УДК 539.374

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТРУБ С УЧЕТОМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ДЛЯ МАТЕРИАЛОВ СО СЛОЖНОЙ РЕОЛОГИЕЙ

А. Н. Спорыхин, Д. В. Гоцев[1], Л. Г. Плотников

Воронежский государственный университет,
кафедра теоретической и прикладной механики;
[1]Военный авиационный инженерный университет, Воронеж,
кафедра математики
E-mail: pmmdeans@main.vsu.ru, rbgotsev@mail.ru,
lavra_net@mail.ru

В рамках метода малого параметра исследуется поле напряжений весомой цилиндрической трубы при моделировании материала несжимаемой упруговязкопластической средой. Дается оценка влияния на величину пластической зоны физико-механических параметров конструкции.

Ключевые слова: плоская деформация, тензор напряжений, упругость, пластичность, упругопластическая граница, упруговязкопластичность.

Stress of Heavy-Wall Tubing Cylindrical Pipes Taking into Account the Gravity for Materials with Difficult Rheology

A. N. Sporykhin, D. V. Gotsev[1], L. G. Plotnikov

Voronezh State University,
Chair of Applied Mathematics, Computer Sciences and Mechanics;
[1]Military aviation engineering university, Voronezh,
Chair of Mathematics
E-mail: pmmdeans@main.vsu.ru, rbgotsev@mail.ru,
lavra_net@mail.ru

Within a method of small parametre the field of stresses of heavy tubing cylindrical pipes is investigated at modelling of a material by the incompressible elastic-is viscous-plastic environment. The estimation of influence on size of a plastic zone physicomechanical design parametres is given.

Key words: plane deformation, tensor of deformation, elasticity, plasticity, elastoplastic line, elastic-is viscous-plasticity.

Известно, что одним из основных факторов, влияющих на распределение поля напряжений в толстостенных конструкциях, является их собственный вес. Поэтому учет силы тяжести при расчете напряженно-деформированного состояния толстостенных сооружений является актуальной задачей. Анализ влияния собственного веса в первом приближении на напряженное состояние толстостенных цилиндрических труб для материалов, обладающих упругопластическими свойствами приведен в работе [1]. В настоящей работе ищется напряженное состояние цилиндрической трубы, находящейся под действием собственного веса при моделировании материала трубы несжимаемой упруговязкопластической средой [2].

В этом случае функция нагружения имеет вид

$$F = \left(S_i^j - c_i^{jp} - \eta \dot{\varepsilon}_i^{jp}\right)\left(S_j^i - c_j^{ip} - \eta \dot{\varepsilon}_j^{ip}\right) \tag{1}$$

где c — коэффициент упрочнения; k — предел текучести, η — коэффициент вязкости; $S_i^j = \sigma_i^j - \sigma\delta_i^j$ — девиатор тензора напряжений; $\sigma = \sigma_k^k/3$; δ_i^j — символ Кронекера; ε_i^j — компоненты тензора деформаций; $\dot{\varepsilon}_i^j$ — компоненты тензора скоростей деформаций. Индексы i, j принимают значения от 1 до 3, верхние индексы p или e обозначают величины, относящиеся к пластической или упругой областям соответственно.

Рассмотрим толстостенную трубу с внутренним радиусом a и внешним — b (рис. 1). На внутреннем контуре трубы приложена равномерно распределенная нагрузка интенсивностью P_0, моделирующая собой давление жидкости или газа, на внешнем контуре — нагрузка интенсивностью P .

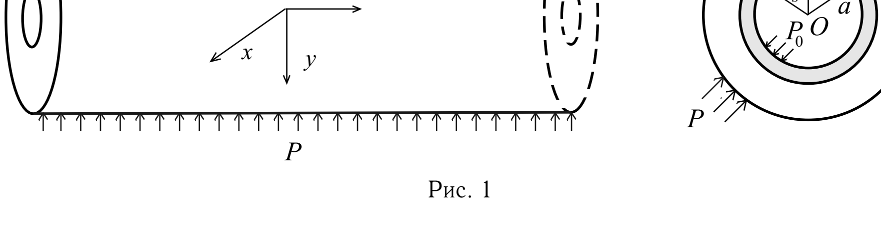

Рис. 1

При нахождении напряженного состояния и радиуса раздела зон упругого и пластического деформирования учитывается влияние силы тяжести. Задача решается в рамках плоскодеформированного состояния.

Уравнения равновесия в декартовой системе координат имееют вид

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = \gamma, \tag{2}$$

где γ — объемная сила.

Частное решение системы уравнений (2) согласно [1] выберем в виде

$$\sigma_x = qy, \quad \sigma_y = \gamma y, \quad \tau_{xy} = 0, \tag{3}$$

где γ, q — const.

В полярной системе координат (ρ, θ) уравнения равновесия (2) представимы в форме

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = \gamma \sin\theta, \qquad \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{\rho\theta}}{\rho} = \gamma\cos\theta, \tag{4}$$

частное решение (3) — в форме

$$\begin{gathered} \sigma_\rho = \frac{q+3\gamma}{4}\rho\sin\theta + \frac{q-\gamma}{4}\rho\sin 3\theta, \qquad \sigma_\theta = \frac{3q+\gamma}{4}\rho\sin\theta - \frac{q-\gamma}{4}\rho\sin 3\theta, \\ \tau_{\rho\theta} = \frac{\gamma - q}{4}\rho(\cos\theta - \cos 3\theta), \end{gathered} \tag{5}$$

условие пластичности (1) — в форме

$$\left(\frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{2} - c\varepsilon^p_\rho - \eta\dot{\varepsilon}^p_\rho\right)^2 + \left(\tau_{\rho\theta} - c\varepsilon^p_{\rho\theta} - \eta\dot{\varepsilon}^p_{\rho\theta}\right) = 4k^2. \tag{6}$$

Исследуем случай, когда пластическая зона полностью охватывает внутренний контур трубы. При определении напряженного состояния все функции представляются в виде рядов по степеням малого параметра δ, характеризующего отклонение от исходного невозмущенного состояния (от состояния без учета силы тяжести), то есть решение системы (4), (6) ищем в виде [3]:

$$\sigma_{ij} = \sigma^{(0)}_{ij} + \delta\sigma^{(1)}_{ij} + \delta^2\sigma^{(2)}_{ij} + \ldots, \qquad \rho_s = \rho^{(0)}_s + \delta\rho^{(1)}_s + \delta^2\rho^{(2)}_s + \ldots, \tag{7}$$

где ρ_s — радиус раздела зон упругого и пластического деформирования.

Влияние силы тяжести учтем в первом приближении, положив

$$q = \delta c_1, \quad \gamma = \delta c_2 \quad c_1, c_2 - \text{const}. \tag{8}$$

В качестве нулевого приближения выберем решение задачи о нахождении напряженно-деформированного состояния толстостенной цилиндрической трубы находящейся под действием сжимающих нагрузок P_0 и P, без учета силы тяжести, которое согласно [2] имеет вид

– в пластической зоне при $(\alpha \le \rho \le 1)$

$$\begin{gathered} \sigma^p_\rho = -P_0 + \frac{4x\mu}{2\mu+c}\left[\frac{c+2\mu e^{-\xi\cdot t}}{4\mu}\left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\rho^2}\right) + \left(1 - e^{-\xi\cdot t}\right)\ln\frac{\rho}{\alpha}\right], \\ \sigma^p_\theta = -P_0 + \frac{4x\mu}{2\mu+c}\left[\frac{c+2\mu e^{-\xi\cdot t}}{4\mu}\left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\rho^2}\right) + \left(1 - e^{-\xi\cdot t}\right)(1 + \ln\frac{\rho}{\alpha})\right], \\ \tau^p_{\rho\theta} = 0, \end{gathered} \tag{9}$$

где $x = \operatorname{sign}(P_0 - P)$, $\xi = \dfrac{2\mu + c}{\eta}$.

– в упругой зоне при $(1 \le \rho \le \beta)$

$$\sigma^e_\rho = -P + \frac{x}{\beta^2}\left(1 - \frac{\beta^2}{\rho^2}\right), \quad \sigma^e_\theta = -P + \frac{x}{\beta^2}\left(1 + \frac{\beta^2}{\rho^2}\right), \quad \tau_{\rho\theta} = 0. \tag{10}$$

Пластические деформации определяются соотношением

$$\varepsilon_\theta^p = -\varepsilon_\rho^p = \frac{x(1-e^{-\xi\cdot t})}{2\mu+c}\left(\frac{1}{\rho^2}-1\right). \qquad (11)$$

На упругопластической границе выполняется следующее соотношение для внешних усилий:

$$\left(\frac{1}{\beta^2}+1+|P_0-P|\right)(2\mu+c)-2\mu+4\mu\ln\alpha(1-e^{-\xi t})-\frac{(2\mu e^{-\xi\cdot t}+c)}{\alpha^2}=0. \qquad (12)$$

В (9)–(12) и далее все величины, имеющие размерность напряжения, будем считать безразмерными, отнесенными к величине предела текучести k, все линейные размеры будем считать отнесенными к радиусу пластической зоны в исходном нулевом приближении ρ_s^0, т. е. $\alpha=\dfrac{a}{\rho_s^0}$, $\rho=\dfrac{\rho}{\rho_s^0}$ и $\beta=\dfrac{b}{\rho_s^0}$.

Согласно (4), (6)–(8) для определения первой итерации первого приближения имеет место система уравнений

$$\frac{\partial\sigma_{\rho(1)}^{(1)}}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\tau_{\rho\theta(1)}^{(1)}}{\partial\theta}+\frac{\sigma_{\rho(1)}^{(1)}-\sigma_{\theta(1)}^{(1)}}{\rho}=\gamma\sin\theta, \qquad \frac{\partial\tau_{\rho\theta(1)}^{(1)}}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\sigma_{\theta(1)}^{(1)}}{\partial\theta}+\frac{2\tau_{\rho\theta(1)}^{(1)}}{\rho}=\gamma\cos\theta, \qquad (13)$$

$$\sigma_{\rho(1)}^{p(1)}-\sigma_{\theta(1)}^{p(1)}=2c\varepsilon_\rho^{(p(0)}+2\eta\dot{\varepsilon}_\rho^{p(0)}. \qquad (14)$$

В (13), (14) и далее нижний индекс в скобках указывает номер итерации, верхний — номер приближения.

Уравнениям равновесия (13) удовлетворим, полагая

$$\begin{aligned}
\sigma_{\rho(1)}^{(1)}&=\frac{1}{\rho}\frac{\partial\Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial\theta^2}+\frac{q+3\gamma}{4}\rho\sin\theta+\frac{q-\gamma}{4}\rho\sin3\theta,\\
\sigma_{\theta(1)}^{(1)}&=\frac{\partial^2\Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial\rho^2}+\frac{3q+\gamma}{4}\rho\sin\theta-\frac{q-\gamma}{4}\rho\sin3\theta,\\
\tau_{\rho\theta}^{(1)}&=-\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial\Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial\theta}\right)+\frac{\gamma-q}{4}\rho(\cos\theta-\cos3\theta),
\end{aligned} \qquad (15)$$

где $\Psi_{(1)}^{(1)}$ — функция напряжений Эри, удовлетворяющая уравнению

$$\frac{\partial^2\Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial\rho^2}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial\rho}-\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial\theta^2}=\sigma_{\rho(1)}^{p(1)}-\sigma_{\theta(1)}^{p(1)}. \qquad (16)$$

Уравнение (16) с учетом (11) и (14) примет вид

$$\frac{\partial^2\Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial\rho^2}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial\rho}-\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\Psi_{(1)}^{(1)}}{\partial\theta^2}=m_1\left(\frac{1}{\rho^2}-1\right)+\frac{c_2-c_1}{2}\rho(\sin\theta-\sin3\theta), \qquad (17)$$

где $m_1=\dfrac{2c}{2\mu+c}(1-e^{-\xi t})$.

Учитывая решение уравнения (17) определим первую итерацию первого приближения для напряжений в пластической области в форме

$$\begin{aligned}
\sigma_{\rho(1)}^{p(1)}&=\frac{m_1}{2}\left(\frac{1}{\alpha^2}-\frac{1}{\rho^2}-2\ln\frac{\rho}{\alpha}\right)+c_2\rho\sin\theta+\frac{C_{11}}{\rho}\sin\theta+\\
&+\frac{1}{\rho}\left(\left(-8\mathrm{C}_{31}+\sqrt{8}\mathrm{C}_{32}\right)\cos(\sqrt{8}\ln\rho)+\left(-\sqrt{8}\mathrm{C}_{31}-8\mathrm{C}_{32}\right)\sin(\sqrt{8}\ln\rho)\right)\sin3\theta,\\
\sigma_{\theta(1)}^{p(1)}&=\frac{m_1}{2}\left(\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\rho^2}-2-2\ln\frac{\rho}{\alpha}\right)+c_2\rho\sin\theta+\frac{C_{11}}{\rho}\sin\theta+\\
&+\frac{1}{\rho}\left(\left(-8\mathrm{C}_{31}+\sqrt{8}\mathrm{C}_{32}\right)\cos(\sqrt{8}\ln\rho)+\left(-\sqrt{8}\mathrm{C}_{31}-8\mathrm{C}_{32}\right)\sin(\sqrt{8}\ln\rho)\right)\sin3\theta,\\
\tau_{\rho\theta(1)}^{p(1)}&=-\frac{C_{11}}{\rho}\cos\theta-\frac{1}{\rho}\left(3\sqrt{8}\left(C_{32}\cos(\sqrt{8}\ln\rho)-C_{31}\sin(\sqrt{8}\ln\rho)\right)\right),
\end{aligned} \qquad (18)$$

где C_{11}, C_{31}, C_{32} — неизвестные константы интегрирования.

Предположим, что на контуре отверстия при $\rho = \alpha$ все самоуравновешивающиеся составляющие напряжения обращаются в ноль. Тогда из (18) получим систему для определения коэффициентов C_{31} и C_{32}:

$$\begin{cases} C_{31}a_{11} + C_{32}a_{12} = 0, \\ C_{31}a_{11} + C_{32}a_{12} = 0, \end{cases} \tag{19}$$

где $a_{11} = -8\cos(\sqrt{8}\ln\rho) - \sqrt{8}\sin(\sqrt{8}\ln\rho)$, $a_{12} = \sqrt{8}\cos(\sqrt{8}\ln\rho) - 8\sin(\sqrt{8}\ln\rho)$, $a_{21} = 3\sqrt{8}\sin(\sqrt{8}\ln\rho)$, $a_{22} = -3\sqrt{8}\cos(\sqrt{8}\ln\rho)$.

Откуда находим

$$C_{31} = C_{32} = 0. \tag{20}$$

Составляющие напряжений (18) при $\sin\theta$ и $\cos\theta$ являются несамоуровновешивающимися и одновременно не могут обращаться в ноль на контуре отверстия.

Предположим, что

$$\left.\sigma^{p(1)}_{\rho(1)}\right|_{\rho=\alpha} = 0. \tag{21}$$

Тогда из (20) с учетом (18) получим

$$C_{11} = -c_2\alpha^2. \tag{22}$$

Если же предположить, что

$$\left.\tau^{p(1)}_{\rho\theta(1)}\right|_{\rho=\alpha} = 0, \tag{23}$$

то

$$C_{11} = 0. \tag{24}$$

Из условия непрерывности компонент напряжения на упругопластической границе при $\rho = 1$ с учетом (18) имеем

$$\sigma^{e(1)}_{\rho(1)} = b_1^{''}\sin\theta + a_0^{''}, \quad \tau^{e(1)}_{\rho\theta(1)} = a_1^{'''}\cos\theta, \tag{25}$$

где $b_1^{''} = c_2 + C_{11}$, $a_0^{''} = \dfrac{m_1}{2}\left(\dfrac{1}{\alpha^2} - 1 + 2\ln\alpha\right)$, $a_1^{'''} = -C_{11}$,

Граничные условия на внешней стороне трубы при $\rho = \beta$, согласно [1] запишем в виде

$$\sigma^{e(1)}_{\rho} = b_1\sin\theta, \tau^{e(1)}_{\rho\theta} = a_1'\cos\theta, \tag{26}$$

где b_1 и a_1' — const.

С учетом граничных условий (25), (26) согласно [3] компоненты напряжений в упругой зоне при $1 \le \rho \le \beta$ имеют вид

$$\begin{aligned}
\sigma^{e(1)}_{\rho(1)} = &\left[\frac{\rho}{\beta}b_1 + \frac{(3m+1)\beta}{4m(\beta^2+1)}(b_1 + a_1')\left(\frac{1+\beta^2}{\rho} - \frac{\beta^2}{\rho^3} - \rho\right) + \frac{1}{\beta^4-1}\left(b_1 - b_1^{''}\beta\right)\times\right.\\
&\left.\times\left(\frac{\rho}{\beta} - \frac{\beta^3}{\rho^3}\right)\right]\sin\theta + \frac{1}{\beta^2-1}\left(-a_0^{''} + a_0^{''}\frac{\beta^2}{\rho^2}\right) + \frac{c_1+3c_2}{4}\rho\sin\theta + \frac{c_1-c_2}{4}\rho\sin 3\theta,\\
\sigma^{e(1)}_{\theta(1)} = &\left[3\frac{\rho}{\beta}b_1 + \frac{(3m+1)\beta}{(\beta^2+1)}(b_1 + a_1')\left(-\frac{m-1}{3m+1}\frac{1+\beta^2}{\rho} + \frac{\beta^2}{\rho^3} - 3\rho\right) + \frac{1}{\beta^4-1}\left(b_1 - b_1^{''}\beta\right)\times\right.\\
&\left.\times\left(3\frac{\rho}{\beta} + \frac{\beta^3}{\rho^3}\right)\right]\sin\theta + \frac{1}{\beta^2-1}\left(-a_0^{''} - a_0^{''}\frac{\beta^2}{\rho^2}\right) + \frac{3c_1+c_2}{4}\rho\sin\theta - \frac{c_1-c_2}{4}\rho\sin 3\theta,\\
\tau^{e(1)}_{\rho\theta(1)} = &-\left[\frac{\rho}{\beta}b_1 + \frac{(3m+1)\beta}{4m(\beta^2+1)}(b_1 + a_1')\left(-\frac{m-1}{3m+1}\frac{1+\beta^2}{\rho} - \frac{\beta^2}{\rho^3} - \rho\right) +\right.\\
&\left.+\frac{1}{\beta^4-1}\left(b_1 - b_1^{''}\beta\right)\left(\frac{\rho}{\beta} - \frac{\beta^3}{\rho^3}\right)\right]\cos\theta + \frac{c_2-c_1}{4}\rho(\cos\theta - \cos 3\theta),
\end{aligned} \tag{27}$$

где $m = \mu^{-1}$, причем

$$(b_1 + a_1')\beta - \left(b_1^{''} + a_1^{'''}\right)\alpha = 0. \tag{28}$$

Из условий сопряжения компонент тензора напряжений [3] следует, что на невозмущенной упругопластической границе имеет место равенство

$$\left[\sigma_{ij(1)}^{(1)} + \frac{d\sigma_{ij}^{(0)}}{d\rho_{s(1)}^{(0)}}\right] = 0. \tag{29}$$

Откуда, учитывая (9), (10), получим:

$$\rho_{s(1)}^{(1)} = -\left[\sigma_{\theta(1)}^{(1)}\right]\left[\frac{d\sigma_{\theta}^{(0)}}{d\rho}\right]^{-1} = -\frac{2\mu + \mathrm{c}}{8\mu(1 - e^{-\xi t})}\left[\sigma_{\theta(1)}^{(1)}\right]. \tag{30}$$

Соотношение для нахождения радиуса упругопластической границы $\rho_{s(1)}^{(1)}$ в первой итерации первого приближения согласно (30) при учете (18), (19) (22), (27) и (28) определим в виде

$$\rho_{s(1)}^{(1)} = M_0 + M_1 \sin\theta + M_3 \sin 3\theta, \tag{31}$$

где

$$M_0 = -\frac{2\mu + \mathrm{c}}{8\mu(1 - e^{-\xi t})}\left[\frac{1}{\beta^2 - 1}\left(-a_0^{''} - a_0^{''}\beta^2\right) - \frac{m_1}{2}\left(\frac{1}{\alpha^2} - 1 + 2\ln\alpha\right)\right],$$

$$M_1 = -\frac{2\mu + \mathrm{c}}{8\mu(1 - e^{-\xi t})}\left[3\frac{b_1}{\beta} + \frac{(3m+1)\beta}{4m(\beta^2+1)}(b_1 + a_1^{\prime})\left(-\frac{m-1}{3m+1}(1+\beta^2) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \beta^2 - 3\right) + \frac{1}{\beta^4 - 1}\left(b_1 - b_1^{''}\beta\right)\left(\frac{3}{\beta} + \beta^3\right)\right],$$

$$M_3 = -\frac{2\mu + \mathrm{c}}{8\mu(1 - e^{-\xi t})}\left[\frac{c_2 - c_1}{4}\right]. \tag{32}$$

Таким образом, поле напряжений в толстостенной цилиндрической трубе, находящейся под действием сжимающих нагрузок при учете силы тяжести определено в нулевом и первом приближениях (первая итерация) при $\alpha \le \rho \le 1$ соотношениями (9), (18), (19), (22) (или (24)), а при $1 \le \rho \le \beta$ — соотношениями (10), (27), (28). Радиус раздела зон упругого и пластического деформирования находится по формулам (12), (31).

Результаты численного эксперимента представлены на рис. 2, *а–г*. На этих рисунках показана зависимость радиуса упругопластической границы ρ_s от угла θ в толстостенной трубе, с учетом силы тяжести. При этом значение безразмерных характеристик принимались следующими: внутреннее давление на контуре $q_0 = 0.9$ и внешнее давление на контуре $q = 0.2$; малый параметр $\delta = 0.17$; модуль сдвига $\mu = 1$; радиус отверстия $a = 0.6$; внешний радиус трубы $b = 0.9$.

На рис. 2, *а* замкнутая кривая *1* соответствует контуру отверстия. Замкнутые кривые *2–4* характеризуют положение упругопластической границы ρ_s в моменты времени $t = 0.001$, $t = 0.0015$, $t = 1$ соответственно. При этом коэффициент упрочнения $c = 0.2$; коэффициент вязкости — $\eta = 0.001$.

На рис. 2, *б* замкнутая кривая *1* соответствует контуру отверстия. Замкнутые кривые *2–4* характеризуют положение упругопластической границы ρ_s при значениях упрочнения $c = 0.3$, $c = 0.2$, $c = 0.1$ соответственно. При этом коэффициент вязкости $\eta = 0.001$.

На рис. 2, *в* замкнутая кривая *1* соответствует контуру отверстия. Замкнутые кривые *2–4* характеризуют положение упругопластической границы ρ_s при значениях коэффициентов вязкости $\eta = 0.002$, $\eta = 0.0015$ и $\eta = 0.001$ соответственно. При этом коэффициент упрочнения $c = 0.2$.

На рис. 2, *г* замкнутая кривая *1* соответствует контуру отверстия. Замкнутые кривые *2–4* характеризуют положение упругопластической границы ρ_s при значениях $c_1 = 0.5$, $c_2 = 15$; $c_1 = 0.2$, $c_2 = 5$ и $c_1 = 0$, $c_2 = 0$ соответственно. Случай $c_1 = 0$, $c_2 = 0$ соответствует положению упругопластической границы без учета силы тяжести При этом коэффициент упрочнения $c = 0.2$, коэффициент вязкости $\eta = 0.001$.

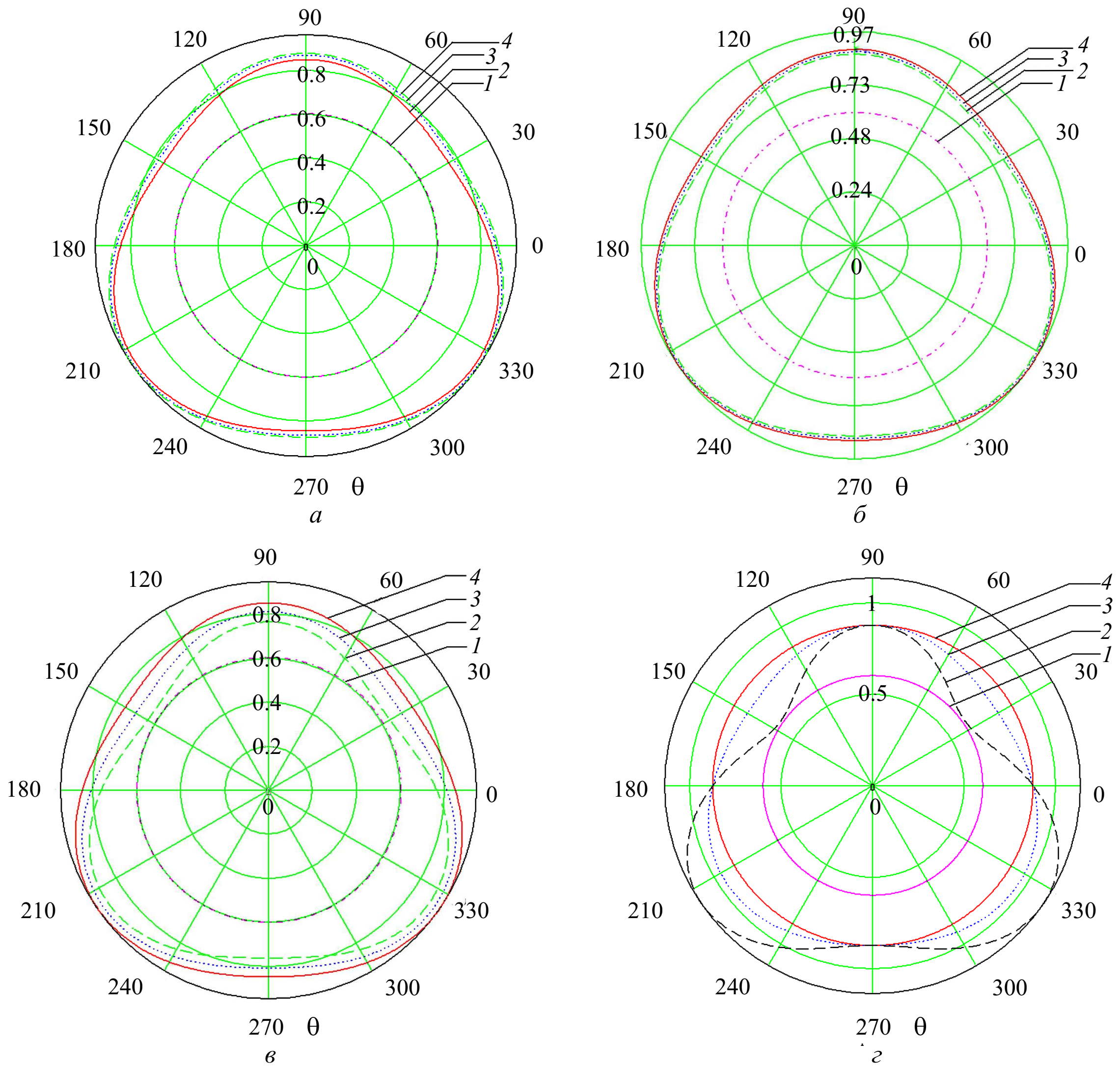

Рис. 2

Из анализа результатов численного эксперимента следует, что учет силы тяжести влияет на форму и размер упругопластической зоны (см. рис. 2, *а*–*г*), при этом отмечены следующие закономерности:

– с ростом времени упругопластическая граница увеличивается до определенного значения, которое соответствует упрочняющейся упругопластической среды (рис. 2, *а*) (имеет место ограниченная ползучесть);

– при увеличении коэффициента упрочнения c пластическая область сужается;

– с ростом коэффициента вязкости η пластическая зона уменьшается, в этом смысле можно говорить о стабилизирующей роли вязкости.

Таким образом, получено первое приближение (в одной итерации), поставленной задачи о напряженном состоянии толстостенных труб из упруговязкопластического материала, при учёте силы тяжести. Очевидно, что полагая в приведенных выше соотношениях $c = 0$, $\eta = 0$ и $t \to \infty$, приходим к результатам работы С.В. Матвеева [1], соответствующим идеально пластическому материалу. Если положить $c_1 = 0$ и $c_2 = 0$, то приходим к известным решениям А.Н. Спорыхина [2].

Библиографический список

1. *Матвеев С. В.* Упругопластическое состояние среды, ослабленной горизонтальной цилиндрической полостью, с учетом силы тяжести // Вестн. Самар. гос. ун-та. Естественнонауч. сер. 2007. № 2(52). С. 107–114.

2. *Спорыхин А. Н., Шашкин А. И.* Устойчивость равновесия пространственных тел и задачи механики горных пород. М.: Физматлит, 2004. 232 с.

3. *Ивлев Д. Д., Ершов Л. В.* Метод возмущений в теории упругопластического тела. М.: Наука, 1978. 208 с.