и её приложения. Тбилиси, 2006. Т. 38. С. 82–94.
3. *Прядиев В. Л.* Численная схема решения начально-краевой задачи для волнового уравнения на одномерной пространственной сети при обобщённо-гладких условиях трансмиссии // Вестн. Самар. гос. ун-та. Естественнонауч. сер. 2008. № 8/2 (67). С. 195–202.
4. *Покорный Ю.В., Пенкин О.М., Прядиев В.Л. и др.* Дифференциальные уравнения на геометрических графах. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 272 с.
5. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ, 1999. 799 с.
6. *Фихтенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления: В 3 т. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. Т. II. 808 с.

УДК 512.571 + 515.122.55

АЛГЕБРЫ НЕПРЕРЫВНЫХ МУЛЬТИФУНКЦИЙ

В.А. Молчанов

Саратовский государственный университет,
кафедра геометрии
E-mail: V.Molchanov@inbox.ru

С помощью методов нестандартного анализа изучаются непрерывные сходимости в пространстве мультифункций и описываются псевдотопологические алгебры непрерывных мультифункций.

Ключевые слова: сходимости в пространстве мультифункций, алгебры отношений, нестандартный анализ.

Algebras of Continuous Multifunctions

V.A. Molchanov

Saratov State University,
Chair of Geometry
E-mail: V.Molchanov@inbox.ru

With the help of methods of nonstandard analysis we investigate continuous convergences in the space of multifunctions and describe pseudotopological algebras of continuous multifunctions.

Key words: convergences in the space of multifunctions, algebras of relations, nonstandard analysis.

ВВЕДЕНИЕ

Как показывают результаты исследований [1, 2], разработанная В.В. Вагнером теория отношений [3] является эффективным инструментом в изучении сходимостей в функциональных пространствах на основе нестандартного подхода к топологии [4]. Настоящая статья продолжает эти исследования и посвящена изучению непрерывных сходимостей в пространстве мультифункций с помощью методов алгебры отношений [3] и нестандартного анализа [5]. В начале работы канонически определяются непрерывные сходимости мультифункций и обосновывается их согласованность с отображением вычисления. Здесь также приводятся условия, при которых непрерывные сходимости являются топологиями, хаусдорфовыми или регулярными сходимостями, описываются компактные множества мультифункций. Основные результаты работы описывают псевдотопологические алгебры непрерывных мультифункций.

Основные результаты работы докладывались на Международной конференции, посвященной 100-летию профессора В.В. Вагнера.

В работе используются методы нестандартного анализа [5], общепринятая топологическая терминология [6, 7] и отдельные результаты из нестандартной топологии [2, 4].

Как обычно [4], для простоты рассуждений основные множества X рассматриваемых пространств сходимости считаются подмножествами множества индивидов $\mathbf{S}$, над которым строится теоретико-множественная суперструктура $V(\mathbf{S})$ [5]. Для таких множеств X определено нестандартное расширение ${}^*X$ и любой фильтр $\mathcal{F}$ над X полностью определяется своей монадой $\mu\mathcal{F} = \bigcap\{{}^*A : A \in \mathcal{F}\}$. Монады ультрафильтров над множеством X разбивают расширение ${}^*X$ на классы эквивалентности ε_X. Подмножество $M \subset {}^*X$ называется насыщенным, если $\varepsilon_X(M) \subset M$, и монадой, если $M = \mu\mathcal{F}$ для некоторого фильтра $\mathcal{F}$ над множеством X.

При нестандартном подходе к топологии [4] произвольная сходимость [6] на множестве X определяется соответствием $\rho \subset X \times {}^*X$, для которого все значения $\rho(a) = \{x \in {}^*X : (a, x) \in \rho\}$ $(a \in X)$ являются насыщенными подмножествами ${}^*X$ и удовлетворяют условию $a \in \rho(a)$. Такие соответствия называются (нестандартными) сходимостями и на них распространяется топологическая терминология. Если сходимость на X — предтопология [6], то все $\rho(a)$ $(a \in X)$ являются монадами, и если сходимость на X задается топологией открытых множеств $\mathcal{O}_X$, то $\rho(a) = \bigcap\{{}^*A : a \in A \in \mathcal{O}_X\}$ $(a \in X)$.

Как известно [4], подмножество A пространства сходимости (X, ρ) открыто, замкнуто или компактно, если соответственно $\rho(A) \subset {}^*A$, $\overset{-1}{\rho}\,({}^*A) \subset A$ или ${}^*A \subset \rho(A)$.

1. НЕПРЕРЫВНЫЕ СХОДИМОСТИ МУЛЬТИФУНКЦИЙ

Пусть $X, Y \subset \mathbf{S}$ и $f \subset X \times Y$ — бинарное отношение между элементами множеств X, Y с областью определения $\mathrm{dom} f = X$. В этом случае каждому элементу $x \in X$ ставится в соответствие непустое множество $f(x) = \{y \in Y : (x, y) \in f\}$, которое называется образом элемента x относительно f. Такое отношение f обозначается $f : X \to Y$ и называется многозначным отображением X в Y, или мультифункцией на X с значениями в Y. В частности, если все образы $f(x)$ являются одноэлементными множествами, то f — обычная функция на X с значениями в Y. Множество всех функций (соответственно мультифункций) на X с значениями в Y обозначается символом $\mathcal{F}(X, Y)$ или просто $\mathcal{F}$ (соответственно $\mathcal{MF}(X, Y)$ или просто $\mathcal{MF}$).

Пусть на множествах X и Y заданы нестандартные сходимости ρ и σ. Как известно [1], непрерывность функции $f \in \mathcal{F}$ равносильна тому, что выполняется любое из эквивалентных условий:

$$(\text{а})\ \ {}^*f \circ \rho \subset \sigma \circ f \qquad \text{или} \qquad (\text{б})\ \ f \circ \overset{-1}{\rho} \subset \overset{-1}{\sigma} \circ {}^*f.$$

В случае многозначности функции f условия (а), (б) не эквивалентны и приводят к следующим трем видам непрерывности: мультифункция $f \in \mathcal{MF}$ называется непрерывной сверху, если для нее выполняется (а), непрерывной снизу, если выполняется (б), и непрерывной, если эта мультифункция непрерывна сверху и снизу, т.е. одновременно выполняются условия (а) и (б). Корректность такой классификации обосновывается в работе [2, теорема 1] ее согласованностью с общепринятой классификацией мультифункций [7], а именно если (X, ρ), (Y, σ) — топологические пространства, то для мультифункции $f : X \to Y$ условие ${}^*f \circ \rho \subset \sigma \circ f$ равносильно тому, что все образы $f(x)$ $(x \in X)$ компактны в Y и для любого замкнутого в Y множества B прообраз $\overset{-1}{f}\,(B)$ замкнут в X, а условие $f \circ \overset{-1}{\rho} \subset \overset{-1}{\sigma} \circ {}^*f$ равносильно тому, что для любого открытого в Y множества B прообраз $\overset{-1}{f}\,(B)$ открыт в X.

Множества всех непрерывных, непрерывных сверху и непрерывных снизу мультифункцией на X с значениями в Y обозначим соответственно $\mathcal{MF}_H$, $\mathcal{MF}_{HB}$ и $\mathcal{MF}_{HH}$. Разновидности понятия непрерывности мультифункций естественно приводят к следующим трем видам непрерывной сходимости мультифункций.

Непрерывная сверху (соответственно снизу) сходимость γ_{HB} (γ_{HH}) определяется на множестве мультифункций $\mathcal{MF}_{HB}$ $(\mathcal{MF}_{HH})$ по формуле

$$(f, h) \in \gamma_{HB} \ \Leftrightarrow\ h \circ \rho \subset \sigma \circ f \qquad \big((f, h) \in \gamma_{HH} \ \Leftrightarrow\ f \circ \overset{-1}{\rho} \subset \overset{-1}{\sigma} \circ h\big),$$

где $f \in \mathcal{MF}_{HB}$, $h \in {}^*\mathcal{MF}_{HB}$ $\quad (f \in \mathcal{MF}_{HH},\ h \in {}^*\mathcal{MF}_{HH})$. Непрерывная сходимость γ_H на множестве $\mathcal{MF}_H$ определяется по формуле $\gamma_H = \gamma_{HB} \cap \gamma_{HH}$. Корректность этих определений обосновывается в работе [2, лемма 1].

Непрерывные сходимости на множестве $\mathcal{MF}$ могут быть охарактеризованы также с помощью многозначного отображения вычисления $\lambda : \mathcal{MF} \times X \to Y$, которое для $f \in \mathcal{MF}$ и $x \in X$ определяется по формуле $\lambda(f, x) = f(x)$. По аналогии с работой [2, теорема 2] нетрудно показать, что непрерывные сходимости являются самыми слабыми сходимостями на соответствующих множествах мультифункций $\mathcal{MF}_{HB}$, $\mathcal{MF}_{HH}$ и $\mathcal{MF}_H$, при которых отображение вычисления λ непрерывно в соответствующем смысле.

С целью описания условий, при которых непрерывные сходимости мультифункций являются топологиями, введем следующие обозначения для пространства сходимости (X, ρ) : $\mathcal{K}_X$ — множество всех компактных подмножеств и $\mathcal{O}_X$ — множество всех открытых подмножеств этого пространства. Кроме того, для подмножеств $A \subset X$, $B \subset Y$ положим

$$(A, B) = \{f \in \mathcal{MF} : f(A) \subset B\}, \qquad)A, B(= \{f \in \mathcal{MF} : A \subset \overset{-1}{f}\,(B)\}.$$

По аналогии с работой [2, теорема 3] нетрудно показать, что для локально компактного пространства сходимости [6] (X,ρ) и топологического пространства (Y,σ) сходимость γ_{HB} на множестве $\mathcal{MF}_{HB}$ есть топология с базой $\mathcal{B}_{HB}=\{(K,U):\ K\in\mathcal{K}_X\ \wedge U\in\mathcal{O}_Y\}$, сходимость γ_{HH} на множестве $\mathcal{MF}_{HH}$ — топология с базой $\mathcal{B}_{HH}=\{)K,U(:\ K\in\mathcal{K}_X\ \wedge U\in\mathcal{O}_Y\}$ и сходимость γ_H на множестве $\mathcal{MF}_H$ — топология с базой $\mathcal{B}_H=\mathcal{B}_{HB}\cup\mathcal{B}_{HH}$.

Кроме того, по аналогии с работой [2, лемма 2, теорема 4] нетрудно показать, что для хаусдорфова (соответственно, регулярного) пространства сходимости (Y,σ) непрерывная сходимость γ_H на множестве $\mathcal{MF}_H$ также хаусдорфова (соответственно регулярна).

По аналогии с известной теоремой Арцела – Асколи [8] и результатами [2, теоремы 5, 6] можно описать компактные подмножества рассматриваемых пространств мультифункций с непрерывными сходимостями. В частности, если (X,ρ) — произвольное пространство сходимости и пространство сходимости (Y,σ) хаусдорфово и регулярно, то относительная компактность [6] любого подмножества $\mathcal{P}$ в пространстве сходимости $(\mathcal{MF}_H,\gamma_H)$ равносильна тому, что

$$\text{все}\quad h\in{}^*\mathcal{P}\quad\text{удовлетворяют условию}\quad h\circ\rho\circ\overset{-1}{\rho}\subset\sigma\circ\overset{-1}{\sigma}\circ h. \tag{1}$$

В заключение остановимся на стандартной интерпретации полученных результатов. Пусть $(X,\mathcal{O}_X)$ и $(Y,\mathcal{O}_Y)$ — произвольные топологические пространства. С помощью принципа переноса [5] нетрудно убедиться, что подмножество $\mathcal{P}\subset\mathcal{MF}_H$ удовлетворяет условию (1), если для любых $x\in X$, $B\in\mathcal{O}_Y$ найдется такая окрестность $A\in\mathcal{O}_X$ точки x, что из $f(x)\subset B$ следует $f(A)\subset B$, и, с другой стороны, для любой окрестности $B\in\mathcal{O}_Y$ произвольной точки $y\in Y$ найдутся такие $A\in\mathcal{O}_X$ и $C\in\mathcal{O}_Y$, что $y\in C$ и из $A\cap\overset{-1}{f}(C)\neq\emptyset$ следует $A\subset\overset{-1}{f}(B)$. Это позволяет дать стандартную интерпретацию последнему результату и получить аналог основной теоремы работы [9].

2. АЛГЕБРЫ МУЛЬТИФУНКЦИЙ

Пусть Ω — алгебраическая сигнатура, состоящая из символов операций конечной арности. Напомним [10], что псевдотопологической Ω-алгеброй называется алгебра $\mathcal{A}=(A,\Omega,\alpha)$ сигнатуры Ω с заданной на основном множестве A сходимостью α, относительно которой непрерывны все операции Ω-алгебры $\mathcal{A}$.

Легко видеть, что алгебраическая структура сигнатуры Ω естественно продолжается на множество всех подмножеств базисного множества A по формуле

$$F_A(X_1,\dots,X_n)=\{F_A(x_1,\dots,x_n):\ x_i\in X_i\ \text{для всех}\ 1\le i\le n\},$$

где F — символ n-арной операции сигнатуры Ω и $X_1,\dots,X_n\subset A$. С другой стороны, по принципу переноса [5] операция F_A продолжается на нестандартное расширение ${}^*A$ до операции ${}^*F_A$. Тогда непрерывность операции $F_A:A^n\to A$ означает, что при любых значениях $a_1,\dots,a_n\in A$ выполняется условие

$${}^*F_A(\alpha(a_1),\dots,\alpha(a_n))\subset\alpha(F_A(a_1,\dots,a_n)). \tag{2}$$

Это равносильно тому, что при любых $x_1,\dots,x_n\in{}^*A$ выполняется условие

$$F_A(\overset{-1}{\alpha}(x_1),\dots,\overset{-1}{\alpha}(x_n))\subset\overset{-1}{\alpha}({}^*F_A(x_1,\dots,x_n)). \tag{3}$$

Обозначим символом $\mathcal{MF}(A)$ множество всех мультифункций на A с значениями в A. На этом множестве мультифункций поточечно определяется алгебраическая структура сигнатуры Ω по формуле

$$F_{\mathcal{MF}(A)}(f_1,\dots,f_n)(a)=F_A(f_1(a),\dots,f(a_n)),$$

где F — символ n-арной операции сигнатуры Ω, $f_1,\dots,f_n\in\mathcal{MF}(A)$ и $a\in A$.

Подмножества множества $\mathcal{MF}(A)$, состоящие из всех непрерывных, непрерывных сверху и непрерывных снизу мультифункций, обозначим соответственно $\mathcal{MF}_H(A)$, $\mathcal{MF}_{HB}(A)$ и $\mathcal{MF}_{HH}(A)$.

Теорема 1. *Все вышеперечисленные множества мультифункций являются подалгебрами Ω-алгебры $\mathcal{MF}(A)$ и замкнуты относительно композиции мультифункций.*

Доказательство. Для любых мультифункций $f_1, \ldots, f_n \in \mathcal{MF}_{HB}(A)$ композиция $f_2 \circ f_1$ и значение $f = F_{\mathcal{MF}(A)}(f_1, \ldots, f_n)$ являются непрерывными сверху мультифункциями. Действительно, из условий ${}^*f_i \circ \alpha \subset \alpha \circ f_i \quad (1 \leq i \leq n)$ следует, что

$$
\begin{aligned}
{}^*(f_2 \circ f_1) \circ \alpha = {}^*f_2 \circ {}^*f_1 \circ \alpha = {}^*f_2 \circ ({}^*f_1 \circ \alpha) \subset {}^*f_2 \circ (\alpha \circ f_1) = \\
= ({}^*f_2 \circ \alpha) \circ f_1 \subset (\alpha \circ f_2) \circ f_1 = \alpha \circ (f_2 \circ f_1),
\end{aligned}
$$

и при любом $a \in A$ в силу (2) выполняется

$$
\begin{aligned}
{}^*f(\alpha(a)) = {}^*F_A({}^*f_1(\alpha(a)), \ldots, {}^*f_n(\alpha(a))) \subset {}^*F_A(\alpha(f_1(a)), \ldots, \alpha(f_n(a))) \subset \\
\subset \alpha(F_A(f_1(a), \ldots, f_n(a)) = \alpha(F_{\mathcal{MF}(A)}(f_1, \ldots, f_n)(a)) = \alpha(f(a)).
\end{aligned}
$$

Аналогично для любых мультифункций $f_1, \ldots, f_n \in \mathcal{MF}_{HH}(A)$ композиция $f_2 \circ f_1$ и значение $f = F_{\mathcal{MF}(A)}(f_1, \ldots, f_n)$ являются непрерывными снизу мультифункциями. Действительно, из условий $\overset{-1}{\alpha} \circ f_i \subset \overset{-1}{\alpha} \circ {}^*f_i \quad (1 \leq i \leq n)$ следует, что

$$
(f_2 \circ f_1) \circ \overset{-1}{\alpha} = f_2 \circ (f_1 \circ \overset{-1}{\alpha}) \subset f_2 \circ (\overset{-1}{\alpha} \circ {}^*f_1) = (f_2 \circ \overset{-1}{\alpha}) \circ {}^*f_1 \subset (\overset{-1}{\alpha} \circ {}^*f_2) \circ {}^*f_1 = \overset{-1}{\alpha} \circ {}^*(f_2 \circ f_1),
$$

и при любом $x \in {}^*A$ в силу (3) выполняется

$$
\begin{aligned}
f(\overset{-1}{\alpha}(x)) = F_A(f_1(\overset{-1}{\alpha}(x)), \ldots, f_n(\overset{-1}{\alpha}(x))) \subset F_A(\overset{-1}{\alpha}({}^*f_1(x)), \ldots, \overset{-1}{\alpha}({}^*f_n(x))) \subset \\
\subset \overset{-1}{\alpha}({}^*F_A({}^*f_1(x), \ldots, {}^*f_n(x)) = \overset{-1}{\alpha}({}^*F_{\mathcal{MF}(A)}(f_1, \ldots, f_n)(x)) = \alpha({}^*f(x)).
\end{aligned}
$$

Из доказанного следует, что для любых непрерывных мультифункций $f_1, \ldots, f_n \in \mathcal{MF}_H(A)$ композиция $f_2 \circ f_1$ и значение $f = F_{\mathcal{MF}(A)}(f_1, \ldots, f_n)$ являются непрерывными мультифункциями. Теорема доказана.

Теорема 2. *Для любой псевдотопологической Ω-алгебры $\mathcal{A} = (A, \Omega, \alpha)$ справедливы следующие утверждения:*

1) *множество $\mathcal{MF}_{HB}(A)$ всех непрерывных сверху мультифункций с непрерывной сходимостью γ_{HB} и поточечно определенными операциями сигнатуры Ω (а также с композицией $\circ$) является псевдотопологической Ω-алгеброй (псевдотопологическим кольцоидом* [10] *над Ω-алгеброй $\mathcal{MF}_{HB}(A)$);*

2) *множество $\mathcal{MF}_{HH}(A)$ всех непрерывных снизу мультифункций с непрерывной сходимостью γ_{HH} и поточечно определенными операциями сигнатуры Ω (а также с композицией $\circ$) является псевдотопологической Ω-алгеброй (псевдотопологическим кольцоидом над Ω-алгеброй $\mathcal{MF}_{HH}(A)$);*

3) *множество $\mathcal{MF}_H(A)$ всех непрерывных мультифункций с непрерывной сходимостью γ_H и поточечно определенными операциями сигнатуры Ω (а также с композицией $\circ$) является псевдотопологической Ω-алгеброй (псевдотопологическим кольцоидом над Ω-алгеброй $\mathcal{MF}_H(A)$).*

Доказательство. Для любых мультифункций $f_1, \ldots, f_n \in \mathcal{MF}_{HB}(A)$ и $h_1, \ldots, h_n \in {}^*\mathcal{MF}_{HB}(A)$, удовлетворяющих условиям $(f_i, h_i) \in \gamma_{HB} \quad (1 \leq i \leq n)$, и значений $f = F_{\mathcal{MF}(A)}(f_1, \ldots, f_n)$, $h = {}^*F_{\mathcal{MF}(A)}(h_1, \ldots, h_n)$ справедливы утверждения: $(f_2 \circ f_1, h_2 \circ h_1) \in \gamma_{HB}$, $(f, h) \in \gamma_{HB}$. Действительно, из условий $h_i \circ \alpha \subset \alpha \circ f_i \quad (1 \leq i \leq n)$ следует, что

$$
(h_2 \circ h_1) \circ \alpha = h_2 \circ (h_1 \circ \alpha) \subset h_2 \circ (\alpha \circ f_1) = (h_2 \circ \alpha) \circ f_1 \subset (\alpha \circ f_2) \circ f_1 = \alpha \circ (f_2 \circ, f_1),
$$

и при любом $a \in A$ в силу (2) выполняется

$$
\begin{aligned}
h(\alpha(a)) = {}^*F_A(h_1(\alpha(a)), \ldots, h_n(\alpha(a))) \subset {}^*F_A(\alpha(f_1(a)), \ldots, \alpha(f_n(a))) \subset \\
\subset \alpha(F_A(f_1(a), \ldots, f_n(a)) = \alpha(F_{\mathcal{MF}(A)}(f_1, \ldots, f_n)(a)) = \alpha(f(a)).
\end{aligned}
$$

Аналогично для любых мультифункций $f_1, \ldots, f_n \in \mathcal{MF}_{HH}(A)$ и $h_1, \ldots, h_n \in {}^*\mathcal{MF}_{HH}(A)$, удовлетворяющих условиям $(f_i, h_i) \in \gamma_{HH} \quad (1 \leq i \leq n)$, и значений $f = F_{\mathcal{MF}(A)}(f_1, \ldots, f_n)$,

$h = {}^*F_{\mathcal{MF}(A)}(h_1, \ldots, h_n)$ справедливы утверждения: $(f_2 \circ f_1, h_2 \circ h_1) \in \gamma_{HH}$, $(f, h) \in \gamma_{HH}$. Действительно, из условий $f_i \circ \overset{-1}{\alpha} \subset \overset{-1}{\alpha} \circ h_i$ $(1 \le i \le n)$ следует, что

$$(f_2 \circ f_1) \circ \overset{-1}{\alpha} = f_2 \circ (f_1 \circ \overset{-1}{\alpha}) \subset f_2 \circ (\overset{-1}{\alpha} \circ h_1) = (f_2 \circ \overset{-1}{\alpha}) \circ h_1 \subset (\overset{-1}{\alpha} \circ h_2) \circ h_1 = \overset{-1}{\alpha} \circ (h_2 \circ h_1),$$

и при любом $x \in {}^*A$ в силу (3) выполняется

$$f(\overset{-1}{\alpha}(x)) = F_A(f_1(\overset{-1}{\alpha}(x)), \ldots, f_n(\overset{-1}{\alpha}(x))) \subset F_A(\overset{-1}{\alpha}(h_1(x)), \ldots, \overset{-1}{\alpha}(h_n(x))) \subset$$
$$\subset \overset{-1}{\alpha}({}^*F_A(h_1(x), \ldots, h_n(x)) = \overset{-1}{\alpha}({}^*F_{\mathcal{MF}(A)}(h_1, \ldots, h_n)(x)) = \overset{-1}{\alpha}(h(x)).$$

Из доказанного следует, что для любых мультифункций $f_1, \ldots, f_n \in \mathcal{MF}_H(A)$ и $h_1, \ldots, h_n \in {}^*\mathcal{MF}_H(A)$, удовлетворяющих условиям $(f_i, h_i) \in \gamma_H$ $(1 \le i \le n)$, и значений $f = F_{\mathcal{MF}(A)}(f_1, ..., f_n)$, $h = {}^*F_{\mathcal{MF}(A)}(h_1, \ldots, h_n)$ справедливы утверждения: $(f_2 \circ f_1, h_2 \circ h_1) \in \gamma_H$, $(f, h) \in \gamma_H$. Теорема доказана.

Библиографический список

1. *Молчанов В.А.* Нестандартные сходимости в пространствах отображений // Сиб. мат. журн. 1992. Т. 33, № 6. С. 141–153.
2. *Молчанов В.А.* Непрерывные сходимости отображений // Изв. вуз. Мат. 1993. № 3. С. 59–67.
3. *Вагнер В.В.* Теория отношений и алгебра частичных отображений // Теория полугрупп и ее приложения: Сб. статей. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1965. Вып. 1. С. 3–178.
4. *Молчанов В.А.* О применении повторных нестандартных расширений в топологии // Сиб. мат. журнал. 1989. Т. 30, № 3. С. 64–71.
5. *Альбеверио С., Фенстад Й., Хег-Крон Р., Линдстрем Т.* Нестандартные методы в стохастическом анализе и математической физике. М.: Мир, 1990. 616 с.
6. *Fischer H.R.* Limesraume // Math. Ann. 1959. V. 137. P. 269–303.
7. *Энгелькинг Р.* Общая топология. М.: Мир, 1986. 752 с.
8. *Ascoli G.* Le curve limite di una varieta data di curve // Mem. Accad. Lincei. 1883. V. 18, № 3. P. 551–586.
9. *Weston J.D.* A generalization of Ascoli's theorem // Mathematika. 1959. V. 6. P. 19–24.
10. *Молчанов В.А.* О представлениях топологических алгебр преобразованиями // Успехи мат. наук. 1993. Т. 48, № 3 (291). С. 195–196.

УДК 519.4

ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННЫЙ ПОДХОД К СТРУКТУРЕ ГЕНЕРАТОРОВ КОНЦЕПТА

В.Е. Новиков

Саратовский государственный университет,
кафедра геометрии
E-mail: NovikovVE@list.ru

Разработаны теоретико-множественные методы, с помощью которых описывается структура генераторов концепта в формальном концептуальном анализе.

Ключевые слова: формальный концептуальный анализ, генерация концептов, семейства множеств.

Set-Theoretical Approach to the Structure of Concept Generators

V.E. Novikov

Saratov State University,
Chair of Geometry
E-mail: NovikovVE@list.ru

Set-theoretical methods for the description of the structure of concept generators are developed.

Key words: formal concept analysis, concept generalization, family of sets.

ВВЕДЕНИЕ

В работах немецких математиков Р. Вилле [1], Б. Гантера [2] и др. был основан формальный концептуальный анализа и показаны его приложения к теории баз данных [3]. Генератор концепта — это такое множество атрибутов, которое определяет этот концепт. Например, если в качестве