НАУЧНЫЙ ОТДЕЛ

ИНФОРМАТИКА

УДК 519.1

НЕДОСТИЖИМЫЕ СОСТОЯНИЯ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ, АССОЦИИРОВАННЫХ С ЦЕПЯМИ И ЦИКЛАМИ

А. В. Жаркова

Саратовский государственный университет,
кафедра теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии
E-mail: VAnastasiyaV@gmail.com

Приводятся формулы для подсчета количества недостижимых состояний в динамических системах, образованных двоичными векторами, кодирующими ориентации цепей и циклов.

Ключевые слова: динамическая система, эволюционная функция, недостижимое состояние, ветвление.

Inaccesible States in Dynamic Systems Associated with Paths and Cycles

A. V. Zharkova

Saratov State University,
Chair of the Theoretical Foundations of Computer Security and Cryptography
E-mail: VAnastasiyaV@gmail.com

Formulas are derived for calculation of the number of inaccesible states in dynamic systems formed by binary vectors encoding orientations of paths and cycles.

Key words: dynamic system, evolutionary function, inaccesible state, branching.

ВВЕДЕНИЕ

Под *конечной динамической системой* понимается пара (S, δ), где S – конечное непустое множество, элементы которого называются *состояниями системы*, δ: $S \to S$ – отображение множества состояний в себя, называемое *эволюционной функцией системы*.

Конечной динамической системе сопоставляется *карта* – граф с множеством вершин S и дугами, проведенными из каждой вершины $s \in S$ в вершину $\delta(s)$. Этот граф является функциональным, т.е. из каждой вершины выходит точно одна дуга. Компоненты связности графа, задающего динамическую систему, называются её *бассейнами*. Каждый бассейн представляет собой контур с входящими в него деревьями. Контуры называются предельными циклами, или *аттракторами*.

В работе [1] рассматривается SER-динамика бесконтурных графов, где каждое следующее состояние получается из предыдущего путем переориентации всех дуг, входящих в стоки (вершины, имеющие нулевую степень исхода). Эта динамика используется в задачах об отказоустойчивости компьютерных сетей, моделируемых бесконтурными графами. При изучении модельных графов можно использовать идеи и методы теории динамических систем двоичных векторов (см., например, [2, 3]), когда имеется естественная двоичная кодировка графов рассматриваемого класса.

Одними из основных характеристик состояний динамической системы являются *ветвление* — количество непосредственных предшественников данного состояния, и *недостижимость* – свойство состояний, имеющих нулевое ветвление (они называются также начальными состояниями системы). Программа [4] предназначена для исследования эволюционных параметров состояний в динамических системах, состояниями которых являются двоичные векторы, представляющие некоторые типы графов.

В настоящей работе предлагаются формулы для подсчёта количества недостижимых состояний в динамических системах двоичных векторов, связанных с такими графами, как цепи и циклы.

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Источником в графе называется вершина, имеющая нулевую степень захода. Множество источников бесконтурного ориентированного графа будем называть *допустимым*, если из него в каждый сток этого графа есть дуга.

В работе [1] вводится SER-динамика бесконтурных ориентаций заданного графа, где каждое следующее состояние (бесконтурный граф) получается из предыдущего путем переориентации всех дуг, входящих в стоки.

В работах автора [5, 6] доказывается следующая теорема о ветвлении состояний в таких динамических системах.

Теорема 1. *Ветвление данного состояния s динамической системы, ассоциированной с графом, равно количеству допустимых множеств источников в графе, представляющем состояние s.*

Из данной теоремы можно заключить, какие же состояния являются недостижимыми.

Следствие 1. *Состояние s динамической системы, ассоциированной с графом, недостижимо тогда и только тогда, когда нет ни одного допустимого множества источников в графе, представляющем состояние s, или, другими словами, когда существует хотя бы один сток, не соседствующий с источниками.*

Напомним формулу включений и исключений из комбинаторики, которая нам понадобится. Пусть даны непустые множества A_1, A_2, $\ldots$, A_m. Обозначим через $k(A)$ количество элементов, принадлежащих множеству A. Тогда количество различных элементов в объединении множеств A_1, A_2, $\ldots$, A_m подсчитывается по формуле

$$\begin{gathered}
k(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_m) = k(A_1) + k(A_2) + \ldots + k(A_m) - k(A_1 \cap A_2) - \\
-k(A_1 \cap A_3) - \ldots - k(A_1 \cap A_m) - k(A_2 \cap A_3) - \ldots - k(A_2 \cap A_m) - \ldots - \\
-k(A_{m-1} \cap A_m) + k(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + \ldots,
\end{gathered} \tag{1}$$

если число пересекающихся множеств нечетно, то слагаемое входит со знаком «+», если четно — со знаком «−».

2. КОЛИЧЕСТВО НЕДОСТИЖИМЫХ СОСТОЯНИЙ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ, АССОЦИИРОВАННЫХ С ЦЕПЯМИ

Через B^n, $n>0$, обозначим множество всех двоичных векторов размерности n. Эволюционная функция δ задается на B^n следующим образом. Пусть состоянием динамической системы в данный момент времени является вектор $v \in B^n$. Тогда в следующий момент времени она окажется в состоянии $\delta(v)$, полученном путем одновременного применения правил:

I) если первой компонентой в v является 0, то первой компонентой в $\delta(v)$ будет 1;

II) если в составе v имеются диграммы (две соседние компоненты) вида 10, то в $\delta(v)$ каждая из них заменяется на 01;

III) если последней компонентой в v является 1, то последней компонентой в $\delta(v)$ будет 0;

IV) других отличий между v и $\delta(v)$ нет.

Данная динамика для системы (B^n, δ), $n>0$, введена в [2].

Динамическая система (B^n, δ) изоморфна динамической системе (P_n, δ), состояниями которой являются всевозможные ориентации цепи длины n, и каждое следующее состояние получается из предыдущего путем переориентации всех дуг, входящих в стоки. Изоморфизм устанавливается следующим образом: в ориентации цепи дуга получает метку «0», если она направлена к началу цепи, и метку «1» — в противном случае; кодирующий эту ориентацию двоичный вектор получается последовательным выписыванием меток дуг. Пример представлен на рис. 1.

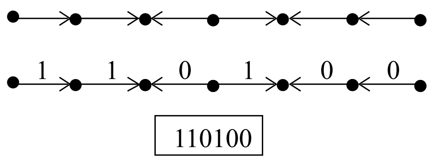

Рис. 1. Состояние системы на языках цепей и двоичных векторов

На рис. 2 показана карта динамической системы (B^6, δ).

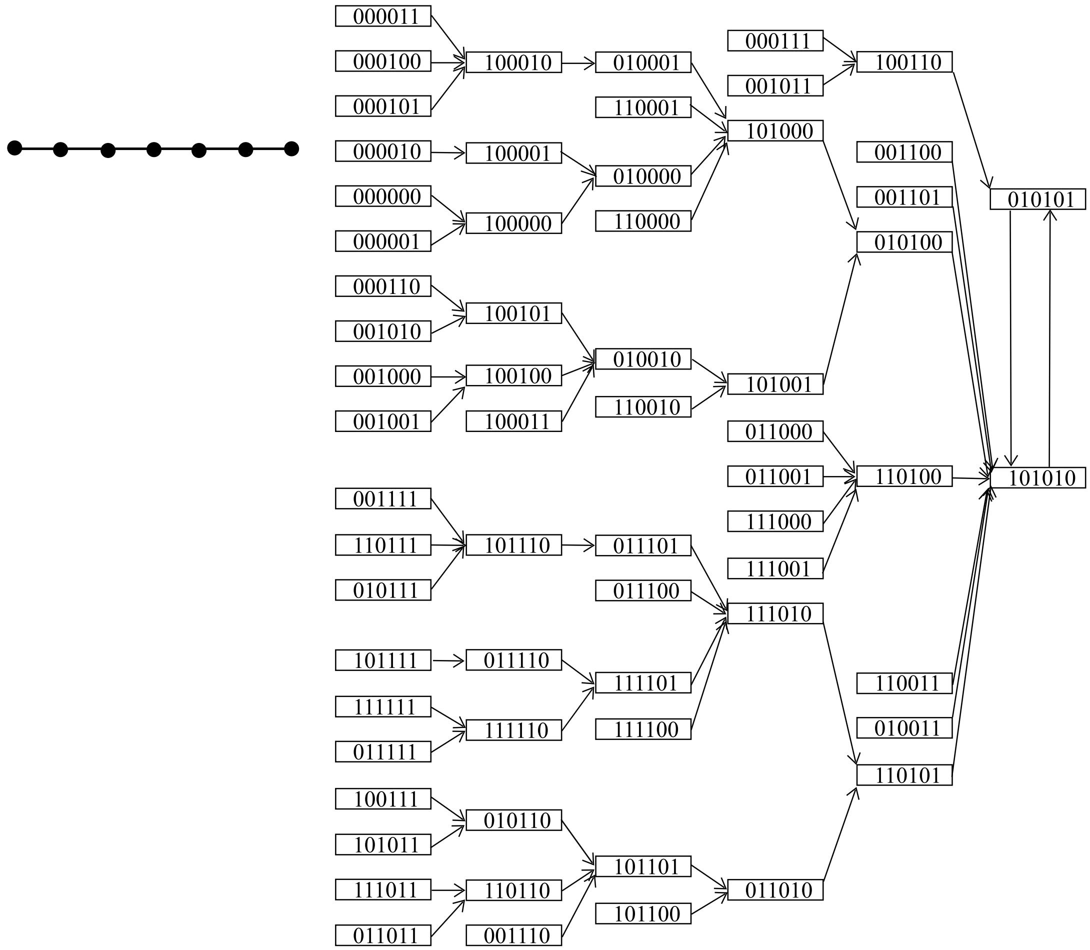

Рис. 2. Карта динамической системы (B^6, δ)

В работе [2] показывается, что состояние (вектор) v динамической системы $(B^n,\ \delta)$ недостижимо из других состояний тогда и только тогда, когда в составе v имеется хотя бы один из следующих фрагментов: 1) начальная диграмма 00, 2) тетраграмма 1100, 3) финальная диграмма 11.

Очевидно, что эти три условия на языке векторов выражают факт существования стока, требуемого следствием 1.

С помощью программы [4] были получены данные по количеству недостижимых состояний в динамической системе $(B^n,\ \delta)$, представленные для $1 \le n \le 10$ в табл. 1.

Выведем формулу для вычисления количества недостижимых состояний в динамической системе $(B^n,\ \delta)$.

Таблица 1

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\text{КНС}_{(n,\delta)}$	0	2	4	8	18	38	80	168	350	726

Теорема 2 (Количество недостижимых состояний в динамической системе $(B^n,\ \delta)$). *Количество недостижимых состояний в динамической системе $(B^n,\ \delta)$, ассоциированной с цепью длины $n > 0$, равно*

$$\text{КНС}_{(n,\delta)} = 2 \cdot 2^{n-2} - 2^{n-4} + \Omega(0) - 2 \cdot \Omega(2) + \Omega(4),$$

где

$$\Omega(x) = \sum_{i=1}^{\left[\frac{n-x}{4}\right]} (-1)^{i+1} \cdot 2^{n-x-4i} \cdot C_{n-x-3i}^{i}, \tag{2}$$

причём если коэффициенты или степени принимают отрицательные значения, то соответствующие выражения принимают значение 0.

Доказательство. В соответствии с видом недостижимых состояний, обозначим множество недостижимых состояний, имеющих начальную диграмму 00, через A_{00}, имеющих финальную диграмму 11 — через B_{11}, имеющих в своём составе тетраграмму 1100 — через C_{1100}. Нужно подсчитать общее количество недостижимых состояний в системе, для чего применим формулу включений и исключений (1). Получим, что

$$\begin{aligned} \text{КНС}_{(n,\delta)} = k(A_{00} \cup B_{11} \cup C_{1100}) = k(A_{00}) + k(B_{11}) + k(C_{1100}) - k(A_{00} \cap B_{11}) - \\ - k(A_{00} \cap C_{1100}) - k(B_{11} \cap C_{1100}) + k(A_{00} \cap B_{11} \cap C_{1100}). \end{aligned} \tag{3}$$

1. Подсчитаем $k(A_{00})$. Для состояний, имеющих начальную диграмму 00, получается, что две начальные компоненты зарезервированы, а остальные компоненты занимают $n-2$ позиции и принимают значения 0 или 1. Таким образом, $k(A_{00}) = 2^{n-2}$.

2. Аналогично пункту 1, $k(B_{11}) = 2^{n-2}$.

3. Подсчитаем $k(C_{1100})$. В таких состояниях может присутствовать от одной до $[n/4]$ тетраграмм 1100 включительно. Обозначим количество этих тетраграмм через l. Компоненты, занимаемые тетраграммами, получаются зарезервированными, а остальные компоненты занимают $n - 4l$ позиций и принимают значения 0 или 1. При этом эти l тетраграмм могут занимать различные позиции в состоянии, и их количество определяется при помощи формулы подсчета количества числа сочетаний: $C_{n-4l+l}^{l} = C_{n-3l}^{l}$. Но при рассмотрении состояний, содержащих $l+1$ тетраграмм, некоторые тетраграммы уже были учтены, поэтому, применив формулу включений и исключений (1), получим

$$k(C_{1100}) = k(C_{1100(1)}) - k(C_{1100(2)}) + k(C_{1100(3)}) - \ldots$$

и так далее до $[n/4]$ слагаемого включительно, где $C_{1100(x)}$ — множество недостижимых состояний, имеющих в своем составе x тетраграмм 1100. Тогда

$$k(C_{1100}) = 2^{n-4} \cdot C_{n-3}^{1} - 2^{n-8} \cdot C_{n-6}^{2} + 2^{n-12} \cdot C_{n-9}^{3} - \ldots$$

и так далее до $[n/4]$ слагаемого включительно. В итоге получается, что

$$k(C_{1100}) = \sum_{i=1}^{\left[\frac{n}{4}\right]} (-1)^{i+1} \cdot 2^{n-4i} \cdot C_{n-3i}^{i}.$$

4. Подсчитаем $k(A_{00} \cap B_{11})$. Для состояний, имеющих в своем составе одновременно начальную диграмму 00 и финальную диграмму 11, получается, что четыре компоненты зарезервированы, а остальные компоненты занимают $n-4$ позиции и принимают значения 0 или 1. Таким образом, $k(A_{00} \cap B_{11}) = 2^{n-4}$.

5. Подсчитаем $k(A_{00} \cap C_{1100})$. Для состояний, имеющих в своем составе одновременно начальную диграмму 00 и тетраграмму 1100, получаем ситуацию, аналогичную рассмотренной в пункте 3, только здесь постоянно зарезервированы первые две компоненты. Таким образом,

$$k(A_{00} \cap C_{1100}) = \sum_{i=1}^{\left[\frac{n-2}{4}\right]} (-1)^{i+1} \cdot 2^{n-2-4i} \cdot C_{n-2-3i}^{i}.$$

6. Подсчет $k(B_{11} \cap C_{1100})$ идет аналогично пункту 5.

7. Подсчитаем $k(A_{00} \cap B_{11} \cap C_{1100})$. Для состояний, имеющих в своем составе одновременно начальную диграмму 00, тетраграмму 1100 и финальную диграмму 11, получаем ситуацию, аналогич-

ную рассмотренной в пункте 3, только здесь постоянно зарезервированы четыре компоненты. Таким образом,

$$k(A_{00} \cap B_{11} \cap C_{1100}) = \sum_{i=1}^{[\frac{n-4}{4}]} (-1)^{i+1} \cdot 2^{n-4-4i} \cdot C^i_{n-4-3i}.$$

Подставляя полученные выражения в формулу (3), имеем

$$\text{КНС}_{(n,\delta)} = 2 \cdot 2^{n-2} + \sum_{i=1}^{[\frac{n}{4}]} (-1)^{i+1} \cdot 2^{n-4i} \cdot C^i_{n-3i} - 2^{n-4} - 2 \cdot \sum_{i=1}^{[\frac{n-2}{4}]} (-1)^{i+1} \cdot 2^{n-2-4i} \cdot C^i_{n-2-3i} + \\ + \sum_{i=1}^{[\frac{n-4}{4}]} (-1)^{i+1} \cdot 2^{n-4-4i} \cdot C^i_{n-4-3i}.$$

Введем функцию $\Omega(x)$ следующим образом:

$$\Omega(x) = \sum_{i=1}^{[\frac{n-x}{4}]} (-1)^{i+1} \cdot 2^{n-x-4i} \cdot C^i_{n-x-3i}.$$

Тогда в итоге имеем, что количество недостижимых состояний в динамической системе (B^n, δ), ассоциированной с цепью длины $n > 0$, равно

$$\text{КНС}_{(n,\delta)} = 2 \cdot 2^{n-2} - 2^{n-4} + \Omega(0) - 2 \cdot \Omega(2) + \Omega(4),$$

причём если коэффициенты или степени принимают отрицательные значения, то это значит, что при таких размерностях n просто не возникает подобных ситуаций, и эти выражения принимают значения 0. □

3. КОЛИЧЕСТВО НЕДОСТИЖИМЫХ СОСТОЯНИЙ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ, АССОЦИИРОВАННЫХ С ЦИКЛАМИ

На множестве B^n, $n > 2$, рассмотрим следующую динамическую систему (B^n, θ) (см. [6]). Пусть состоянием динамической системы (B^n, θ) в данный момент времени является вектор $v \in B^n$. Тогда в следующий момент времени она окажется в состоянии $\theta(v)$, полученном путем одновременного применения правил:

I) если первой компонентой в v является 0 и последней компонентой является 1, то первой компонентой в $\theta(v)$ будет 1, а последней компонентой — 0;

II) если в составе v имеются диграммы вида 10, то в $\theta(v)$ каждая из них заменяется на 01;

III) других отличий между v и $\theta(v)$ нет.

По определению будем считать, что векторы 0^n, 1^n динамической системы (B^n, θ) при динамике переходят в себя, образуя аттракторы единичной длины.

Динамическая система (B^n, θ) изоморфна динамической системе (C_n, θ), состояниями которой являются всевозможные ориентации цикла длины n, и каждое следующее состояние получается из предыдущего путем переориентации всех дуг, входящих в стоки. Изоморфизм устанавливается следующим образом: в цикле фиксируем начальную вершину, в ориентации цикла дуга получает метку «0», если она направлена против часовой стрелки, и метку «1» в противном случае; кодирующий эту ориентацию двоичный вектор получается последовательным выписыванием меток дуг при прохождении цикла по часовой стрелке от начальной вершины. Пример представлен на рис. 3 и 4.

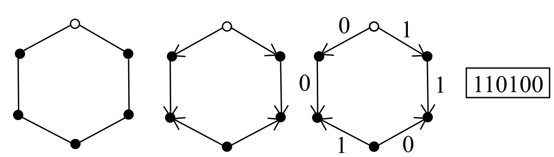

Рис. 3. Состояние системы на языках циклов и двоичных векторов

Из следствия 1 можно выразить свойство недостижимости состояний динамической системы (B^n, θ) на языке векторов. Состояние динамической системы (B^n, θ) недостижимо из других состояний тогда и только тогда, когда в его составе, возможно, при циклическом сдвиге имеется тетраграмма 1100.

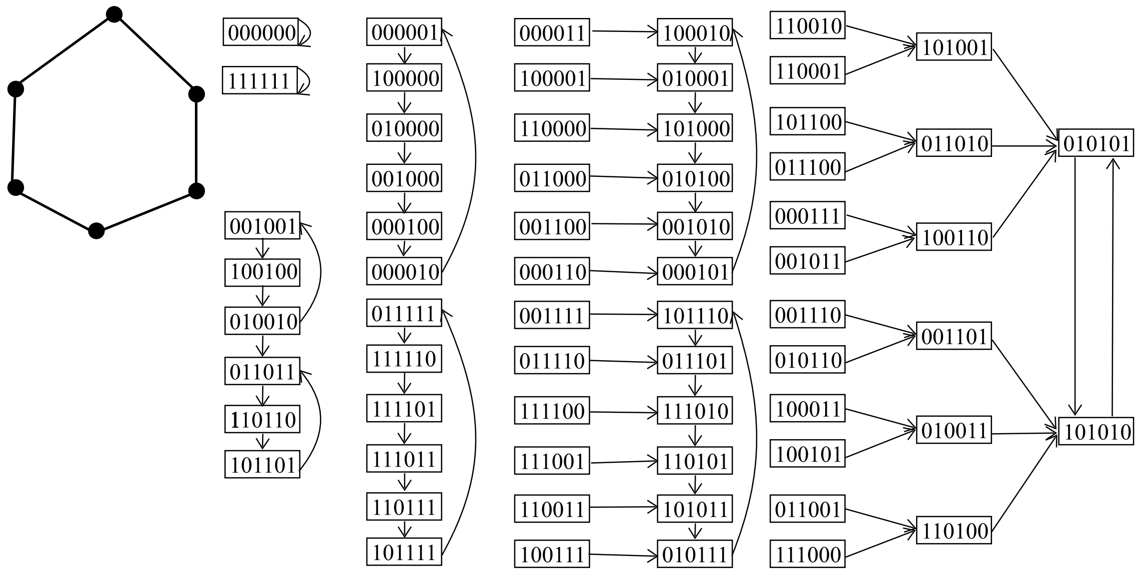

Рис. 4. Карта динамической системы (B^6, θ)

С помощью программы [4] были получены данные по количеству недостижимых состояний в динамической системе $(B^n,\ \theta)$, представленные для $3 \le n \le 12$ в табл. 2.

Таблица 2

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\text{КНС}_{(n,\theta)}$	0	4	10	24	56	124	270	580	1232	2596

Выведем формулу для вычисления количества недостижимых состояний в динамической системе $(B^n,\ \theta)$.

Теорема 3. (Количество недостижимых состояний в динамической системе $(B^n,\ \theta)$). *Количество недостижимых состояний в динамической системе $(B^n,\ \theta)$, ассоциированной с циклом длины $n > 2$, равно*

$$KHC_{(n,\theta)} = 3 \cdot 2^{n-4} + \Omega(0) - 3 \cdot \Omega(4),$$

где $\Omega(x)$ задается формулой (2)*, причём если коэффициенты или степени принимают отрицательные значения, то соответствующие выражения принимают значение 0.*

Доказательство. В соответствии с видом недостижимых состояний обозначим множество недостижимых состояний, имеющих в своем составе тетраграмму 1100, через A_{1100}, начальную компоненту 0 и финальную триграмму 110 через B_{0_110}, начальную диграмму 00 и финальную диграмму 11 через C_{00_11}, начальную триграмму 100 и финальную компоненту 1 через D_{100_1}. Нужно подсчитать общее количество недостижимых состояний в системе, для чего применим формулу включений и исключений (1). Получим, что количество недостижимых состояний в системе $(B^n,\ \theta)$ высчитывается по формуле

$$\begin{gathered}
\text{КНС}_{(n,\theta)} = k(A_{1100} \cup B_{0_110} \cup C_{00_11} \cup D_{100_1}) = k(A_{1100}) + k(B_{0_110}) + k(C_{00_11}) + \\
+ k(D_{100_1}) - k(A_{1100} \cap B_{0_110}) - k(A_{1100} \cap C_{00_11}) - k(A_{1100} \cap D_{100_1}) - \\
- k(B_{0_110} \cap C_{00_11}) - k(B_{0_110} \cap D_{100_1}) - k(C_{00_11} \cap D_{100_1}) + \\
+ k(A_{1100} \cap B_{0_110} \cap C_{00_11}) + k(A_{1100} \cap B_{0_110} \cap D_{100_1}) + k(A_{1100} \cap C_{00_11} \cap D_{100_1}) + \\
+ k(B_{0_110} \cap C_{00_11} \cap D_{100_1}) - k(A_{1100} \cap B_{0_110} \cap C_{00_11} \cap D_{100_1}).
\end{gathered} \tag{4}$$

1. Подсчитаем $k(A_{1100})$. Количество векторов, содержащих в себе тетраграмму 1100, было подсчитано в п. 3 доказательства теоремы 1. Таким образом,

$$k(A_{1100}) = \sum_{i=1}^{[\frac{n}{4}]} (-1)^{i+1} \cdot 2^{n-4i} \cdot C_{n-3i}^{i}.$$

2. Подсчитаем $k(B_{0\_110})$. Для состояний, имеющих начальную компоненту 0 и финальную триграмму 110, получается, что четыре компоненты зарезервированы, а остальные компоненты занимают $n-4$ позиции и принимают значения 0 или 1. Таким образом, $k(B_{0\_110}) = 2^{n-4}$.

3. Аналогично пункту 2, $k(C_{00\_11}) = 2^{n-4}$.

4. Аналогично пункту 2, $k(D_{100\_1}) = 2^{n-4}$.

5. Подсчитаем $k(A_{1100} \cap B_{0\_110})$. Для состояний, имеющих в своем составе одновременно начальную компоненту 0, финальную триграмму 110 и тетраграмму 1100, получаем ситуацию, аналогичную рассмотренной в п. 1 доказательства, только здесь постоянно зарезервированы четыре компоненты. Таким образом,

$$k(A_{1100} \cap B_{0\_110}) = \sum_{i=1}^{[\frac{n-4}{4}]} (-1)^{i+1} \cdot 2^{n-4-4i} \cdot C_{n-4-3i}^{i}.$$

6. Подсчет $k(A_{1100} \cap C_{00\_11})$, $k(A_{1100} \cap D_{100\_1})$ идет аналогично пункту 5.

7. Значения $k(B_{0\_110} \cap C_{00\_11})$, $k(B_{0\_110} \cap D_{100\_1})$, $k(C_{00\_11} \cap D_{100\_1})$, $k(A_{1100} \cap B_{0\_110} \cap C_{00\_11})$, $k(A_{1100} \cap B_{0\_110} \cap D_{100\_1})$, $k(A_{1100} \cap C_{00\_11} \cap D_{100\_1})$, $k(B_{0\_110} \cap C_{00\_11} \cap D_{100\_1})$, $k(A_{1100} \cap B_{0\_110} \cap C_{00\_11} \cap D_{100\_1})$ равны 0, так как соответствующие множества имеют пустое пересечение.

Подставляя полученные выражения в формулу (4), имеем:

$$\text{КНС}_{(n,\theta)} = \sum_{i=1}^{[\frac{n}{4}]} (-1)^{i+1} \cdot 2^{n-4i} \cdot C_{n-3i}^{i} + 3 \cdot 2^{n-4} - 3 \cdot \sum_{i=1}^{[\frac{n-4}{4}]} (-1)^{i+1} \cdot 2^{n-4-4i} \cdot C_{n-4-3i}^{i}.$$

Используя функцию $\Omega(x)$ (2), имеем, что количество недостижимых состояний в динамической системе $(B^n,\ \theta)$, ассоциированной с циклом длины $n > 2$, равно

$$\text{КНС}_{(n,\theta)} = 3 \cdot 2^{n-4} + \Omega(0) - 3 \cdot \Omega(4),$$

причём если коэффициенты или степени принимают отрицательные значения, то это значит, что при таких размерностях n просто не возникает подобных ситуаций, и эти выражения принимают значения 0. □

4. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Последовательности, задаваемые табл. 1 и 2, в онлайн-энциклопедии целочисленных последовательностей [7] не встречаются. Построим таблицу для количества достижимых состояний в динамической системе $(B^n,\ \delta)$ для $1 \le n \le 10$ (табл. 3).

Таблица 3

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$2^n - \text{КНС}_{(n,\delta)}$	2	2	4	8	14	26	48	88	162	298

Обратившись к указанной энциклопедии, находим в ней последовательность A135491: «2, 4, 8, 14, 26, 48, 88, 162, 298, 548, ...» [8], элементы которой получаются по формуле $a(n) = a(n-1) + a(n-2) + a(n-3)$ при $a(1) = 2$, $a(2) = 4$, $a(3) = 8$. Данная последовательность связана с задачей о бросании монеты [9] и подсчитывает количество способов подбросить монету n раз так, чтобы в результате в последовательности исходов не было четырех подряд стоящих одинаковых исходов.

Последовательность A135491 совпадает с последовательностью достижимых состояний в $(B^n,\ \delta)$ со второго по 33 элемент (столько элементов приведены в энциклопедии). Если обе последовательности на самом деле совпадают, то данные наблюдения можно применить к рекуррентному поиску количества недостижимых состояний в динамической системе $(B^n,\ \delta)$, полагая

$$\beta(n) = \sum_{i=1}^{3} \beta(n-i) \quad \text{при} \quad \beta(1) = 2, \quad \beta(2) = 2, \quad \beta(3) = 4$$

как функцию, задающую последовательность для количества достижимых состояний в динамической системе (B^n, δ); тогда количество недостижимых состояний динамической системы (B^n, δ) можно будет подсчитать по формуле

$$\text{КНС}_{(n,\delta)} = 2^n - \beta(n).$$

Также, проанализировав последовательность табл. 1, можно заметить, что

$$\text{КНС}_{(n,\delta)} = 2^{n-3} + \sum_{i=1}^{3} \text{КНС}_{(n-i,\delta)}, \quad \text{при} \quad \text{КНС}_{(1,\delta)} = 0, \quad \text{КНС}_{(2,\delta)} = 2, \quad \text{КНС}_{(3,\delta)} = 4.$$

Теперь построим таблицу для количества достижимых состояний в динамической системе (B^n, θ) для $3 \leq n \leq 12$ (табл. 4).

Таблица 4

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$2^n - \text{КНС}_{(n,\theta)}$	8	12	22	40	72	132	242	444	816	1500

Данная последовательность также не встречается в энциклопедии [7]. По аналогии с рекуррентными подсчетами количества недостижимых состояний динамической системы (B^n, δ) проанализируем последовательности табл. 2 и 4 для возможного рекуррентного подсчета количества недостижимых состояний в динамической системе (B^n, θ).

Рассмотрим последовательность для количества достижимых состояний в динамической системе (B^n, θ) при $3 \leq n \leq 33$. Введем функцию

$$\gamma(n) = \sum_{i=1}^{3} \gamma(n-i) - 2, \quad \text{при} \quad \gamma(3) = 8, \quad \gamma(4) = 12, \quad \gamma(5) = 22.$$

Все 33 элемента рассматриваемой последовательности вычисляются с помощью функции $\gamma(n)$. Если эта закономерность распространяется на всю последовательность, то количество недостижимых состояний динамической системы (B^n, θ), $n > 2$, можно будет подсчитать по формуле

$$\text{КНС}_{(n,\theta)} = 2^n - \gamma(n).$$

Также, проанализировав последовательность табл. 2, можно заметить, что

$$\text{КНС}_{(n,\theta)} = 2 + 2^{n-3} + \sum_{i=1}^{3} \text{КНС}_{(n-i,\theta)}, \quad \text{при} \quad \text{КНС}_{(3,\theta)} = 0, \quad \text{КНС}_{(4,\theta)} = 4, \quad \text{КНС}_{(5,\theta)} = 10.$$

Библиографический список

1. *Barbosa V. C.* An atlas of edge-reversal dynamics. L., 2001. 372 с.

2. *Салий В. Н.* Об одном классе конечных динамических систем // Вестн. Томск. гос. ун-та. 2005. № 14. Приложение. С. 23–26.

3. *Colon-Reyes O., Laubenbacher R., Pareigis B.* Boolean monomial dynamical systems // Ann. Comb. 2004. Vol. 8. P. 425–439.

4. *Власова А. В.* Исследование эволюционных параметров в динамических системах двоичных векторов // Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2009614409, выданное Роспатентом. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 20.08.2009.

5. Об одной динамической системе / А. В. Власова; Саратов. гос. ун-т. Саратов, 2007. 17 с. Деп. в ВИНИТИ 17.12.07, № 1181–В2007.

6. *Власова А. В.* Ветвления в конечной динамической системе (B^n, θ) // Научные исследования студентов Саратовского государственного университета: материалы итоговой студ. науч. конф. Саратов, 2008. С. 57–58.

7. Онлайн-энциклопедия целочисленных последовательностей. URL: http://oeis.org/?language=russian (дата обращения: 30.05.2011).

8. *FitzSimons J. R.* Sequence A135491 // Онлайн-энциклопедия целочисленных последовательностей. URL: http://oeis.org/A135491 (дата обращения: 30.05.2011).

9. Coin tossing // Wolfram MathWorld: the web's most extensive mathematical resource. URL: http://mathworld.wolfram.com/CoinTossing. html (дата обращения: 30.05.2011).