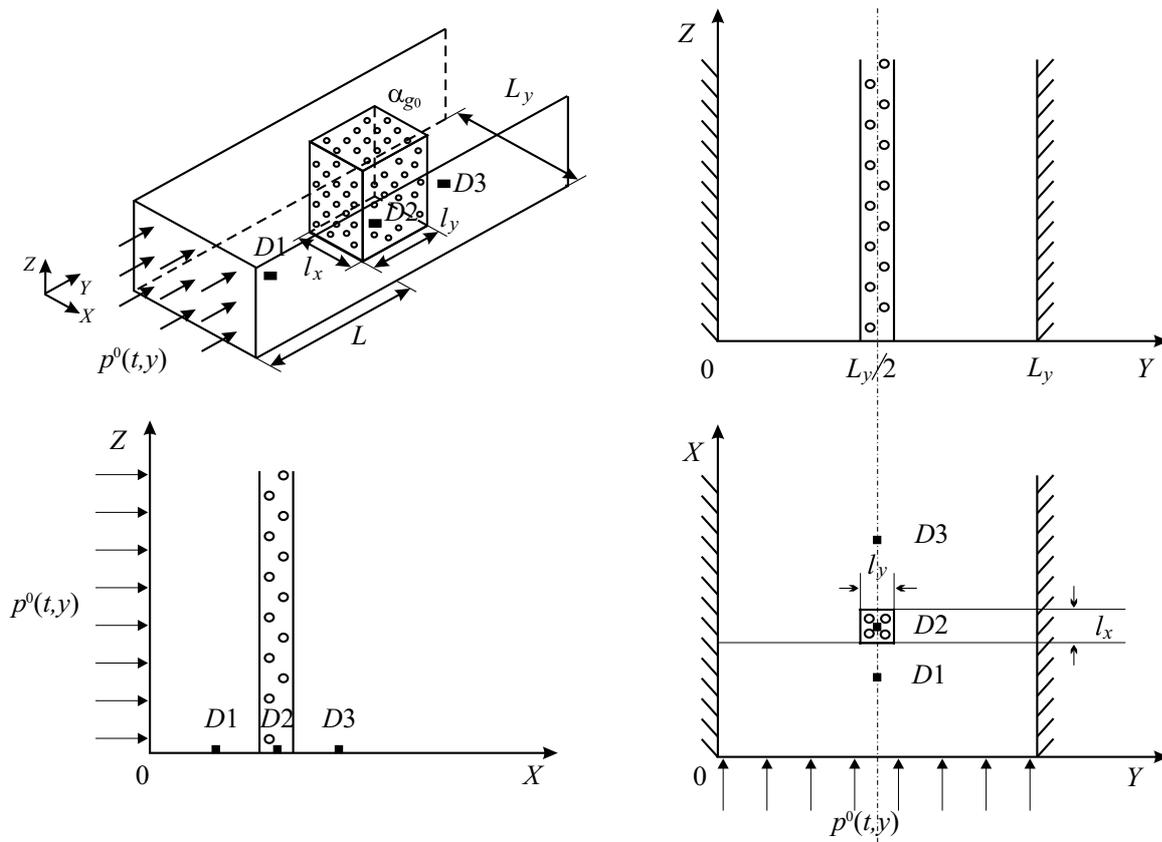


Рис. 1. Схематическое изображение расчетной области в пространстве и проекциях на оси координат: l_x , l_y — характерные линейные размеры пузырьковой зоны, L — расстояние по оси OX , на котором формируется импульс, L_y — ширина канала, $D1$, $D2$, $D3$ — датчики давления

Для описания движения в пузырьковой жидкости примем следующие основные допущения. В каждом элементарном объеме все пузырьки сферические и одного радиуса, вязкость и теплопроводность существенны лишь в процессе межфазного взаимодействия и, в частности, при пульсации пузырьков отсутствуют дробление и слипание пузырьков. Кроме того, будем рассматривать случай, когда отсутствует массообмен между фазами, а температуру жидкости (в отличие от температуры газа в пузырьках) можно считать постоянной. Для рассматриваемой смеси запишем систему макроскопических уравнений сохранения масс, числа пузырьков, импульса и давления в пузырьках в односкоростном приближении [1]:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= 0 \quad (i = l, g), & \frac{dn}{dt} + n \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= 0, \\ \rho \frac{du}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial x} &= 0, & \rho \frac{dv}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial y} &= 0, & \frac{dp_g}{dt} &= -\frac{3\gamma p_g w}{a} - \frac{3(\gamma - 1)q}{a}, \end{aligned}$$



$$w = \frac{da}{dt} \left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right),$$

$$\alpha_l + \alpha_g = 1, \quad \alpha_g = \frac{4}{3} \pi a^3 n, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \rho = \rho_g + \rho_l,$$

где a — радиус пузырьков, γ — показатель адиабаты для газа, p_i — давления фаз, ρ_i^0 — истинные плотности фаз, α_i — объемные содержания фаз, q — интенсивность теплообмена, n — число пузырьков в единице объема, w — радиальная скорость движения стенки пузырька. Скорости u и v соответствуют движению по координатам x и y . Нижними индексами $i = l, g$ отмечены параметры жидкой и газовой фаз.

При описании радиального движения в соответствии с уточнением, предложенным в работе [3], будем полагать, что $w = w_R + w_A$, где w_R описывается уравнением Рэлея – Ламба:

$$a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 + 4\nu_l \frac{w_R}{a} = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0},$$

ν_l — вязкость жидкости. Добавка w_A определяется из решения задачи о сферической разгрузке на сфере радиуса a в несущей жидкости в акустическом приближении

$$w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}.$$

Здесь C_l — скорость звука в «чистой» (без пузырьков) жидкости. Жидкость примем акустически сжимаемой, а газ — калорически совершенным

$$p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \quad p_g = \rho_g^0 R T_g,$$

где R — газовая постоянная, T_g — температура. Здесь и далее индексами 0 внизу снабжены параметры, относящиеся к начальному невозмущенному состоянию.

Тепловой поток q задается приближенным конечным соотношением [1]:

$$q = \text{Nu} \lambda_g \frac{T_g - T_0}{2a}, \quad \frac{T_g}{T_0} = \frac{p_g}{p_0} \left(\frac{a}{a_0} \right)^3,$$

$$\text{Nu} = \begin{cases} \sqrt{\text{Pe}}, & \text{Pe} \geq 100, \\ 10, & \text{Pe} < 100, \end{cases} \quad \text{Pe} = 12(\gamma - 1) \frac{T_0}{|T_g - T_0|} \frac{a|w|}{\kappa_g}, \quad \kappa_g = \frac{\lambda_g}{c_{pg} \rho_g^0},$$

где $T_0 = \text{const}$ — температура жидкости, λ_g и c_{pg} — теплопроводность и теплоемкость газа при постоянном давлении, Nu — число Нуссельта.

Для пузырьковой смеси, описанной выше, известна частота собственных колебаний пузырьков (частота Миннаэрта) ω_M и равновесная скорость звука C :

$$\omega_M = \sqrt{\frac{3\gamma p_0}{\rho_{l0}} \frac{1}{a_0}}, \quad C = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\alpha_{g0} \rho_{l0}}}.$$

Принятая система уравнений позволяет адекватно описывать динамику волн с достаточно «крутыми» участками, когда сжатие пузырьков определяется не только эффектами радиальной инерции несущей жидкости, но и акустической разгрузкой на пузырьках, и, следовательно, сжимаемостью жидкости. Кроме того, из этой математической модели в частном случае при $\alpha_g = 0$ следует волновое уравнение для акустически сжимаемой жидкости. При исследовании взаимодействия волн в «чистой» жидкости с пузырьковой зоной это обстоятельство, в свою очередь, позволяет использовать сквозные методы расчета.

2. МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

Для численного анализа задачи об эволюции волн в жидкости при наличии в ней пузырьковой зоны удобнее пользоваться системой уравнений, приведенной ранее, записанной в лагранжевых переменных. Это, в частности, связано с тем, что в лагранжевых координатах пузырьковая зона непо-



движна. Из приведенных уравнений после некоторых преобразований можно получить следующую систему в лагранжевых переменных:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho J} \left(\frac{\partial p_l}{\partial x_0} \frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial p_l}{\partial y_0} \frac{\partial y}{\partial x_0} \right), & \frac{\partial x}{\partial t} &= u, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho J} \left(\frac{\partial p_l}{\partial y_0} \frac{\partial x}{\partial x_0} - \frac{\partial p_l}{\partial x_0} \frac{\partial x}{\partial y_0} \right), & \frac{\partial y}{\partial t} &= v, \\ \frac{\partial p_l}{\partial t} &= \frac{C_l^2 \rho_l^0}{1 - \alpha_g} \left[\frac{3\alpha_g}{a} w + \left(\frac{\alpha_g}{J} + \frac{\rho_{l0}}{J^2 \rho_l^0} \right) \frac{\partial J}{\partial t} \right], \\ \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} &= \frac{3\alpha_g}{a} w - \frac{\alpha_g}{J} \frac{\partial J}{\partial t}, & \frac{\partial p_g}{\partial t} &= -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma - 1)}{a} q, \\ \frac{\partial a}{\partial t} &= w = w_R + w_A, \\ \frac{\partial w_R}{\partial t} &= \left[\frac{p_g - p_l}{\rho_l^0} - \frac{3}{2} w_R^2 - 4\nu_l \frac{w_R}{a} \right] \frac{1}{a}, & w_A &= \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}, \\ \left(J = \frac{\partial x}{\partial x_0} \frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial x}{\partial y_0} \frac{\partial y}{\partial x_0}, \quad \frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x_0} \frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial u}{\partial y_0} \frac{\partial y}{\partial x_0} + \frac{\partial x}{\partial x_0} \frac{\partial v}{\partial y_0} - \frac{\partial x}{\partial y_0} \frac{\partial v}{\partial x_0} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где x_0 и y_0 — лагранжевые переменные, в качестве которых берутся начальные эйлеровы координаты, J — якобиан перехода от лагранжевых к эйлеровым переменным [4].

Система (1) решается численно по явной схеме. Причем не требуется вводить искусственную вязкость, поскольку приведенные уравнения из-за учета межфазного теплообмена и акустической разгрузки являются системой с естественной диссипацией [4].

Приведем принцип построения разностной схемы, которая принята для решения данной задачи. Для аппроксимации дифференциальных уравнений используем равномерную шахматную сетку:

$$\begin{aligned} &(x_{0i}, y_{0j}, t_k), \quad (x_{0i+1/2}, y_{0j+1/2}, t_k), \\ x_{0i+1} &= x_{0i} + h_{x_0}, \quad x_{0i+1/2} = x_{0i} + 0,5h_{x_0}, \quad i = 0, 1, \dots, N_1 - 1, \\ y_{0j+1} &= y_{0j} + h_{y_0}, \quad y_{0j+1/2} = y_{0j} + 0,5h_{y_0}, \quad j = 0, 1, \dots, N_2 - 1, \\ x_{00} &= 0, \quad x_{0N_1} = M_1, \quad y_{00} = 0, \quad y_{0N_2} = M_2, \\ t_{k+1} &= t_k + \tau, \quad t_k = k\tau, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned}$$

где h_{x_0} , h_{y_0} и τ — соответственно шаги по координатам X , Y и времени. К узлам сетки (x_{0i}, y_{0j}, t_k) будем относить сеточные функции скоростей u_{ij}^k , v_{ij}^k и эйлеровых переменных x_{ij}^k и y_{ij}^k , к «полуцелым» точкам $(x_{0i+1/2}, y_{0j+1/2}, t_k)$ — сеточные функции всех остальных параметров. Такая аппроксимация обеспечивает устойчивость решения волновых задач в однофазных системах (жидкостях и газах) конечно-разностным методом [4].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

На рис. 2 представлены результаты расчетов для случая, когда колоколообразный волной импульс

$$p^0(t, y) = p_0 + \Delta p_0 \cdot \exp \left[-\left(\frac{t - \delta t/2}{\delta t/2} \right)^2 \right], \quad (2)$$

образованный плоским ударом на границе x_0 , распространяется в полубесконечном канале, наполненном водой, при наличии в середине канала зоны конечных размеров, заполненной водовоздушной смесью (рис. 1). Здесь $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Па — первоначальное давление, $\Delta p_0 = 3 \cdot 10^5$ Па — амплитуда импульса, $\delta t = 10^{-3}$ с — характерная временная протяженность импульса. Здесь и далее на рисунках импульс падает на завесу, полностью сформировавшись в области «чистой» жидкости ($C_l \delta t < L$). Расчетная область взята достаточно широкой, так, чтобы вторичные сигналы, образованные от стенок области в период взаимодействия волнового импульса с завесой, не сказывались.

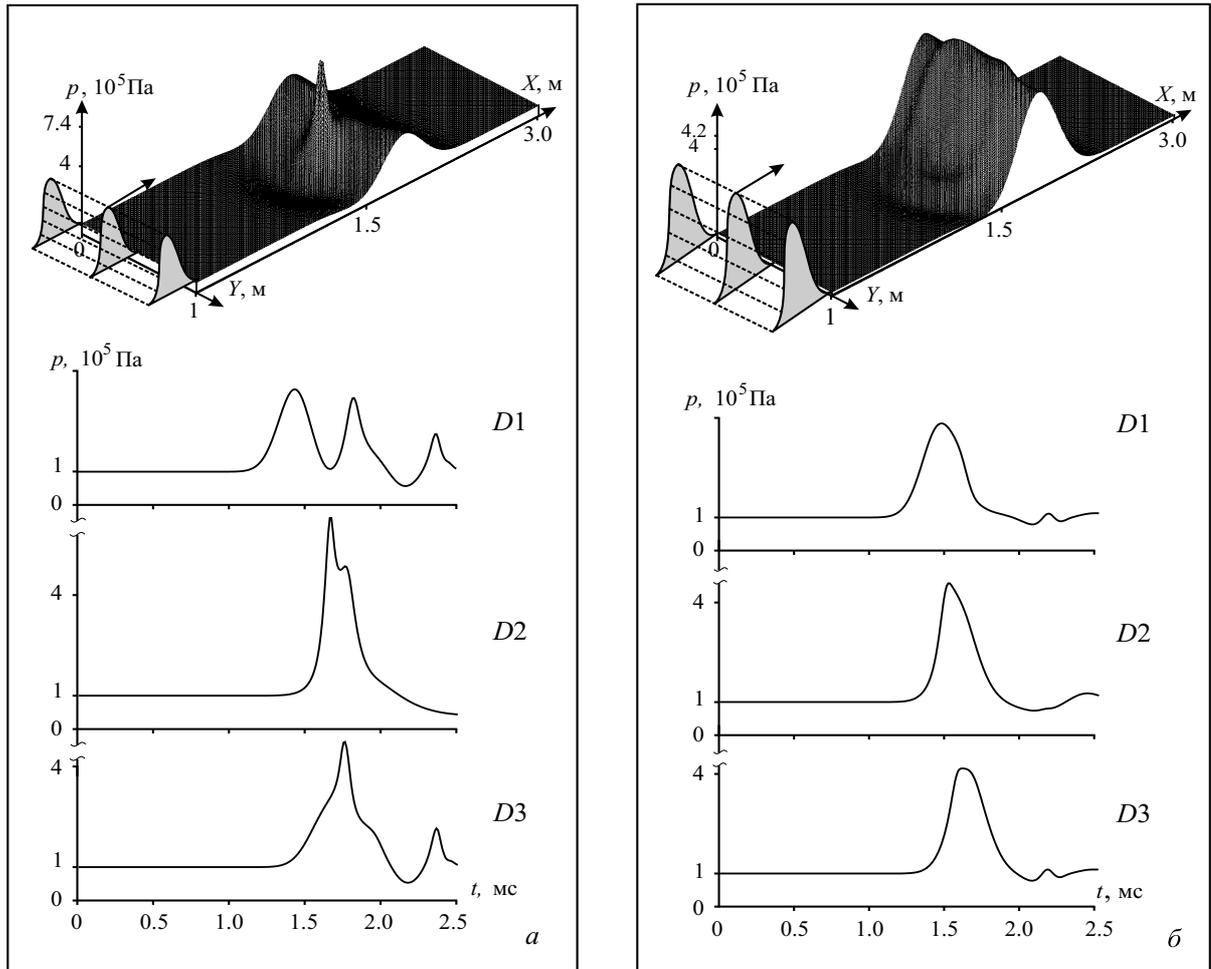


Рис. 2. Влияние начального объемного содержания газа в пузырьковой зоне на динамику волнового импульса. Случаи *a* и *б* соответствуют $\alpha_{g0} = 10^{-2}$ и 10^{-3}

На рис. 2 представлены расчеты, которые иллюстрируют влияние начального объемного содержания газа в пузырьковой зоне на динамику волнового импульса. Приведены расчетные осциллограммы $p(t)$ для датчиков *D1*, *D2* и *D3*, которые расположены соответственно перед пузырьковой зоной на расстоянии 0.1 м, в середине пузырьковой зоны и за зоной на расстоянии 0.05 м от ее задней границы. Распределения давления для обеих случаев приведены для момента времени $t = 1.7 \cdot 10^{-3}$ с. Остальные параметры системы: $a_0 = 10^{-3}$ м, $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Па, $T_0 = 300$ К, $\lambda = 2.6 \cdot 10^{-2}$ Дж/(К·с·м), $\rho_l^0 = 1000$ кг/м³, $\rho_g^0 = 1.29$ кг/м³, $c_g = 1006$ Дж/(К·кг), $l_x = l_y = 0.05$ м, $\Delta p_0 = 3 \cdot 10^{-5}$ Па, $\delta t = 10^{-3}$ с. Видно, когда $\alpha_{g0} = 10^{-2}$ (см. рис. 2, *a*) из-за двумерных эффектов внутри пузырьковой зоны в некоторые моменты времени могут реализовываться башнеобразные распределения давления. При этом датчик давления, расположенный в середине пузырьковой области, будет регистрировать всплески давления, превышающие амплитуду исходного импульса. Для представленного примера датчик *D2* регистрирует сигнал с амплитудой около $6 \cdot 10^5$ Па, что на $2 \cdot 10^5$ Па превышает амплитуду первоначального сигнала. Этот башнеобразный всплеск давления, уменьшаясь по амплитуде, «сносится» по направлению движения основной волны. Такая картина видна из расчетной осциллограммы для датчика *D3* (регистрируемая амплитуда превышает первоначальный сигнал примерно на $1 \cdot 10^5$ Па). Когда $\alpha_{g0} = 10^{-3}$ (см. рис. 2, *б*), внутри пузырьковой области тоже могут реализовываться всплески давления, превышающие по амплитуде первоначальный сигнал, но при этом разница амплитуд первоначального импульса и давления, реализованного в середине области, небольшая, примерно $0.5 \cdot 10^5$ Па. Из анализа рис. 2 следует, что из-за большого объемного содержания пузырьков сильно снижается скорость распространения возмущений в пузырьковой зоне, что, в свою очередь, обеспечивает более симметричную картину куммуляции волны в центр зоны.



Рис. 3 иллюстрирует влияние начального размера пузырьков в завесе на характер эволюции волнового импульса, заданного в виде (2), в полубесконечном канале, содержащем пузырьковую зону. На рис. 3 представлены осциллограммы для датчиков $D1$, $D2$ и $D3$. Из рис. 3 следует, что для более крупных пузырьков датчик, расположенный в середине пузырьковой зоны, фиксирует сигнал, меньший по амплитуде, чем первоначальный, в то время как для более мелких пузырьков $a_0 = 10^{-3}$ м (см. рис. 2, a), прохождение волнового импульса сопровождается проявлением в области пузырьковой зоны башнеобразных распределений давления, амплитуда которого превышает амплитуду первоначального сигнала.

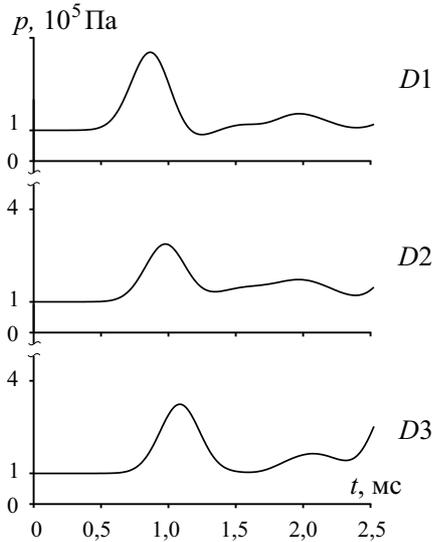


Рис. 3. Влияние начального размера пузырьков в завесе на характер эволюции волнового импульса. Расположение датчиков, параметры исходного импульса и смеси, кроме радиуса пузырьков такие же, как на рис. 2. Начальный радиус пузырьков $a_0 = 10^{-2}$ м

Из волновой динамики пузырьковой жидкости известно, что при прохождении волны пузырьки начинают осциллировать с характерными временами пульсации ω_M^{-1} . При этом если это время пульсации близко по значению с характерной протяженностью импульса, т. е. $\omega_M^{-1} \simeq \delta t$, то это приводит к значительному увеличению эффектов диссипации и дисперсии [1]. Таким образом, для $a_0 = 10^{-2}$ м (см. рис. 3) $\omega_M^{-1} \simeq \delta t$, и внутри завесы происходит сильное затухание возмущения. Когда $a_0 = 10^{-3}$ м (см. рис. 2, a), $\omega_M^{-1} < \delta t$, при этом затухание волновых возмущений происходит слабее, и в некоторых точках внутри пузырьковой завесы могут наблюдаться башнеобразные распределения давления, превышающие по амплитуде первоначальный импульс. Отметим, что затухание волнового импульса для более крупных пузырьков может быть еще обусловлено диссипацией, связанной с акустической разгрузкой на пузырьках [3].

Численные исследования показали, что эволюция волнового импульса в жидкости, содержащей пузырьковую зону конечных размеров, сопровождалась образованием в завесе башнеобразных распределений давлений, превышающих амплитуду первоначального сигнала, необходимо выполнение следующего условия

$$\lambda_b \gg l_y, \tag{3}$$

где $\lambda_b = C\delta t$ — характерная пространственная ширина импульсного сигнала в пузырьковой жидкости, в противном случае ($\lambda_b \leq l_y$), частицы двухфазной системы, находящиеся внутри пузырьковой зоны, «не чувствуют» внешний импульсный сигнал [5, 6]. Из анализа рис. 2 и 3 следует, что только этого условия недостаточно. Наряду с условием (3), для реализации более симметричной кумуляции волны в завесе необходимо, чтобы в завесе было большое объемное содержание газа, а также необходимо подобрать пузырьки такого радиуса, чтобы сигнал в завесе затухал как можно меньше.

Пусть одна из боковых границ расчетной области, которая является жесткой стенкой, частично покрыта пузырьковой завесой (рис. 4, a). Исследуем воздействие волнового импульса на участок твердой поверхности, которая покрыта завесой (рис. 5). Случаи a и b на рис. 5 соответствуют протяженностям импульсов $\delta t = 10^{-4}$ и 10^{-3} с. Распределения давления $p(x, y)$ приведены в моменты $t = 6 \cdot 10^{-4}$ с (см. рис. 5, a) и $1.5 \cdot 10^{-3}$ с (см. рис. 5, b). Остальные параметры импульса и сигнала такие же, как на рис. 2. Из расчетных осциллограмм, соответствующих показаниям датчика $D2$, видно, что при распространении более длительного сигнала (см. рис. 5, b) из-за двумерных эффектов участок стены, который покрыт завесой, может «почувствовать» башнеобразное распределение давления с амплитудой, превышающей амплитуду первоначального сигнала (для данного случая разница амплитуд составляет приблизительно $2 \cdot 10^5$ Па). Этот башнеобразный всплеск давления, уменьшаясь по амплитуде, «скользит» по стенке по направлению распространения основной волны. Такая картина видна из расчетной осциллограммы для датчика $D3$ (регистрируемая амплитуда превышает первоначальную примерно на $1 \cdot 10^5$ Па). В случае коротковолнового сигнала (см. рис. 5, a) датчик $D2$ практически «не чувствует» внешний импульсный сигнал, а датчик $D3$ фиксирует ослабленный сигнал с амплитудой $1 \cdot 10^5$ Па.

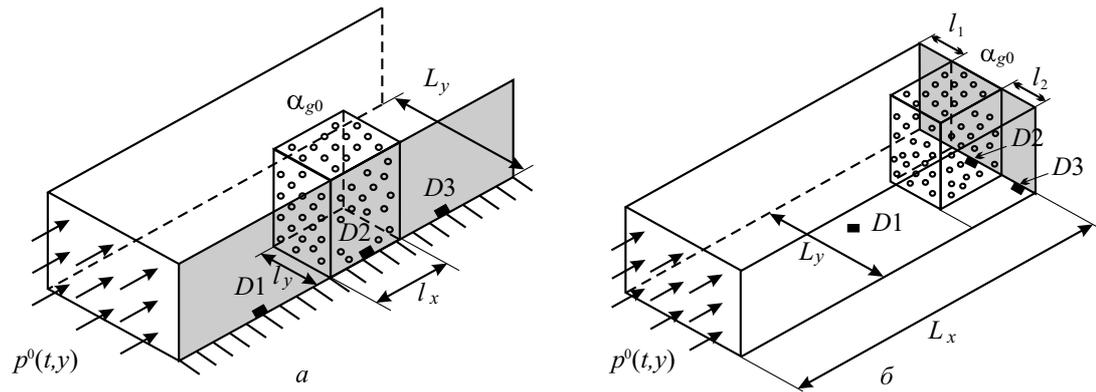


Рис. 4. Схематическое изображение расчетной области в пространстве. Представлено схематическое расположение датчиков $D1$, $D2$ и $D3$.

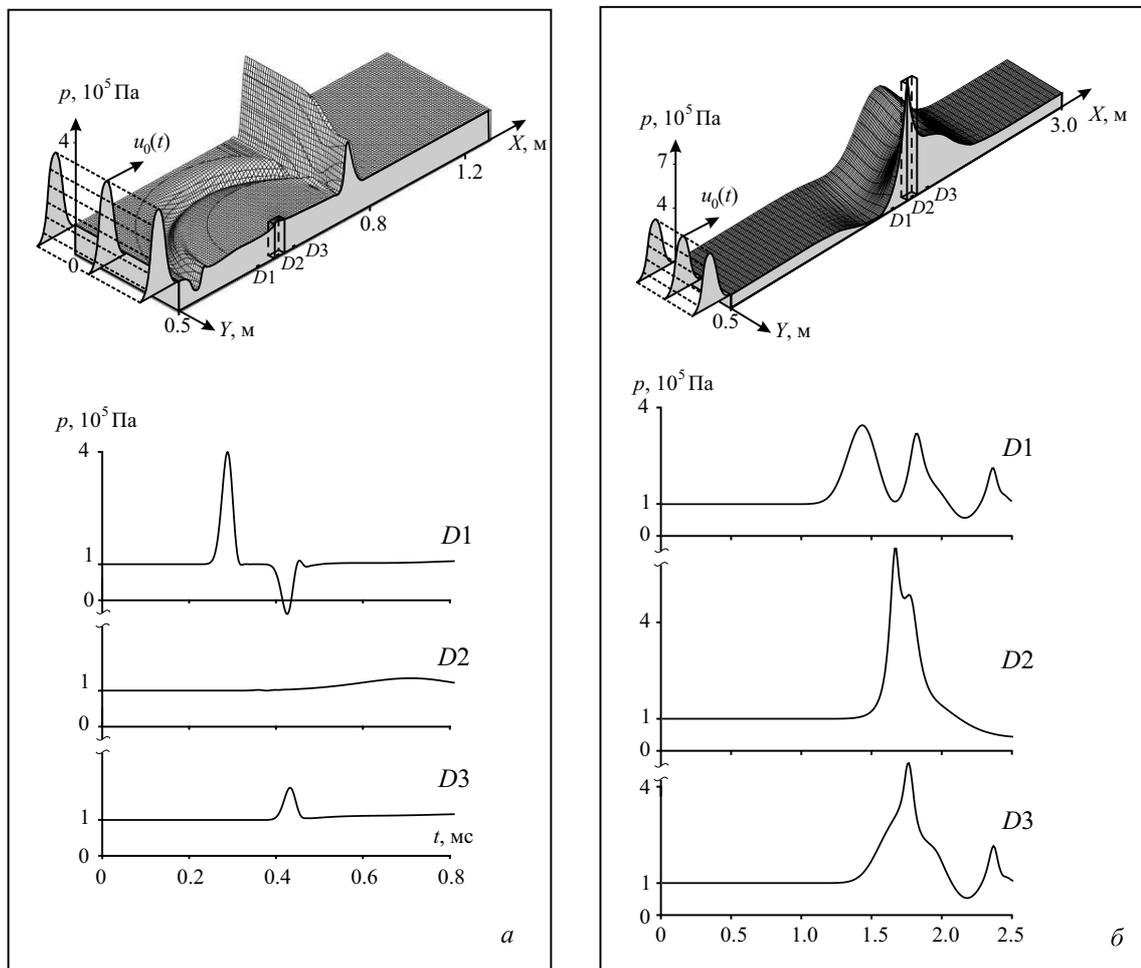


Рис. 5. Воздействие импульсного сигнала на боковую стенку, которая частично покрыта пузырьковой зоной. Датчик $D1$ расположен на стенке на расстоянии 0.1 м от передней границы завесы, $D2$ — в середине завесы, $D3$ — на расстоянии 0.05 м от задней границы завесы

Для результатов приведенных выше, расчеты проводились для полубесконечного канала, ограниченного с двух боков жесткими стенками. Рассмотрим ситуацию, когда канал ограничен и по направлению оси Ox , т.е. на некотором расстоянии L_x от места инициализации сигнала ($x = x_0$) расположена твердая стенка. Изучим фронтальное воздействие импульсного сигнала на стенку, частично покрытую пузырьковой завесой. Будем полагать, что завеса расположена в середине канала, т.е. $l_1 = l_2$ (см. рис. 4, б). Видно (рис. 6), что датчик $D1$ фиксирует первоначальный импульс (обращенный вверх), отраженный сигнал (волну разряжения, обращенную вниз) и сигнал, отраженный

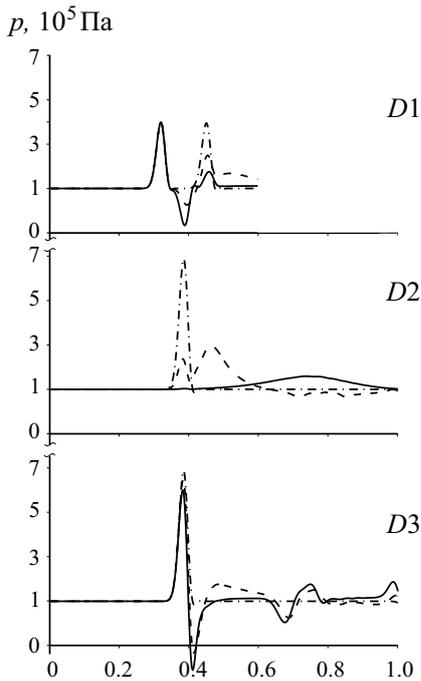


Рис. 6. Фронтальное воздействие импульсного сигнала на твердую стенку, частично покрытую пузырьковой зоной. Расположение датчиков $D1$ и $D2$ см. на рис. 2. Датчик $D3$ расположен на стенке, но вне участка стенки, покрытого завесой, на расстоянии 0.05 м от боковой границы пузырьковой зоны

от твердой стенки (волну сжатия). Штрихпунктирная линия соответствует случаю отсутствия перед стенкой завесы. Сплошная и пунктирная линии соответствуют объемному содержанию газа в завесе $\alpha_{g0} = 10^{-2}$ и 10^{-3} . Параметры импульса и системы следующие: $\delta t = 10^{-4}$ с, $L_y = 0.95$ м, $l_1 = l_2 = 0.45$ м, $L_x = 0.5$ м. Остальные параметры такие же как на рис. 2. Из показаний датчика $D2$ следует, что пузырьковая завеса конечных размеров в зависимости от объемного содержания газа существенно уменьшает амплитуду воздействия на стенку волнового импульса. Видно, что импульс, первоначально имевший амплитуду $3 \cdot 10^5$ Па, пройдя через завесу с объемным содержанием $\alpha_{g0} = 10^{-2}$ или 10^{-3} , воздействует на стенку с амплитудой $0.5 \cdot 10^5$ Па или $2 \cdot 10^5$ Па соответственно. В случае отсутствия завесы на стенку воздействует сигнал с амплитудой около $6 \cdot 10^5$ Па. При этом необходимо отметить, что в случае наличия завесы увеличивается время воздействия на стенку. Датчик $D3$ фиксирует падающий сигнал (обращенный вверх), и «пристегнутый» к нему сигнал, отраженный от границы завесы (волна разряжения, обращенная вниз), фиксирует остальные всплески давления, это возмущения, отраженные от боковой границы расчетной области. Из показаний этого датчика следует, что для некоторых точек жесткой стенки наличие на расстоянии 0.05 м от них прямоугольной пузырьковой зоны, во-первых, уменьшает амплитуду воздействия импульсного сигнала примерно на $1 \cdot 10^5$ Па, во-вторых, эти точки «чувствуют» волну разряжения, которая в зависимости от длительности и амплитуды может вызвать откольные разрушения объектов, находящихся на твердой стенке.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Установлено, что эволюция импульсного сигнала в полубесконечном канале, содержащем пузырьковую завесу конечных размеров, и воздействие такого сигнала на боковую границу канала, содержащего пристеночную пузырьковую завесу конечных размеров, может сопровождаться проявлением башнеобразных распределений давления, превосходящих по амплитуде первоначальный сигнал. Эти всплески давления проявляются при следующих условиях. Во-первых, необходимо, чтобы характерная длина импульсного сигнала превышала размеры пузырьковой зоны. Во-вторых, для более симметричной картины кумуляция возмущений необходимо наличие большого количества газа (для результатов, приведенных в данной работе $\alpha_{g0} > 10^{-3}$) и, в-третьих, нужно подобрать пузырьки такого размера, чтобы сигнал в завесе затухал как можно меньше.

Когда по твердой стенке, имеющей пристеночную пузырьковую завесу конечных размеров, «бьет» волновой импульс, завеса в зависимости от параметров может существенно уменьшить воздействие импульсного сигнала. Пристеночная пузырьковая завеса влияет и на участки, которые находятся на некотором расстоянии от завесы. Эти участки могут почувствовать ослабленный сигнал на стенке и «пристегнутую» к основному импульсу волну разряжения.

Автор выражает благодарность научному руководителю д-ру физ.-мат. наук, профессору Владиславу Шайхулагамовичу Шагапову за полезные замечания и постоянный интерес к исследовательской работе автора.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-97033), Программы Фонда фундаментальных исследования ОЭММПУ РАН (проект ОЕ-15) и Программы Фонда фундаментальных исследований Президиума РАН (проект П-17).



Библиографический список

1. Нигматулин, Р.И. Динамика многофазных сред: в 2 т. / Р.И. Нигматулин. – М.: Наука, 1987. – Т. 1, 2. – 360 с.
2. Кутателадзе, С.С. Тепло-, массообмен и волны в газожидкостных системах / С.С. Кутателадзе, В.Е. Накоряков. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1987. – 302 с.
3. Нигматулин, Р.И. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волн в пузырьковой среде / Р.И. Нигматулин, В.Ш. Шагапов, Н.К. Вахитова // Докл. АН СССР. – 1989. – Т. 304, № 5. – С. 1077–1088.
4. Самарский, А.А. Разностные методы решения задач газовой динамики / А.А. Самарский, Ю.П. Попов. – М.: Наука, 1980. – 352 с.
5. Нигматулин, Р.И. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны / Р.И. Нигматулин, В.Ш. Шагапов, И.К. Гималудинов, М.Н. Галимзянов // Докл. АН. – 2001. – Т. 378, № 6. – С. 763–767.
6. Шагапов, В.Ш. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьки / В.Ш. Шагапов, И.К. Гималудинов, М.Н. Галимзянов // Механика жидкости и газа. – 2002. – № 2. – С. 139–147.

УДК 517.958:531.72, 517.958:539.3(4)

РАЗРЕШИМОСТЬ В ЦЕЛОМ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИФфуЗИИ В СЛАБОСЖИМАЕМОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

С.А. Гриценко

Белгородский государственный университет,
кафедра прикладной математики и механики
E-mail: sgritsenko@bsu.edu.ru

В работе рассматривается система уравнений, состоящая из уравнений Стокса, описывающих движение слабосжимаемой вязкой жидкости, в которой кинематическая вязкость жидкости зависит от концентрации примеси, и конвективного уравнения диффузии. Доказывается существование обобщенного решения начально-краевой задачи в ограниченной области с однородным условием Дирихле для скорости жидкости и однородным условием Неймана для концентрации примеси.

Ключевые слова: слабосжимаемая вязкая жидкость, уравнение Стокса, конвективное уравнение диффузии.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть $\Omega \in \mathbb{R}^3$ — ограниченная связная область с липшицевой границей Γ , $\mathbf{v}(x, t) = (v_1(x, t), v_2(x, t), v_3(x, t))$ — скорость жидкости, $p(x, t)$ — давление, $c(x, t)$ — концентрация примеси.

В безразмерных (не отмеченных звездочкой) переменных $\mathbf{x}_* = \mathbf{x}L$, $t_* = t\tau$, $\mathbf{v}_* = \mathbf{v}L$, $\mathbf{F}_* = \mathbf{F}g$, $p_* = pp_0$ изучаемая система уравнений для скорости жидкости $\mathbf{v}(x, t)$, давления $p(x, t)$ и концентрации примеси $c(x, t)$ имеет вид

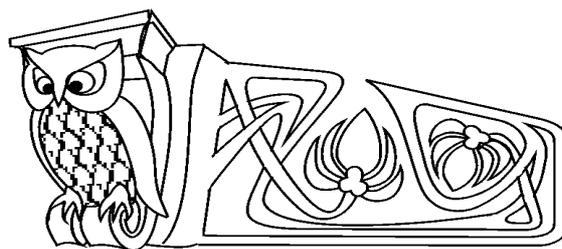
$$\alpha_\tau \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \operatorname{div} (\alpha_\mu \mu(c) \nabla \mathbf{v}) + (\alpha_\nu \operatorname{div} \mathbf{v} - p) \mathbb{I} + \mathbf{F}, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \alpha_p \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad (1.2)$$

$$\mathbf{v}(x, t) = 0 \quad \text{при } x \in \Gamma, \quad \mathbf{v}(x, 0) = 0 \quad \text{при } x \in \Omega, \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla c = \alpha_D \Delta c \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial c(x, t)}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad \text{при } x \in \Gamma, \quad c(x, 0) = c_0(x), \quad \text{при } x \in \Omega, \quad (1.5)$$



The Global Solvability of the Problem of Nonlinear Diffusion and Slow Convection in Slightly Compressible Viscous Fluid

S.A. Gritsenko

Belgorod State University,
Chair of Applied Mathematics and Mechanics
E-mail: sgritsenko@bsu.edu.ru

The paper deals with Stokes system, corresponding to the motion of slightly compressible viscous fluid where kinematic viscous depends on the admixture concentration. The system also contains the convective diffusion equation. The article proves the existence of generalized solution of the initial-boundary problem for this system in the limited domain with the homogeneous Dirichlet condition for the fluid velocity and the homogeneous Neumann condition for the concentration of admixture on the boundary of domain.

Key words: slightly compressible viscous fluid, Stokes equation, convective diffusion equation.