Определение. Конечный детерминированный автомат, определяемый пунктами 1–6 для автомата $A = (S, X, Y, \delta, \lambda)$, будем называть *моделью функционирования автомата* A *под воздействием входных последовательностей* $\{p_1^{m_1}, p_2^{m_2}, \ldots, p_r^{m_r}\}$ и обозначать $\Omega(A, p_i^{m_i}, 1 \le i \le r, v)$.

Предположим, что реакцией автомата на внешнее воздействие является пометка текущего состояния. Пусть также для всех входных сигналов выполняется условие, рассмотренное в замечании 1. Построенная модель функционирования автомата под воздействием периодических последовательностей позволяет заменить как «исправный» так и «неисправный» автомат их моделями зацикливания. В качестве входных сигналов для модели зацикливания исправного автомата нужно тогда рассматривать периодические последовательности с периодом x, где x — любой сигнал из множества входных сигналов X, а для неисправного автомата различные слова $\{p_1^{m_1}, p_2^{m_2}, \ldots, p_r^{m_r}\}$. Тогда по выходной реакции этих автоматов можно судить о совпадении поведений автоматов на циклах.

Теорема 3. *Пусть* $\mathrm{A}_1 = (S, X, Y, \delta_1, \lambda_1)$ *— конечный детерминированный автомат, соответствующий поведению автомата до возникновения неисправности* $\mathrm{A}_2 = (S, X, Y, \delta_2, \lambda_2)$ *— конечный детерминированный автомат, соответствующий поведению автомата после возникновения неисправности и* $\Omega_1(A, x_j^{m_j}, 1 \le j \le n)$ *и* $\Omega_2(A, p_i^{m_i}, 1 \le i \le r)$ *— модели зацикливания этих автоматов. Тогда любое решение* $p \in \{p_i^{m_i}, 1 \le i \le r\}$ *задачи восстановления, построенные для автоматов* Ω_1 *и* Ω_2*, является решением задачи восстановления для автоматов* A_1 *и* A_2.

Конкретный вид периодических последовательностей (набор периодов p_i) предполагается выбирать на основе свойств функций переходов и выходов, задающих поведение автомата до и после возникновения неисправности. При этом рассматривается структурный автомат, состоящий из комбинационной части и памяти. Комбинационная часть автомата задается набором функций алгебры логики.

Библиографический список

1. *Сытник А.А.* Восстановление поведения сложных систем. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1992.
2. *Богомолов А.М., Твердохлебов В.А.* Диагностика сложных систем. Киев: Наук. думка, 1974.

УДК 519.7

УСЛОВИЯ РЕАЛИЗУЕМОСТИ ФУНКЦИЙ НА ПОЛУРЕШЁТКАХ УСТОЙЧИВЫМИ К СОСТЯЗАНИЯМ СХЕМАМИ

И.А. Панкратова

Томский государственный университет,
кафедра защиты информации и криптографии
E-mail: pank@isc.tsu.ru

В статье рассматриваются схемы, реализующие функции на полурешётках. Даётся определение функциональной устойчивости таких схем к состязаниям, формулируются условия реализуемости функций на полурешётках функционально устойчивыми схемами в произвольном базисе и в любых RS (от Resistor, Switch)-базисах.

Conditions for Functions on Semilattices to be Realized by Networks with Stable Behaviour under Hazards

I.A. Pankratova

The notion of functional stability under hazards is introduced for networks realizing functions defined on finite upper semilattices. Some constructive conditions are established for such functions to be realized by stable networks composed of any elements or of transistors and switches.

ВВЕДЕНИЕ

Задача реализации функций на полурешётках возникает в связи с проблемой синтеза схем с заданным динамическим поведением [1]. Традиционно поведение комбинационной схемы задаётся в статике, как отображение входных состояний в выходные. Но входные состояния — это векторы, в асинхронных схемах их компоненты меняются в произвольном порядке, и эти изменения с разными скоростями распространяются по элементам и соединениям в схеме. Изменения, которые происходят при этом на выходах схемы, составляют суть динамического поведения. Статическое поведение схем описывается функциями конечно-значной логики; для описания динамического поведения этих средств недостаточно, применяются более сложные математические модели.

Исторически первый и наиболее распространенный способ описания динамического поведения схем — описание через понятие состязаний. Неформально состязание заключается в более чем однократном изменении состояния выхода схемы при однократном изменении входного состояния (см., например, [2–5]). В статьях [6, 7] приводятся строгие определения состязаний, ставятся и решаются задачи синтеза свободной от состязаний на заданном множестве переходов схемы.

В 1993 году Г.П. Агибаловым предложено динамическое поведение схем описывать с помощью функций на полурешётках [1]. Для этого множество состояний схемы представляется как конечная верхняя полурешётка, где сумма состояний $a+b$ моделирует промежуточное состояние, возникающее в процессе асинхронного изменения a на b. Задача синтеза дискретного устройства с заданным динамическим поведением сводится к синтезу в некотором базисе схемы, реализующей на полурешётках функцию, описывающую это поведение.

1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Конечной верхней полурешёткой (далее просто полурешёткой) называется конечное частично упорядоченное множество, в котором каждая пара элементов x, y имеет точную верхнюю грань $sup\{x,\ y\}$, называемую суммой элементов x и y: $x+y\ = sup\{x,y\}$. Не для всякого подмножества A элементов полурешётки существует нижняя грань; если всё же она существует, то будем обозначать через $infA$ наибольшую из нижних граней (точную нижнюю грань) элементов множества A. *Точками полурешётки* будем называть минимальные по заданному на полурешётке отношению порядка элементы. Будем обозначать через $m(L)$ множество точек полурешётки L и через $m(a)$ — множество точек, содержащихся в элементе $a \in L$: $m(a) = \{t \in m(L) : t \leq a\}$, где $\leq$ — отношение порядка на полурешётке L.

Пусть L — произвольная полурешётка. n-местной *функцией на полурешётке* L называется отображение вида $f : L^n \to L$. Будем рассматривать также частичные функции $f : U_f \to L$, где $U_f \subset L^n$ — область определения функции f. Говорят, что *функция g реализует функцию* f, и пишут $g \leq f$, если $U_f \subseteq U_g$ и $g(a) \leq f(a)$ для любого $a \in U_f$. Функция на полурешётке L называется *монотонной*, если она сохраняет отношение порядка на L. Бинарное отношение $\Gamma \subseteq M \times L$ на полурешётках M, L называется *квазимонотонным*, если оно реализуется монотонной функцией, т. е. если для некоторой монотонной функции $g : M \to L$ верно следующее: $(a,b) \in \Gamma \Rightarrow g(a) \leq b$.

Будем рассматривать одновыходные комбинационные схемы, состояния узлов которых принимают значения в некоторой полурешётке L. Их динамическое поведение описывается функцией $f : L^n \to L$, где n — количество входных полюсов схемы. Функции на полурешётках реальных физических элементов монотонны, и суперпозиция монотонных функций есть функция монотонная, следовательно, функции схем монотонны. Схема с функцией f_C *реализует функцию на полурешётке* f (является её *реализацией*), если $f_C \leq f$. Функция, реализуемая схемой в некотором базисе, называется *реализуемой в этом базисе*.

Пусть даны полурешётка L, комбинационная схема C с функцией $f_C : L^n \to L$ и *переход* $(a,b) \in (L^n)^2$. В силу монотонности f_C имеем $f_C(a) + f_C(b) \leq f_C(a+b)$. Будем говорить, что *схема C функционально устойчива к состязанию на переходе* (a,b), если имеет место равенство $f_C(a+b) = f_C(a) + f_C(b)$. Содержательно это означает, что при любом распределении задержек элементов и любом порядке изменения компонент входного состояния выход схемы останется в пределах (не превзойдёт) минимально возможного значения $f_C(a)+f_C(b)$ в процессе изменения входного состояния с a на b.

Множество переходов $T \subseteq (L^n)^2$ назовём *совместимым для функции* f, если существует монотонная функция g такая, что $g \leq f$ и $g(a+b) \leq f(a) + f(b)$ для любого $(a,b) \in T$. Из определения следует, что невозможно обеспечить устойчивость схемы, реализующей f, к состязаниям на всех переходах из множества T одновременно, если T несовместимо для функции f.

2. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗУЕМОСТИ ФУНКЦИЙ НА ПОЛУРЕШЁТКАХ ФУНКЦИОНАЛЬНО-УСТОЙЧИВЫМИ СХЕМАМИ В ПРОИЗВОЛЬНОМ БАЗИСЕ

Рассмотрим следующую ситуацию. Предположим, что функция f реализована некоторой схемой C, функционально неустойчивой к состязанию на переходе (a,b), т. е. имеет место строгое неравенство

$f_C(a)+f_C(b) < f_C(a+b)$, где f_C — функция схемы C. Вместе с тем, ввиду $f_C(a)+f_C(b) \leq f(a)+f(b)$ возможно выполнение условия $f_C(a+b) \leq f(a)+f(b)$, т. е. выходной сигнал схемы ни при каком распределении задержек не выходит за пределы предполагаемого значения $f(a)+f(b)$ при изменении входного состояния с a на b. Такое состязание в схеме считается несущественным для данной функции f. Будем называть схему C *f-устойчивой к состязанию на переходе* (a,b), если $f_C(a+b) \leq f(a)+f(b)$. Заметим, что если функция f принимает только точечные значения, то все состязания в схеме C являются существенными, так как в этом случае ввиду $f_C(a)=f(a)$ и $f_C(b)=f(b)$ невозможна цепочка неравенств $f_C(a)+f_C(b) < f_C(a+b) \leq f(a)+f(b)$.

Сформулируем условия реализуемости произвольной функции $f : U_f \to L$, где $U_f \subseteq L^n$, схемой в заданном базисе, f-устойчивой к состязаниям на всех переходах из заданного множества T. Для этого построим отношение $\Omega_{f,T} \subseteq L^n \times L$ следующим образом: $\Omega_{f,T} = \{(x,f(x)) : x \in U_f\} \cup \{(a+b, f(a)+f(b)) : (a,b) \in T\}$. (В общем случае это действительно отношение, а не функция, ввиду возможности равенства $a+b=c+d$ при $(a,b) \neq (c,d)$). Из определения совместимого множества переходов следует, что множество T совместимо для функции f, если и только если отношение $\Omega_{f,T}$ квазимонотонно. В этом случае по тесту квазимонотонности [1] для любого $(a,b) \in T$ существует нижняя грань множества $F_{ab} = \{f(c)+f(d) : (c,d) \in T \,\&\, c+d=a+b\}$, и можно построить расширение f_T функции f на множество $U_f \cup \{a+b : (a,b) \in T\}$, положив $f_T(a+b) = inf F_{ab}$.

Теорема 1. *Функция f реализуема в базисе B схемой, f-устойчивой к состязаниям на всех переходах из совместимого для f множества T, если и только если в базисе B реализуема функция f_T. В этом случае любая реализация f_T реализует f и является f-устойчивой к состязаниям на всех переходах из T.*

Доказательство. Достаточность проверяется непосредственно.

Необходимость. Пусть некоторая схема C в базисе B реализует f и f-устойчива к состязаниям на всех переходах из T. Тогда для её функции f_C выполняется: $f_C(x) \leq f(x) = f_T(x)$ для любого $x \in U_f$ и $f_C(a+b) \leq f(a)+f(b)$ для любого $(a,b) \in T$. Рассмотрим произвольный переход $(a,b) \in T$ и любой переход $(c,d) \in T$ такой, что $a+b=c+d$. Имеем: $f_C(a+b) = f_C(c+d) \leq f(c)+f(d)$, что по определению F_{ab} и в силу произвольности выбора (c,d) равносильно условию $f_C(a+b) \leq inf\ F_{ab} = f_T(a+b)$. Следовательно, $f_C \leq f_T$. Теорема доказана.

Таким образом, установлено, что задача реализации функции на полурешётках функционально-устойчивой схемой есть задача реализации надлежащего расширения исходной функции. К сожалению, реально используемые при проектировании современных схем базисы не обладают полнотой в классе функций на полурешётках. В следующем разделе доказываются конструктивные (в отличие от теоремы 1) условия реализуемости функций на полурешётках функционально устойчивыми схемами для некоторых реальных базисов.

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗУЕМОСТИ ФУНКЦИЙ НА ПОЛУРЕШЁТКАХ ФУНКЦИОНАЛЬНО-УСТОЙЧИВЫМИ СХЕМАМИ В RS-БАЗИСЕ

При проектировании реальных схем чаще всего используется элементный RS-базис, состоящий из элементов двух типов — резистора, представляющего собой двухполюсник с постоянной конечной проводимостью (обозначаемой X) между полюсами, и переключателей, являющихся многополюсниками, в которых проводимости между полюсами принимают значения в полурешётке $\widetilde{P_2}$ всех непустых подмножеств множества $\{0,1\}$ и являются функциями от состояний полюсов элемента. Проводимости цепей схемы в RS-базисе принимают значения в полурешётке проводимостей $\widetilde{P_3} = \{0,1,\mathrm{X},0',1',\mathrm{X}',\mathrm{E}\}$ — верхней полурешётке всех непустых подмножеств множества $P_3 = \{0,1,\mathrm{X}\}$. Здесь $0=\{0\}$, $1=\{1\}$, $\mathrm{X}=\{\mathrm{X}\}$ (эти значения являются точками полурешётки), $0'=\{1,\mathrm{X}\}$, $1'=\{0,\mathrm{X}\}$, $\mathrm{X}'=\{0,1\}$, $\mathrm{E}=\{0,1,\mathrm{X}\}$. Неточечные элементы этой полурешётки можно интерпретировать двояко: как значение проводимости в процессе её изменения или как в подходящей степени неопределённое значение. *Состояние* узла схемы определяется парой проводимостей от этого узла до полюсов источника питания и принимает значение в *полурешётке состояний* $(\widetilde{P_3})^2$.

Введём в рассмотрение бинарное отношение γ на $\widetilde{P_3}$ как

$$\overline{\gamma} = \{(1,0),(1,\mathrm{X}),(1,1'),(\mathrm{X},0),(0',0)\}$$

и распространим его покомпонентно на векторы с компонентами в $\widetilde{P_3}$, в том числе на элементы полурешётки состояний. Пусть далее для элементного базиса B через x_B обозначается вектор значений функций всех элементов из B на их аргументе x.

Теорема 2. *Пусть множество переходов T совместимо для функции f и RS-базис B содержит элемент, не сохраняющий отношения γ. Тогда f реализуется функционально устойчивой к состязаниям на всех переходах из множества T схемой в базисе B, если и только если для любого $y \in M = \bigcup_{x \in U_{f_T}} m(x_B)$ существует нижняя грань множества $T_y = \{f_T(x) : x \in U_{f_T} \,\&\, y \in m(x_B)\}$.*

Доказательство. По теореме 1 доказываемое утверждение равносильно реализуемости в базисе B расширения f_T. В свою очередь, в условиях теоремы необходимым и достаточным условием реализуемости f_T в базисе B является квазимонотонность отношения $\Gamma_{f_t,B}$, которое содержит пары $(x_B, f_T(x))$ для всех $x \in U_{f_T}$ [8, теорема 3]. Пусть отношение $\Gamma_{f_t,B}$ квазимонотонно. Тогда поскольку для любого $y \in M$ существует нижняя грань множества $\{x_B : y \in m(x_B)\}$ (например, y), то по тесту квазимонотонности [1] существует и нижняя грань множества T_y. Необходимость доказана.

Достаточность. Построим функцию $h : M \to L$, положив $h(y) = inf\ T_y$ для каждого $y \in M$, и ее расширение g по правилу точечного продолжения [1]: $g(a) = \sum_{t \in m(a)} g(t)$. Согласно [1, теорема 3.2], функция g является монотонной. Рассмотрим произвольное значение $x \in U_{f_T}$. Имеем: $g(x_B) = \sum_{y \in m(x_B)} g(y) = \sum_{y \in m(x_B)} h(y) \leq f_T(x)$, что означает $g \leq \Gamma_{f_t,B}$. Следовательно, отношение $\Gamma_{f_t,B}$ квазимонотонно, и f_T реализуется в базисе B. Теорема доказана.

Библиографический список

1. *Агибалов Г.П.* Дискретные автоматы на полурешетках. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1993.
2. *Eichelberger E.B.* Hazard Detection in Combinational and Sequential Switching Circuits // IBM Journal of Research and Development. 1965. V. 9, № 2. P. 90–99.
3. *Миллер Р.* Теория переключательных схем. М.: Наука, 1971. Т. 2.
4. *Яблонский С.В.* Основные понятия кибернетики // Проблемы кибернетики. М.: Наука, 1959. Вып.2. С. 7–38.
5. *Рогинский В.Н.* Основы дискретной автоматики. М.: Связь, 1975.
6. *Чеботарев А.Н.* Риск в асинхронных логических схемах // Кибернетика. 1976. № 4. С. 8–11.
7. *Агибалов Г.П., Комаров Ю.М., Липский В.Б.* Синтез комбинационных схем, свободных от статических состязаний // Автоматика и вычислительная техника. 1979. № 1. С. 1–6.
8. *Панкратова И.А.* Условия реализуемости функций на полурешётке в реальных базисах переключательных элементов // Дискретный анализ и исследование операций. Сер. 1. 2006. Т. 13, № 3. С. 40–61.

УДК 681.5:51-74

МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ВНЕШНЕГО ТЕПЛООБМЕНА ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА

В.Н. Ткаченко, А.А. Иванова, О.В. Шуба

Институт прикладной математики и механики НАНУ, Украина
E-mail: tkachenko@iamm.ac.donetsk.ua,
ivanova@iamm.ac.donetsk.ua

Предложены методы и алгоритмы идентификации параметров внешнего теплообмена на основе метода наименьших квадратов. Проведён сравнительный анализ методов идентификации распределенных параметров.

Methods and Algorithms of Identification of External Heat Exchange Parameters for Heat and Mass Tranfer Processes

V.N. Tkachenko, A.A. Ivanova, O.V. Shuba

The methods and algorithms of identification of external heat exchange parameters based on least square method are proposed. The comparative analysis of distributerd parameters identification methods is performed.