

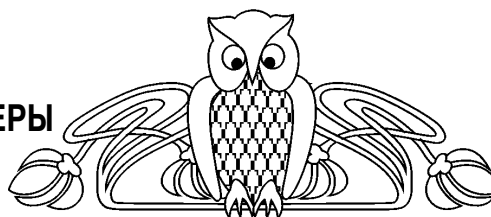


Библиографический список

1. Амбарцумян, С.А. Теория анизотропных оболочек / С.А. Амбарцумян / под ред. И.К. Снитко. М.: Физматгиз, 1961. С. 384.
2. Григоренко, Я.М. Решение задач теории пластин и оболочек с применением сплайн-функций (обзор) / Я.М. Григоренко, Н.Н. Крюков // Прикл. механика. 1995. Т. 31, № 6. С. 3–27.
3. Завьялов, Ю.С. Методы сплайн-функций / Ю.С. Завьялов, Б.И. Квасов, В.Л. Мирошниченко. М.: Наука, 1980. С. 352.
4. Годунов, С.К. О численном решении краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений / С.К. Годунов // УМН. 1961. май – июнь. Т. XVI, № 3(99). С. 171–174.
5. Абрамов, А.А. О переносе граничных условий для систем линейных дифференциальных уравнений (вариант метода прогонки) / А.А. Абрамов // Журн. вычисл. мат. и мат. физ. 1961. Т. I, № 3. С. 542–545.
6. Виноградов, Ю.И. Численный метод переноса краевых условий для жестких дифференциальных уравнений строительной механики / Ю.И. Виноградов, А.Ю. Виноградов, Ю.А. Гусев // Мат. моделирование. 2002. Т. 14, № 9. С. 3–8.

УДК 532.517.2:534.2

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ОБТЕКАНИЯ СФЕРЫ ПОТОКОМ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ В СТЕСНЕННЫХ УСЛОВИЯХ



Б.А. Снигерев¹, Ф.Х. Тазюков²

¹Институт механики и машиностроения

Казанского научного центра РАН,

лаборатория моделирования технологических процессов;

² Казанский государственный технологический университет,

кафедра теоретической механики и сопротивление материалов

E-mail: Snigerev@mail.knc.ru, Tazyukov@mail.ru

Исследуется структура течения и теплообмен при обтекании сферы осесимметричным потоком вязкоупругой жидкости. Движение жидкости описывается уравнениями сохранения массы, импульса и энергии, дополненные определяющим реологическим конститутивным соотношением состояния среды Фан-Тьен Таннера. Показано, что ползущее течение вязкоупругой жидкости в следе за сферой во многом отличается от ньютоновского. Отличия проявляются в нелинейном характере структуры течения и образовании так называемого «отрицательного следа». Численно показано существенное влияние температурного напора между сферой и средой, времени релаксации напряжений жидкости на характер нелинейного течения в следе. Исследованы гидродинамика и теплообмен при неизоотермическом обтекании сферы вязкоупругой жидкостью с граничными условиями прилипания или частичного проскальзывания на твердой поверхности сферы.

Ключевые слова: вязкоупругая жидкость, осесимметричное течение, теплообмен.

ВВЕДЕНИЕ

Движение тел сферической и закругленной формы в жидкостях, обладающих неньютоновскими свойствами применяется в вискозиметрии при измерении вязкости жидкостей, в том числе растворов и расплавов полимеров. Экспериментальные и численные исследования обтекания тел потоком вязкоупругой жидкости позволили обнаружить неньютоновское поведение жидкости в следе за сферой, проявляющееся в том, что скорость восстанавливается из нулевого значения на твердой стенке до скорости в основном потоке немонотонно [1, 2]. В настоящей работе методами численного моделирования исследуются структура течения и теплообмен при обтекании сферы потоком вязкоупругой

The Feature of Non-Isothermal Viscoelastic Flows Around Sphere at Obstruction Condition

B.A. Snigerev, F.K. Tazyukov

¹Institute of Mechanics and Engineering RAS,

Laboratory of Modelling of Technological processes;

²Kazan State Technological University,

Chair of Mechanical Engineering

E-mail: Snigerev@mail.knc.ru, Tazyukov@mail.ru

The numerical study is performed for study of the viscoelastic flow characteristics and heat transfer around sphere. The flow of liquid is described by equations of conservation of mass, momentum and thermal energy with rheological constitutive equation of Phan-Thien Tanner (PTT). This model represents generalized Maxwell type model with two additional parameters developed from kinetic theory of polymers. The nonlinear behaviour of fluid velocity behind body (<<negative wake>>) is observed. The paper numerically shows the essential influence of relaxation time and heating of sphere for viscoelastic structure of the flow in wake. The heat transfer exchange in non-isothermal flow around sphere with slip and noslip condition on walls has been investigated.

Key words: viscoelastic fluid, axisymmetric flow, heat transfer.



жидкости с граничными условиями прилипания или скольжения на твердой поверхности. Одним из наиболее интересных и малоисследованных явлений реальных течений полимеров в трубе при поперечном обтекании сферы является образование так называемого «отрицательного следа», возникающего только при медленном обтекании тела потоком вязкоупругой жидкости. При обтекании шара ползущим потоком вязкой ньютоновской жидкости этот эффект не обнаруживается. В ньютоновском случае наблюдается стоксово обтекание, когда скорость на оси канала за сферой монотонно восстанавливается от нуля до ее значения на входе в канал. Для неньютоновского поведения скорости характерно наличие зоны локального максимума, когда наблюдается увеличение скорости до значения, превышающего значение скорости на входе в этом сечении, с последующим понижением до ньютоновской величины. Проявление аномалии вязкости и наличие вязкоупругих свойств приводит к образованию в следе зоны с повышенными значениями скорости жидкости.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исходной является система уравнений закона сохранения массы, импульса и энергии, для замыкания которой привлекается конститутивное уравнение Фан-Тьен Таннера [3–5] с двумя безразмерными коэффициентами ε, ξ :

$$\begin{aligned} Re \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, & \frac{\partial v_i}{\partial x_i} &= 0, \\ Pe \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + v_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right) &= \frac{\partial^2 \theta}{\partial^2 x_j} + Br(\tau_{ij} \cdot D_{ji}), & D_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \\ \tau_{ij} &= \tau_{ij}^V + 2\beta D_{ij}, & \frac{\delta \tau_{ij}^V}{\delta t} &= \frac{\partial \tau_{ij}^V}{\partial t} + v_k \frac{\partial \tau_{ij}^V}{\partial x^k} - \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \tau_{kj}^V - \tau_{ik}^V \frac{\partial v_k}{\partial x_j}, \\ g\tau_{ij} + We \frac{\delta \tau_{ij}^V}{\delta t} + \xi(D_{ik}\tau_{kj}^V + \tau_{ik}^V D_{kj}) &= 2(1 - \beta)D_{ij}, & g &= 1 + \exp \left[\frac{\varepsilon We}{1 - \beta} tr(\tau_{ij}^V) \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Исходная система уравнений (1) записана в безразмерной форме. В качестве определяющих параметров приняты параметры U_0 — средняя скорость жидкости на входе, L_0 — характерный размер, равный радиусу сферы, давление и напряжения отнесены к значению $\eta U_0/L$. В системе уравнений (1) v_i — компоненты скорости жидкости, P — давление, τ_{ij} — девиатор напряжения, τ_{ij}^V — вязкоупругая часть напряжения, $\theta = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$ — безразмерная температура, T_0 — температура жидкости на входе, T_1 — температура тела, $\beta = \eta_N/\eta$ — параметр ретардации, $\eta = \eta_N + \eta_V$, η_V, η_N — динамические вязкости при нулевой скорости сдвига полимера и растворителя соответственно, tr — след тензора. Определяющими являются безразмерные комплексы: $Re = \rho U L/\eta$ — число Рейнольдса, $Pe = \rho c_p U L/k$ — Пекле, $We = \lambda U/L$ — Вайссенберга, $Br = \eta U^2/k(T_1 - T_0)$ — Бринкмана. Здесь c_p — теплоемкость жидкости при постоянном давлении, k — коэффициент теплопроводности жидкости, λ — время релаксации напряжений. Для зависимости вязкости и времени релаксации от температуры используется соотношение Аррениуса [4, 6]

$$\begin{aligned} \eta(T) &= \eta_0 a(T), & \lambda(T) &= \lambda_0 a(T), & a(T) &= \exp[A(1/T - 1/T_0)], & A &= E/R, \\ Re &= Re_0 a(T), & We &= We_0 a(T), & Br &= Br_0 a(T), & \beta &= \beta_0 a(T), \end{aligned}$$

где 0 в индексе означает, что значение параметра вычисляется при температуре T_0 , E — энергия активации, R — универсальная газовая постоянная.

2. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Для решений уравнений (1) применяется метод конечных элементов [6, 7]. Получение интегральных тождеств осуществляется с использованием метода Бубнова – Галеркина. Для скоростей, напряжений применяется квадратичная аппроксимация и билинейная для давления и температур на четырехугольных элементах. Дискретизация по времени осуществляется с применением двухслойной схемы Эйлера. На первом этапе с помощью начальных данных и граничных условий решается система уравнений сохранения массы и импульса для определения значений v_i^{n+1}, p^{n+1} на новом



$t^{n+1} = (n + 1)\Delta t$ шаге по времени [7]. По известному полю скоростей решаются последовательно уравнения энергии и реологическое уравнение состояния для определения температур θ^{n+1} и напряжений τ_{ij}^{Vn+1} на новом временном слое. Для решения линейной системы уравнений на каждом временном слое применяется прямой метод разложения Холецкого с использованием технологии разреженных матриц [8]. Стационарное решение получается с помощью процедуры установления по времени до требуемой точности.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Рассмотрим стационарное неізотермическое течение разбавленного полимера в канале, имеющего препятствие в виде сферы, схема которого представлена на рис. 1. На рисунке величины H и R обозначают ширину канала и радиус сферы, координаты (r, z, φ) составляют цилиндрическую систему координат. В точке расчетной области $z = r = 0$ расположен центр сферы, входная граница находится на расстоянии $L_1 = 15H$, а выходная $L_2 = 30H$ от центра.

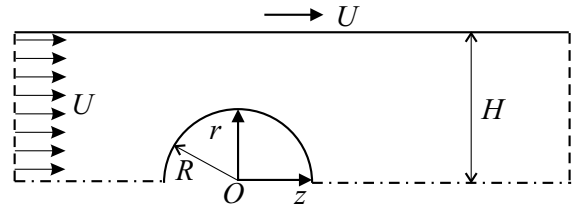


Рис. 1. Схема расчетной области при осесимметричном обтекании сферы

Граничные условия для однородного потока на входе определяются в безразмерном виде как S_1 : $v_1 = 1, v_2 = 0, \tau_{ij}^V = 0, \theta = 0$, на выходе ставятся условия Неймана, предполагая, что здесь достигается установившееся течение S_2 : $\partial v_1 / \partial x_1 = 0, \partial \tau_{ij}^V / \partial x_1 = 0, \partial \theta / \partial x_1 = 0, p = 0$. На твердой стенке поверхности сферы ставятся условия прилипания жидкости $v_i = 0$ или условие скольжения Навье $n_i \tau_{ij} t_j = \gamma v_i t_i, v_i n_i = 0$, здесь γ коэффициент трения скольжения на сфере, n_i, t_i нормальный и касательный единичные вектора на границе сферы [5, 9]. На верхней стенке граничные условия имеют вид $v_1 = 1, \theta = 0$, температура на сфере $\theta = 1$.

Для изотермического обтекания значения всех теплофизических параметров рассматриваются при температуре $T_0 = 423K$. В случае неізотермического обтекания рассматривается обтекание нагретой сферы, температура которой повышается до $T = 463K, 503K$ соответственно. Расчеты проводились при следующих значениях теплофизических свойств полимерной жидкости $\rho = 924 \text{ кг/м}^3, \eta = 10^4 \text{ Па}\cdot\text{с}, c_p = 2300 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}, k = 0,26 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}, A = ER = 2000 \text{ К}$. Характерные параметры рассматривались следующие $R = 10^{-2} \text{ м}, H = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}, U_0 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$. Время релаксации напряжений жидкости изменялось в пределах от $\lambda = 0,1$ до 10 с . Получены следующие значения безразмерных критериев $Re = 10^{-5}, Pe = 180, Br = 10^{-2}, \varepsilon = 0,02, \xi = 0,5, \beta = 0,11$ а число We изменяется в пределах от $0,1$ до $3,0$.

На рис. 2, *a, b* представлены изолинии осевой компоненты скорости для изотермического обтекания при $We = 0, 1; 3, 0$ соответственно с условиями прилипания на сфере, а на рис. 2, *c* при $We = 3, 0$ с условиями скольжения. При малых числах $We = 0, 1$ обтекание аналогично ньютоновскому течению Стокса (см. рис. 2, *a*). При увеличении вязкоупругих свойств жидкости, определяющихся параметром We , отчетливо видно образование зоны превышения скорости в следе за сферой (см. рис. 2, *b*). Вязкоупругое течение жидкости с условиями проскальзывания на стенке иллюстрирует рис. 2, *c*, где видно, что условия скольжения приводят к увеличению этого не ньютоновского эффекта. Безразмерная величина максимального значения скорости в следе увеличивается с $1,25$

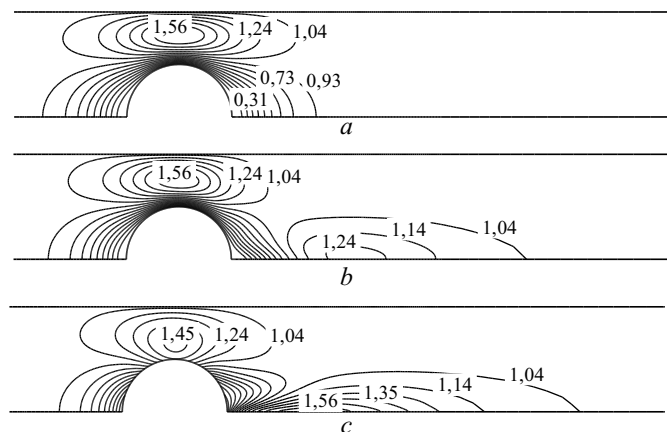


Рис. 2. Изолинии осевой компоненты скорости изотермического обтекания: *a* — при $We = 0, 1$; *b* — при $We = 3, 0$ с условиями прилипания; *c* — при $We = 3, 0$ с условиями полного проскальзывания на стенке сферы



до 1,56, протяженность следа становится еще длиннее по сравнению с течением с условиями прилипания на стенках сферы.

Влияние времени релаксации жидкости отдельно на данное нелинейное поведение иллюстрирует рис. 3, а, где приведены профили скорости жидкости в следе за сферой с условиями прилипания для различных чисел We . При малых временах релаксации ($We = 0,01$ кривая 1) поведение жидкости аналогично ньютоновскому, когда наблюдается монотонное восстановление скорости среды от нуля до скорости в основном потоке по мере удаления от сферы. Для вязкоупругих жидкостей, характеризующихся увеличением времени релаксации, что соответствует росту числа We , наблюдается увеличение максимального значения скорости в следе, которое превышает значение скорости на входе в данном сечении. Протяженность данной зоны увеличивается с ростом числа We . Действие условий скольжения на нелинейный эффект иллюстрирует рис. 3, б, где представлены аналогичные кривые при $We = 3,0$ для различных значений коэффициента скольжения γ . Видно, что увеличение степени проскальзывания приводят к увеличению максимального значения скорости в следе и смещению зоны ближе к

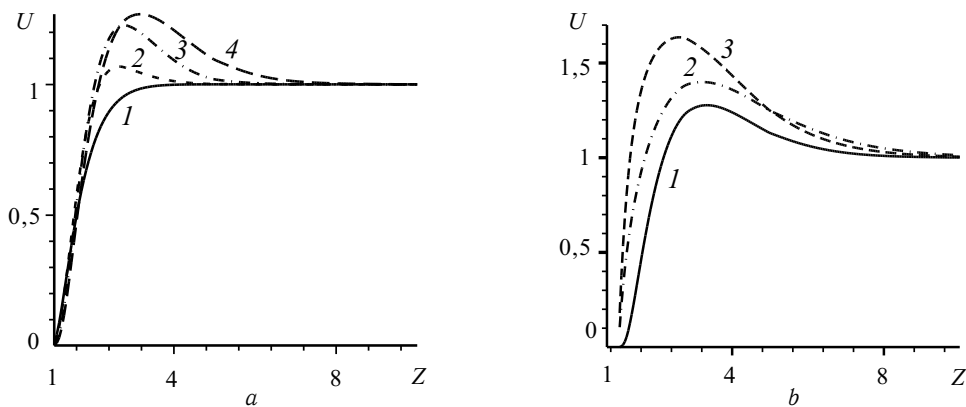


Рис. 3. Распределение продольной скорости в следе за сферой для изотермического обтекания для различных чисел We (а): 1 – $We = 0,01$, 2 – $We = 1,0$, 3 – $We = 2,0$, 4 – $We = 3,0$; для различных значений γ при $We = 3,0$ (б): 1 – $\gamma = \infty$ (прилипание), 2 – $\gamma = 10^3$, 3 – $\gamma = 0$ (скольжение)

Характер нелинейного поведения жидкости в следе за телом является следствием уменьшения вязкости в сочетании с ростом разности нормальных напряжений в этой области. Увеличение разности нормальных напряжений в следе иллюстрирует рис. 4, где представ-

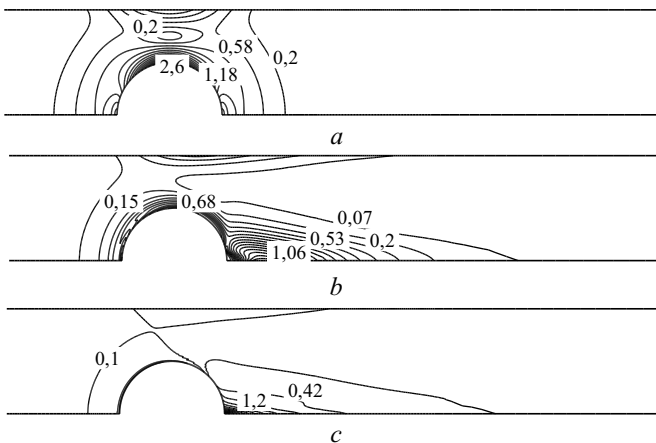


Рис. 4. Изолинии $N_1 = \sigma_1 - \sigma_2$ для изотермического обтекания: а – при $We = 0,01$; б – $We = 3,0$ с условиями прилипания; с – при $We = 3,0$ с условиями скольжения на стенке сферы

лены соответствующие рис. 2 изолинии N_1 , первой разности главных напряжений $N_1 = \sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{(\tau_{11} - \tau_{22})^2 + 4\tau_{12}}$. Видно, что при малых числах $We = 0,01$ максимальные значения N_1 образуются в основном вдоль поверхности сферы, в части узкого зазора с подвижной стенкой и вдоль подвижной стенки (рис. 4, а). При увеличении числа We , наряду с напряжениями вдоль поверхности сферы, образуются повышенные значения N_1 в следе за сферой для условия прилипания на поверхности (рис. 4, б). Условия скольжения характеризуются отсутствием напряжений вдоль поверхности сферы с образованием ненулевой разности N_1 в коротком следе за сферой, быстро затухающей по мере удаления от сферы вниз по потоку.



Воздействие степени нагрева тела на структуру течения в следе за сферой представлено на рис. 5, *a*, где показаны профили скорости жидкости в следе за сферой с условиями прилипания при увеличении перепада температур между сферой и набегающим потоком. При увеличении температурного напора между сферой и средой до 70К максимальное значение скорости в области следа увеличивается до 35 % по сравнению с изотермическим обтеканием, когда данное значение равно 21 %. Аналогичные кривые для сферы с условиями скольжения приведены на рис. 5, *b*. Видно, что восстановление скорости в этом случае происходит на более коротком отрезке, при этом превышение скорости затухает более интенсивно по сравнению с нелинейным поведением при условиях прилипания на сфере. Нагрев сферы приводит к смещению данной зоны вверх по потоку. Данные результаты подтверждают, что одним из основных причин, вызывающих это явление для вязкоупругих жидкостей является рост нормальных напряжений вдоль оси следа с проявлением аномалии вязкости, которая уменьшается как при увеличении скорости сдвига, так и температуры.

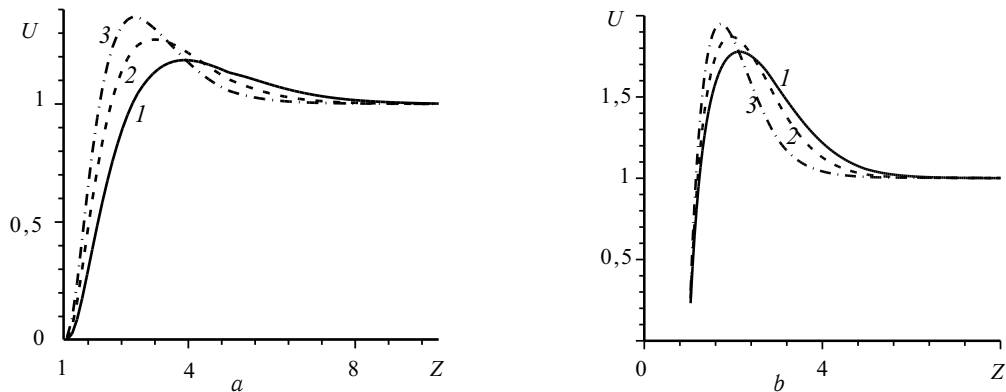


Рис. 5. Распределение продольной скорости в следе за сферой для неизотермического обтекания при $We = 3,0$ с условиями прилипания (*a*) и с условиями полного скольжения (*b*):
 1 – $\Delta T = 0$ К, 2 – $\Delta T = 40$ К, 3 – $\Delta T = 70$ К

Среднее значение коэффициента теплоотдачи, определяемого через $Nu = - \int_{\Gamma} (\partial\theta/\partial n)_{n=0} d\Gamma$, где Γ – контур тела, равняется 6,72 для сферы при $We = 3,0$, а при $We = 0,01$ значения 6,16 соответственно. Видно, что средний коэффициент теплоотдачи повышается по сравнению с ньютоновским для ползущего обтекания нагретой сферы при умеренных числах Pe . При малых значениях Pe отличия в теплообмене почти не наблюдаются. В таблице приведены значения коэффициента лобового сопротивления C_d [10] для изотермического и неизотермического обтекания сферы при увеличении числа We . Полученные результаты по изотермическому обтеканию для сферы (1 столбец), хорошо согласуются с результатами работы [10]. Также отметим, что увеличение числа We до 3 и наличие температурного напора в $\Delta T = 70$ К приводит к уменьшению C_d в 1,7 раза (4 столбец).

Значения коэффициента C_d

We	C_d шар	C_d [10]	$C_d \Delta T = 70K$
0,01	5,97	5,97	4,12
0,50	4,96	4,95	3,67
1,00	4,00	4,03	3,12
3,00	3,07	3,12	2,45

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе теоретически исследованы структура течения и теплообмен при обтекании вязкоупругой жидкостью сферы в трубе, отличающейся от ньютоновской образованием зоны с повышенной скоростью жидкости в следе. Показано существенное влияние времени релаксации жидкости и температурного напора между телом и средой на нелинейное поведение жидкости в следе. Установлено, что увеличение времени релаксации жидкости приводит к увеличению зоны превышения скорости. Выявлено, что увеличение степени проскальзывания на стенках сферы и его нагрев приводят к увеличению значения максимальной скорости в следе. К тому же нелинейный след смещается вверх по потоку. Численно показано, что увеличение времени релаксации и температурного напора приводит к уменьшению коэффициента сопротивления для сферы. Исследование процесса теплообмена свидетельствует о том, что при неизотермическом вязкоупругом обтекании шара средний коэффициент теплоотдачи увеличивается по сравнению с ньютоновским при умеренных числах Pe .



Библиографический список

1. *Hassager, O.* Negative wake behind bubbles in non-Newtonian liquids / O. Hassager // *Nature*. 1979. Vol. 279. P. 402–403.
2. *Arigo, M.T.* An experimental investigation of negative wakes behind spheres settling in shear-thinning viscoelastic fluids / M.T. Arigo, G.H. McKinley // *Rheol. Acta*. 1998. Vol. 37. P. 307–327.
3. *Phan-Thien, N.* A new constitutive equation derived from network theory / N. Phan-Thien // *J. Non-Newtonian Fluid. Mech.* 1979. Vol. 2. P. 353–365.
4. *Bird, R.B.* Dynamics of Polymeric Liquids. V. 1. Fluid Mechanics. 2nd ed. / R.B. Bird, R.C. Armstrong, O. Hassager. N.Y.: John Wiley and Sons, 1987. 565 p.
5. *Назмеев, Ю.Г.* Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков реологически сложных жидкостей / Ю.Г. Назмеев. М.: Энергоатомиздат, 1996. 304 с.
6. *Коннор, Дж.* Метод конечных элементов в механике жидкости / Дж. Коннор, К. Бреббиа. Л.: Судостроение, 1979. 264 с.
7. *Aboubacar, M.* High-order finite volume schemes for viscoelastic flows / M. Aboubacar [et al.] // *J. Comput. Phys.* 2004. Vol. 199. P. 16–40.
8. *Писанецки, О.* Технология разреженных матриц / О. Писанецки. Л.: Мир, 1984. 344 с.
9. *Захаренков, С.М.* Реализация граничных условий частичного или полного проскальзывания при решении уравнений Навье-Стокса / С.М. Захаренков // *Журн. вычисл. мат. и мат. физ.* 2001. Т. 41, № 5. С. 796–806.
10. *Luo, X.L.* Operator splitting algorithm for viscoelastic flow and numerical analysis for the flow around sphere in tube / X.L. Luo // *J. Non-Newtonian Fluid. Mech.* 1996. Vol. 48. P. 57–75.