УДК 533.692

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ, РАСПОЛОЖЕННОГО ВБЛИЗИ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ЭКРАНА, В НОВОЙ ПОСТАНОВКЕ

Р. Б. Салимов

Салимов Расих Бахтигареевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики, Казанский государственный архитектурно-строительный университет, Россия, 420043, Казань, Зеленая, 1, salimov.rsb@gmail.com

Рассматривается обратная краевая задача для крылового профиля, расположенного вблизи твердой прямолинейной границы и обтекаемого потенциальным потоком несжимаемой невязкой жидкости со скоростью на бесконечности, параллельной указанной границе. Требуется определить форму и положение крылового профиля по заданному на нем распределению потенциала скорости как функции ординаты точки профиля на небольшей его части, содержащей переднюю кромку и как функции абсциссы точки профиля на остальной части и заданной разности значений функции тока на профиле и на прямолинейной границе (или величины, связанной с указанной разностью). Задача приводится к смешанной краевой задаче для аналитической в круговом кольце функции, имеющей в нем полюс второго порядка, которая, в свою очередь, сводится к краевой задаче Гильберта для однозначной аналитической в кольце функции с линейным краевым условием, связывающем действительную и мнимую части функции. Решение последней задачи дается на основе разработанных ранее методов с использованием известных формул Вилля, позволяющих определить однозначную аналитическую в круговом кольце функцию по заданным граничным значениям ее действительной части.

Ключевые слова: обратная краевая задача, аэрогидродинамика, крыловой профиль, несжимаемая невязкая жидкость, комплексный потенциал.

DOI: 10.18500/1816-9791-2018-18-2-183-195

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть крыловой профиль L_z, расположенный в плоскости комплексного переменного $z = x + iy$, обтекается установившимся потоком несжимаемой невязкой жидкости, ограниченным прямой $y = -p$, $p = \mathrm{const}$, и имеющем на бесконечности скорость, равную $v_\infty e^{i\pi}$, $v_\infty > 0$.

Примем, что задняя кромка B профиля L_z имеет абсциссу $x = 0$, D есть точка профиля L_z, наиболее удаленная от мнимой оси, с абсциссой $x_D > 0$, и абсциссы всех остальных точек L_z удовлетворяют соотношению $0 < x < x_D$. Будем считать, что точка разветвления потока A расположена на нижней поверхности L_z, и ее абсциссу обозначим $x = x_A$.

Обозначим через s дуговую абсциссу точки L_z, отсчитываемую от точки разветвления потока A на профиле L_z в положительном направлении, при котором область течения остается справа.

Пусть $w(z) = \varphi + i\psi$ — комплексный потенциал течения вокруг L_z. Обозначая через v модуль скорости в точке z, через η угол наклона этой скорости к действительной оси, будем иметь $w'(z) = ve^{-i\eta}$.

Область течения обозначим D_z. Примем, что $\psi = 0$ на прямой $y = -p$, $\psi = -Q = \mathrm{const} < 0$ на профиле L_z.

На дуге ADB профиля L_z имеем $\varphi'_s = v$, на остальной части профиля $\varphi'_s = -v$.

Примем, что в точке разветвления A потенциал скорости принимает значение $\varphi = 0$. С увеличением дуговой абсциссы s точки z профиля потенциал скорости φ возрастает, его значение в точке B обозначим φ_B, считая, что φ на участке ADB профиля L_z является непрерывной функцией от s. Если потенциал скорости φ на участке AB нижней поверхности профиля является непрерывной функцией от s, то на этом участке (с уменьшением s) φ возрастает от нуля до значения в точке B, которое обозначим φ_H.

Разность $\varphi_B - \varphi_H = \Gamma$ есть циркуляция скорости v по профилю L_z. Будем считать, что $\Gamma > 0$.

На указанной части BA нижней поверхности профиля L_z выделим точку N, в которой $\varphi = \varphi_H/2$, и в дальнейшем будем считать, что потенциал скорости φ на профиле является непрерывной функцией от s всюду, кроме точки N, при обходе L_z в положительном направлении начиная от точки N получает приращение, равное $\varphi_B - \varphi_H = \Gamma$.

Как показано в книге [1, с. 97–105], если контур L_z неизвестен, на нем задано распределение величины скорости $v = v(s)$, $0 \leqslant s \leqslant l$, где l — периметр контура L_z, и требуется найти его форму, эта задача оказывается разрешимой лишь при выполнении условий разрешимости — условий замкнутости контура L_z. Сказанное справедливо и для профиля L_z, расположенного вблизи экрана. Методы преодоления возникающих при этом трудностей и подробный обзор работ по указанной проблеме изложены в книге [2].

В связи со сказанным представляется целесообразным рассмотрение задач об определении формы профиля L_z, которые оказываются разрешимыми.

В качестве такой задачи рассмотрим следующую: требуется найти форму профиля L_z, положение прямолинейной границы $y = -p$, т.е. число p, и величину скорости невозмущенного потока v_∞, если на участке C^+BC^-, где C^+ и C^- — точки соответственно верхней и нижней поверхности L_z, потенциал скорости φ задан как функция абсциссы x точки L_z, а на участке C^-DC^+ — как функция ординаты y этой точки в виде

$$\left.\begin{array}{lll} \varphi = \varphi^+(x), & 0 \leqslant x \leqslant x_C, & x \in BC^+, \\ \varphi = \varphi^-(x), & 0 \leqslant x \leqslant x_C, & x \in BC^-, \\ \varphi = \varphi(y), & y_{C^-} \leqslant y \leqslant y_{C^+}, & y \in C^-DC^+, \end{array}\right\} \tag{1}$$

где $\varphi^+(x_C) = \varphi(y_{C^+})$, $\varphi^-(x_C) = \varphi(y_{C^-})$, x_C, y_{C^-}, y_{C^+} — заданные числа, $0 < x_A < x_C < d$, x_C — абсцисса точек C^+, C^-, y_{C^+}, y_{C^-} — ординаты точек соответственно C^+, C^-, $y_{C^+} > y_{C^-}$, x_A — заданная абсцисса точки A, величина $d = x_D$ определяется в процессе решения, причем $\varphi^+(0) = \varphi_B$, $\varphi^-(x_N + 0) = \varphi_H/2$ — заданные числа, $\varphi_B > \varphi_H > 0$, x_N — абсцисса вышеуказанной точки N.

Будем считать, что $\varphi^\pm(x)$, $\varphi(y)$ — дифференцируемые функции, производные которых удовлетворяют условию Гельдера в интервалах их задания, включая концы, причем $\varphi'(y) > 0$ на C^-DC^+, $\varphi'(x) < 0$ на BC^+ и BA, $\varphi'_x > 0$ на AC^-, исключая точку A, ${\varphi^+}'(0) = {\varphi^-}'(0) < 0$.

Примем, что в окрестности точки $x = x_A$ справедливо представление $(\varphi^-(x))'_x = \Phi(x) \cdot (x - x_A)$, где $\Phi(x)$ — функция, удовлетворяющая условию Гельдера в указанной окрестности точки x_A, $\Phi(x_A) > 0$. Уместно отметить, что $\varphi^-(x_N + 0) = \varphi_H/2$, $\varphi^-(x_N - 0) = \varphi_B - \varphi_H/2$. Будем считать, что $(\varphi^-(x))'|_{x=x_N+0} = (\varphi^-(x))'|_{x=x_N-0}$.

В соответствии с условиями (1) на L_z являются заданными точки $x_C + iy_{C^-}$, $x_C + iy_{C^+}$, выбор которых влияет на форму L_z.

Учитывая, что $v = \varphi'_s$ на ADB, $v = -\varphi'_s$ на BA, имеем

$$v = \varphi'_x \cos\eta, \qquad x \in C^+BC^-, \qquad v = \varphi'_y \sin\eta, \qquad y \in C^-DC^+. \tag{2}$$

Аналогично тому, как это сделано в книге [1, с. 97–105], целесообразно считать, что заданы производные φ'_x, φ'_y на участках соответственно C^+BC^-, C^-DC^+ контура L_z. Тогда значения потенциала скорости φ на искомом профиле L_z находятся интегрированием с соблюдением вышеуказанных свойств потенциала скорости, в частности,

$$\varphi_B = \int\limits_{x_C}^{0} (\varphi^+(x))' dx + \int\limits_{y_{C-}}^{y_{C+}} \varphi'(y) dy + \int\limits_{x_A}^{x_C} (\varphi^-(x))'_x dx, \quad \varphi_H = \int\limits_{x_A}^{0} (\varphi^-(x))' dx, \tag{3}$$

$\Gamma = \varphi_B - \varphi_H > 0$ — циркуляция скорости вдоль L_z.

При задании значений производных потенциала скорости надо учесть, что для практически используемых профилей на небольшой по размерам (по сравнению с хордой профиля) дуге C^-DC^+ значения $\sin\eta$ формулы (2) близки к единице (в точке D $\sin\eta = 1$), поэтому в точке дуги C^-DC^+ в силу (2) значение скорости $v = \varphi'_y \sin\eta$ будет близко к значению в этой точке производной φ'_y (в точке D $v = \varphi'_y$), на остальной части профиля, исключая небольшую по длине дугу, содержащую заднюю кромку, значение $|\cos\eta|$ близки к единице, следовательно, распределение скорости $v = \varphi'_x \cos\eta$ близко к распределению $|\varphi'_x|$. (Сказанное справедливо, в частности, для профиля L_z, когда $\sin\eta \geqslant 1/\sqrt{2}$ на C^-DC^+ и $|\cos\eta| \geqslant 1/\sqrt{2}$ на вышеуказанной остальной части L_z.)

Таким образом, рассматриваемая в настоящей статье задача является достаточно близким аналогом вышеуказанной задачи из работы [1, с. 97–105].

1. НЕКОТОРЫЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Поступая, как и в книге [1, с. 97–105] (в плоскости комплексного переменного z), область течения D_z разрежем по линии, соединяющей точку N профиля L_z с точкой K прямой $y = -p$, на берегах разреза которой потенциал скорости φ принимает постоянные значения. Правый и левый берега этого разреза (при движении от точки N к точке K) обозначим соответственно $N''K''$ и $N'K'$. Тогда $\varphi = \varphi_B - \varphi_H/2$ на $N''K''$ и $\varphi = \varphi_H/2$ на $N'K'$. Здесь φ_B, φ_H обозначают то же, что и в (3).

Область D_z с указанным разрезом функцией $w = w(z)$ отображается конформно на область D_w в плоскости $w = \varphi + i\psi$, причем область D_w представляет собой полуплоскость $\psi < 0$, из которой исключены точки отрезка AB: $w = \varphi - iQ$, $0 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_B$, и точки прямоугольника $K'N'N''K''$: $w = \varphi + i\psi$, $\varphi_H/2 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_B - \varphi_H/2$, $-Q < \psi < 0$. Здесь и всюду в дальнейшем соответствующие точки в различных плоскостях обозначаются одними и теми же буквами.

Следуя [3, с. 229–234], введем плоскость комплексного переменного $u = u_1 + iu_2$ и в ней возьмем прямоугольник D_u: $-\omega_1 < u < \omega_1$, $0 < u_2 < \omega_3/i$; задавая заранее значение ω_1, отобразим конформно область D_u на область D_w так, чтобы части границы области D_w, лежащей на действительной оси, отвечало верхнее основание D_u, а соответствующий профилю L_z участок $N'ADBN''$ границы области D_w переходил в нижнее основание D_u, точкам области D_w, для которых $\varphi = \varphi_B/2$, $\psi \leqslant -Q$, отвечали соответствующие точки мнимой оси u_2, для которых $0 \leqslant u_2 < \omega_3/i$ (при этом боковые стороны вышеуказанного прямоугольника в плоскости w переходят в соответствующие боковые стороны D_u). Это отображение осуществляется функцией, использованной в работе [4],

$$w = w_1(u) \equiv B_2\zeta(u-\omega_3) + B_1(u-\omega_3) + B_0, \tag{4}$$

если для действительных чисел B_2, B_1, B_0, ω_3/i выполняются соотношения

$$B_0 = \varphi_B/2, \qquad Q = B_2\zeta(\omega_3)/i + B_1\omega_3/i, \qquad B_1 = B_2\mathfrak{P}(u_{1A}-\omega_3), \tag{5}$$

$$B_2 = -\frac{\varphi_B - \varphi_H}{2[\zeta(\omega_1) + \omega_1\mathfrak{P}(u_{1A}-\omega_3)]}, \tag{6}$$

Кроме того,

$$\zeta(\omega_1) + \omega_1\mathfrak{P}(u_{1A}-\omega_3) = [\zeta(u_{1A}-\omega_3) - (\omega_1 - u_{1A})\mathfrak{P}(u_{1A}-\omega_3)]\frac{\varphi_B - \varphi_H}{\varphi_H}, \tag{7}$$

где u_{1A} — абсцисса u_1 точки A в плоскости u, $0 < u_{1A} < \omega_1$.

Для простоты будем считать, что $\omega_3/i > 0$ — заданное число. Из уравнения (7) определим u_{1A}, затем по формулам (5), (6) вычислим B_0, Q, B_1, B_2. Тогда функция (4) будет определена. В дальнейшем ее будем считать известной. В силу симметрии координата точки B в плоскости u равна $u = u_{1B} = -u_{1A}$.

В формулах (4)–(7) $\mathfrak{P}(u) = \mathfrak{P}(u; 2\omega_1; 2\omega_3)$, $\zeta(u) = \zeta(u; 2\omega_1; 2\omega_3)$ — функции Вейерштрасса, построенные для периодов $2\omega_1$, $2\omega_3$ [5, с. 337–406].

Отобразим конформно прямоугольник D_u на кольцо $q < |\zeta^*| < 1$, расположенное в плоскости $\zeta^* = \rho e^{i\gamma}$ и разрезанное по отрезку $(q, 1)$ действительной оси, функцией

$$u = u(\zeta^*) \equiv \omega_1 - \frac{\omega_1}{\pi i}(\ln\zeta^* - \ln q),$$

причем q определяется из равенства $\frac{\omega_1}{\pi i}\ln q = \omega_3$; $\ln\zeta^*$ есть однозначная ветвь $\ln\zeta^* = \ln\rho + i\gamma$, $0 \leqslant \gamma \leqslant 2\pi$. Точкам A и B отвечают соответственно $\zeta^* = qe^{i\gamma_A}$ и $\zeta^* = \zeta^*_B = qe^{i\gamma_B}$, $\gamma_B = 2\pi - \gamma_A$, $\gamma_A = \frac{\pi}{\omega_1}(\omega_1 - u_{1A})$. Здесь $\gamma_A < \pi$, $\gamma_B > \pi$.

Обозначим $\omega(\zeta^*) = w_1[u(\zeta^*)]$. Функция

$$w = \omega(\zeta^*) \equiv B_2\zeta\left(\omega_1 - \frac{\omega_1}{\pi i}\ln\zeta^*\right) + B_1\left(\omega_1 - \frac{\omega_1}{\pi i}\ln\zeta^*\right) + B_0 \tag{8}$$

отображает конформно вышеуказанное кольцо с разрезом в плоскости ζ^* на область D_w. Ясно, что производная $w'_{\zeta^*} = \omega'(\zeta^*)$ аналитична в области D_{ζ^*} — кольце $q < |\zeta^*| < 1$, так как в совпадающих точках берегов вышеуказанного разреза она имеет одинаковые значения.

Обозначим

$$\varphi_1(\gamma) = \operatorname{Re}\omega(qe^{i\gamma}) = \operatorname{Re}\left[B_2\zeta\left(\omega_1 - \frac{\omega_1}{\pi}\gamma - \omega_3\right) + B_1\left(\omega_1 - \frac{\omega_1}{\pi}\gamma - \omega_3\right) + B_0\right]. \tag{9}$$

2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Пусть $z = z(\zeta^*)$ есть аналитическая в кольце D_{ζ^*} функция, определяемая соотношением $w(z) = \omega(\zeta^*)$, она осуществляет конформное отображение области D_{ζ^*} на D_z, при котором точке $\zeta^* = -1$ отвечает $z = \infty$. Эта функция $z(\zeta^*)$ может быть аналитически продолжена через окружность $|\zeta^*| = 1$. Следовательно, точка $\zeta^* = -1$ является простым полюсом функции $z(\zeta^*)$. Поэтому точка $\zeta^* = -1$ является полюсом второго порядка производной $z'(\zeta^*)$.

Граничные значения функции $z(\zeta^*)$ обозначим через $z(e^{i\gamma}) = x_0(\gamma) + iy_0(\gamma)$, $z(qe^{i\gamma}) = x_1(\gamma) + iy_1(\gamma)$. Функция

$$Z(\zeta^*) = i\zeta^* z'(\zeta^*), \tag{10}$$

аналитическая в кольце D_{ζ^*} кроме полюса $\zeta^* = -1$, имеет граничные значения

$$Z(e^{i\gamma}) = (z(e^{i\gamma}))'_\gamma = x'_0(\gamma) + iy'_0(\gamma), \qquad Z(qe^{i\gamma}) = (z(qe^{i\gamma}))'_\gamma = x'_1(\gamma) + iy'_1(\gamma). \tag{11}$$

На основании равенства $w(z) = \omega(\zeta^*)$ при $\zeta^* = qe^{i\gamma}$ с учетом (1), (9) получаем:

$$\left.\begin{array}{c} \varphi^+(x) = \varphi_1(\gamma), \qquad \gamma_{C^+} < \gamma < \gamma_B, \\ \varphi^-(x) = \varphi_1(\gamma), \qquad \gamma_B < \gamma < 2\pi, \qquad 0 < \gamma < \gamma_{C^-}, \\ \varphi(y) = \varphi_1(\gamma), \qquad \gamma_{C^-} < \gamma < \gamma_{C^+}. \end{array}\right\} \tag{12}$$

$\gamma_{C^-}, \gamma_{C^+}$ есть значения γ, при которых соответственно $\varphi_1(\gamma_{C^+}) = \varphi^+(x_C)$, $\varphi_1(\gamma_{C^-}) = \varphi^-(x_C)$. Из первых двух равенств соотношения (12) найдем функцию $x = x_1(\gamma)$, $0 \leqslant \gamma < \gamma_{C^-}$, $\gamma_{C^+} < \gamma < 2\pi$, из третьего — функцию $y_1(\gamma)$, $\gamma_{C^-} < \gamma < \gamma_{C^+}$. Следовательно, будут известны значения

$$\left.\begin{array}{c} \operatorname{Re} z(qe^{i\gamma}) = x_1(\gamma), \qquad \gamma_{C^+} < \gamma < 2\pi, \qquad 0 \leqslant \gamma < \gamma_{C^-}, \\ \operatorname{Re}[e^{i\pi/2} z(qe^{i\gamma})] = -y_1(\gamma), \qquad \gamma_{C^-} < \gamma < \gamma_{C^+}. \end{array}\right\} \tag{13}$$

На прямолинейной границе области D_z имеем $y = -p$, поэтому

$$\operatorname{Re}[z(e^{i\gamma}) e^{-i\frac{3\pi}{2}}] = p, \qquad 0 \leqslant \gamma < 2\pi. \tag{14}$$

Мы получили краевые условия для искомой функции $z(\zeta^*)$. Так как в дальнейшем понадобятся значения производных $(z(e^{i\gamma}))'_\gamma$, $(z(qe^{i\gamma}))'_\gamma$, целесообразно найти непосредственно выражения для этих последних производных, используя соответствующие им краевые условия.

Дифференцируя по γ условия (13), (14), с учетом (10), (11) получим:

$$\left.\begin{array}{c} \operatorname{Re} Z(qe^{i\gamma}) = x'_1(\gamma), \qquad \gamma_{C^+} < \gamma < 2\pi, \qquad 0 \leqslant \gamma < \gamma_{C^-}, \\ \operatorname{Re}[e^{i\pi/2} Z(qe^{i\gamma})] = -y'_1(\gamma), \qquad \gamma_{C^-} < \gamma < \gamma_{C^+}, \\ \operatorname{Re}[e^{-i3\pi/2} Z(e^{i\gamma})] = 0, \qquad 0 \leqslant \gamma < 2\pi. \end{array}\right\} \tag{15}$$

Нужно найти аналитическую в кольце D_{ζ^*} функцию $Z(\zeta^*)$, имеющую полюс $\zeta^* = -1$ второго порядка и удовлетворяющую последним краевым условиям.

Для решения последней задачи введем в рассмотрение функцию

$$Z_1(\zeta^*) = (\zeta^* + 1)^2 Z(\zeta^*), \tag{16}$$

однозначную и аналитическую в кольце D_{ζ^*} и ограниченную в окрестности точки $\zeta^* = -1$. Тогда согласно (15) для функции $Z_1(\zeta^*)$ получаем краевую задачу Гильберта со следующим краевым условием:

$$\operatorname{Re}[e^{-i\nu(\tau)} Z_1(\tau)] = |\tau + 1|^2 m(\tau), \tag{17}$$

где $\tau = e^{i\gamma}$ или $\tau = qe^{i\gamma}$,

$$\left.\begin{array}{c} m(e^{i\gamma}) \equiv 0, \qquad 0 \leqslant \gamma < 2\pi; \\ m(qe^{i\gamma}) = x_1'(\gamma), \qquad 0 \leqslant \gamma < \gamma_{C^-}, \qquad \gamma_{C^+} < \gamma < 2\pi; \\ m(qe^{i\gamma}) = -y_1'(\gamma), \qquad \gamma_{C^-} < \gamma < \gamma_{C^+}, \end{array}\right\} \tag{18}$$

$$\left.\begin{array}{c} \nu(e^{i\gamma}) = \frac{3\pi}{2} + \gamma, \qquad 0 \leqslant \gamma < 2\pi; \\ \nu(qe^{i\gamma}) = 2\arg(qe^{i\gamma}+1), \qquad 0 \leqslant \gamma < \gamma_{C^-}, \qquad \gamma_{C^+} < \gamma < 2\pi; \\ \nu(qe^{i\gamma}) = -\frac{\pi}{2} + 2\arg(qe^{i\gamma}+1), \qquad \gamma_{C^-} < \gamma < \gamma_{C^+}. \end{array}\right\} \tag{19}$$

Причем

$$-\frac{\pi}{2} < \arg(qe^{i\gamma}+1) < \frac{\pi}{2}, \tag{20}$$
$$\arg(e^{i\gamma}+1)^2 = \gamma, \qquad 0 \leqslant \gamma < 2\pi.$$

При решении этой задачи будем пользоваться результатами статьи [6] и учтем, что индекс задачи равен 2.

Краевое условие (17) запишем так:

$$\mathrm{Re}\left[e^{-\tilde\nu(\tau)}\frac{Z_1(\tau)}{\tau-\zeta_1^*}\right] = \frac{|\tau+1|^2 m(\tau)}{|\tau-\zeta_1^*|}\cos(\beta_1(\tau)n\pi), \tag{21}$$

где

$$\tilde\nu(\tau) = \nu(\tau) - \arg(\tau-\zeta_1^*) + \beta_1(\tau)n\pi. \tag{22}$$

Кроме того, $\beta_1(\tau) = 0$ при $|\tau| = 1$ и $\beta_1(\tau) = 1$ при $|\tau| = q$, n — целое число, $\zeta_1^* = re^{i\alpha}$, $q < r < 1$, $0 \leqslant \alpha < \pi$, r — заданное число, под $\arg(\tau-\zeta_1^*)$ будем понимать граничное значение определенной ветви $\arg(\zeta^*-\zeta_1^*)$, непрерывной и однозначной в кольце $q < |\zeta^*| < 1$ с разрезом по линии, соединяющей точки $\zeta^* = \zeta_1^*$ и $\zeta^* = 1$ и лежащей внутри верхнего полукольца.

Выберем числа α, n так, чтобы выполнялось равенство

$$\int\limits_0^{2\pi}\tilde\nu(e^{i\gamma})d\gamma - \int\limits_0^{2\pi}\tilde\nu(qe^{i\gamma})d\gamma \equiv \int\limits_{L_{\zeta^*}}\tilde\nu(\tau)\frac{d\tau}{i\tau} = 0, \tag{23}$$

где L_{ζ^*} означает границу кольца D_{ζ^*} с направлением, при котором область D_{ζ^*} остается слева.

Принимая во внимание, что

$$\int\limits_0^{2\pi}\arg(e^{i\gamma}-\zeta_1^*)d\gamma - \int\limits_0^{2\pi}\arg(qe^{i\gamma}-\zeta_1^*)d\gamma = -2\pi\alpha,$$

$\arg(qe^{i\gamma}+1)$ — нечетная функция от γ в силу (20), с учетом формул (19), (22) равенство (23) представим так:

$$\alpha + \frac{5\pi - n\cdot 2\pi}{2} + \frac{1}{4}(\gamma_{C^+} - \gamma_{C^-}) = 0.$$

Здесь, взяв $n = 3$, определим

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}(\gamma_{C^+} - \gamma_{C^-}), \qquad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2},$$

далее значения n, α будем считать известными.

Введем в рассмотрение однозначную аналитическую в области D_{ζ^*} функцию

$$T(\zeta^*) = \left(\frac{\zeta^* - qe^{i\gamma_{C^+}}}{\zeta^* - qe^{i\gamma_{C^-}}}\right)^{1/2}, \tag{24}$$

у которой $\arg T(\zeta^*)$ есть непрерывная в кольце D_{ζ^*} функция, принимающая на окружности $|\zeta^*| = q$ значения, равные

$$\arg T(qe^{i\gamma}) = \begin{cases} (\gamma_{C^+} - \gamma_{C^-})/4, & 0 \leqslant \gamma < \gamma_{C^-}, \\ -\pi/2 + (\gamma_{C^+} - \gamma_{C^-})/4, & \gamma_{C^-} < \gamma < \gamma_{C^+}, \\ (\gamma_{C^+} - \gamma_{C^-})/4, & \gamma_{C^+} < \gamma < 2\pi. \end{cases} \tag{25}$$

Краевое условие (21) представим в виде

$$\mathrm{Re}\left[\frac{e^{-i\Phi(\tau)}Z_1(\tau)}{(\tau - \zeta_1^*)T(\tau)}\right] = \frac{|\tau+1|^2 m(\tau)}{|\tau - \zeta_1^*| \cdot |T(\tau)|}\cos(\beta_1(\pi)3\pi), \tag{26}$$

где

$$\Phi(\tau) = \tilde{\nu}(\tau) - \arg T(\tau). \tag{27}$$

Эта функция является непрерывной (дифференцируемой) на L_{ζ^*} в силу (19), (22), (25).

Условие (23) есть условие однозначности аналитической в области D_{ζ^*} функции, граничные значения действительной части которой равны $\tilde{\nu}(\tau)$ [7, с. 238]. Так как $\arg T(\tau) = \mathrm{Re}\,[-i\ln T(\tau)]$, то $\arg T(\tau)$ удовлетворяет условию, получаемому из (23) заменой $\tilde{\nu}(\tau)$ на $\arg T(\tau)$. Следовательно, функция $\Phi(\tau)$ формулы (27) также удовлетворяет аналогичному условию однозначности. В связи с этим введем в рассмотрение однозначную аналитическую в области D_{ζ^*} функцию $\chi(\zeta^*) = \Phi(\zeta^*) + i\Psi(\zeta^*)$, граничные значения которой равны $\chi(\tau) = \Phi(\tau) + i\Psi(\tau)$, причем $\mathrm{Re}\,\chi(\tau) = \Phi(\tau)$. Как известно [7, с. 238], эта функция определяется формулой Вилля:

$$\chi(\zeta^*) = \frac{i\omega_1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\Phi(e^{i\gamma})\zeta(\frac{\omega_1}{\pi i}\ln\zeta^* - \frac{\omega_1}{\pi}\gamma)d\gamma -$$

$$-\frac{i\omega_1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\Phi(qe^{i\gamma})\left[\zeta\left(\frac{\omega_1}{\pi i}\ln\zeta^* - \frac{\omega_1}{\pi}\gamma + \omega_3\right) - \zeta(\omega_3)\right]d\gamma. \tag{28}$$

Причем

$$\Psi(e^{i\gamma_0}) = \frac{\omega_1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\Phi(e^{i\gamma})\zeta\left[\frac{\omega_1}{\pi}(\gamma_0 - \gamma)\right]d\gamma -$$

$$-\frac{\omega_1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\Phi(qe^{i\gamma})\left[\zeta\left(\frac{\omega_1}{\pi}(\gamma_0 - \gamma) + \omega_3\right) - \zeta(\omega_3)\right]d\gamma, \tag{29}$$

$$\Psi(qe^{i\gamma_0}) = \frac{\omega_1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\Phi(e^{i\gamma})\left[\zeta\left(\frac{\omega_1}{\pi}(\gamma_0 - \gamma) + \omega_3\right) - \zeta(\omega_3)\right]d\gamma -$$

$$-\frac{\omega_1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\Phi(qe^{i\gamma})\zeta\left[\frac{\omega_1}{\pi}(\gamma_0 - \gamma)\right]d\gamma, \tag{30}$$

где $\zeta(u), \omega_1, \omega_3$ означают то же, что и ранее (парагр. 1).

Краевое условие (26) запишем так

$$\mathrm{Re}\left[\frac{e^{-i\chi(\tau)}Z_1(\tau)}{(\tau-\zeta_1^*)T(\tau)}\right]=c(\tau), \tag{31}$$

где

$$c(\tau)=\frac{|\tau+1|^2m(\tau)}{|\tau-\zeta_1^*||T(\tau)|}e^{\Psi(\tau)}\cos(\beta_1(\tau)3\pi). \tag{32}$$

Как и в работе [6], решение задачи с последним краевым условием будем искать в виде

$$\frac{e^{-i\chi(\zeta^*)}Z_1(\zeta^*)}{(\zeta^*-\zeta_1^*)T(\zeta^*)}=\tilde{\chi}(\zeta^*)+\frac{\nu_1+i\nu_2}{\zeta^*-\zeta_1^*}+iC_0, \tag{33}$$

где $\tilde{\chi}(\zeta^*)$ — новая неизвестная однозначная аналитическая в области D_{ζ^*} функция, ν_1,ν_2,C_0 — произвольные действительные постоянные.

В силу (31), (33) имеем

$$\mathrm{Re}\,\tilde{\chi}(\tau)=\tilde{c}(\tau), \tag{34}$$

где

$$\tilde{c}(\tau)=c(\tau)-\,\mathrm{Re}\,\frac{\nu_1+i\nu_2}{\tau-\zeta_1^*}=c(\tau)-\nu_1\frac{\cos(\theta(\tau))}{|\tau-\zeta_1^*|}-\nu_2\frac{\sin(\theta(\tau))}{|\tau-\zeta_1^*|}, \tag{35}$$

где

$$\theta(\tau)=\arg(\tau-\zeta_1^*) \tag{36}$$

есть ветвь, указанная в формуле (22).

Так как функция $\tilde{\chi}(\zeta^*)$ должна быть однозначной, то должно выполняться условие, аналогичное (23):

$$\int_0^{2\pi}\tilde{c}(e^{i\gamma})d\gamma-\int_0^{2\pi}\tilde{c}(qe^{i\gamma})d\gamma=0. \tag{37}$$

Принимая во внимание, что

$$\int_{L_{\zeta^*}}\frac{1}{\tau-\zeta_1^*}\cdot\frac{d\tau}{i\tau}=\frac{2\pi}{\zeta_1^*},$$

с учетом (35) условие (37) представим в виде

$$\frac{2\pi}{r}(\nu_1\cos\alpha+\nu_2\sin\alpha)=\tilde{d}, \tag{38}$$

где

$$\tilde{d}=\int_0^{2\pi}[c(e^{i\gamma})-c(qe^{i\gamma})]d\gamma.$$

Согласно (38) имеем

$$\nu_2=\frac{\tilde{d}\,r}{2\pi\sin\alpha}-\nu_1\cot\alpha. \tag{39}$$

Учитывая это, формулу (35) запишем так:

$$\tilde{c}(\tau)=\tilde{c}_1(\tau)-\nu_1\tilde{c}_*(\tau), \tag{40}$$

где

$$\tilde c_1(\tau) = c(\tau) - \frac{\tilde d\, r}{2\pi\sin\alpha}\cdot\frac{\sin\theta(\tau)}{|\tau-\zeta_1^*|}, \tag{41}$$

$$\tilde c_*(\tau) = \frac{\cos\theta(\tau)}{|\tau-\zeta_1^*|} - \frac{\sin\theta(\tau)}{|\tau-\zeta_1^*|}\cot\alpha. \tag{42}$$

Функция $\tilde c(\tau)$ формулы (40) удовлетворяет условию (37) по построению в силу (38) при любом значении постоянной ν_1. Поэтому каждая из функций $\tilde c_1(\tau)$, $\tilde c_*(\tau)$ удовлетворяют условию, аналогичному (37) и записанному для названной функции. Следовательно, функция $\tilde\chi(\zeta^*)$, удовлетворяющая краевому условию (34), определяется по формуле Вилля, на основании которой с учетом (40) приходим к представлению

$$\tilde\chi(\zeta^*) = U(\zeta^*) - \nu_1 V(\zeta^*), \tag{43}$$

где $U(\zeta^*) = U_1(\zeta^*) + iU_2(\zeta^*)$, $(U_1(\zeta^*) = \operatorname{Re} U(\zeta^*)), V(\zeta^*) = V_1(\zeta^*) + iV_2(\zeta^*)$, $(V_1(\zeta^*) = \operatorname{Re} V(\zeta^*))$ — функции определяемые по формуле Вилля, когда известны граничные значения соответственно $U_1(\tau) = \tilde c_1(\tau)$, $V_1(\tau) = \tilde c_*(\tau)$. Это означает, что функция $U(\zeta^*)$ выражается формулой, получаемой из (28) заменой $\chi(\zeta^*)$, $\Phi(\tau)$ соответственно на $U(\zeta^*)$, $\tilde c_1(\tau)$, и приходим к формулам, аналогичным (29), (30), для вычисления граничных значений $U_2(\tau)$, заменяя $\Psi(\tau)$ на $U_2(\tau)$, $\Phi(\tau)$ на $\tilde c_1(\tau)$. Беря в последних формулах вместо $U(\zeta^*)$, $U_1(\tau) = \tilde c_1(\tau)$, $U_2(\tau)$ соответственно $V(\zeta^*)$, $V_1(\tau) = \tilde c_*(\tau)$, $V_2(\tau)$, найдем $V(\zeta^*)$, $V_2(\tau)$.

В формулу (33) подставим выражение (16) для $Z_1(\zeta^*)$, (39) для ν_2, (43) для $\tilde\chi(\zeta^*)$ и придем к формуле, по которой определяется функция $i\zeta^* z'(\zeta^*) = Z(\zeta^*)$:

$$i\zeta^* z'(\zeta^*) = \tilde T(\zeta^*)\left\{U(\zeta^*) + i\frac{\tilde d r}{2\pi\sin\alpha\cdot(\zeta^*-\zeta_1^*)} - \nu_1\left[V(\zeta^*) - \frac{1-i\cot\alpha}{\zeta^*-\zeta_1^*}\right] + iC_0\right\}, \tag{44}$$

где

$$\tilde T(\zeta^*) = \frac{(\zeta^*-\zeta_1^*)e^{i\chi(\zeta^*)}}{(\zeta^*+1)^2}\left(\frac{\zeta^*-qe^{i\gamma_{C^+}}}{\zeta^*-qe^{i\gamma_{C^-}}}\right)^{1/2}, \tag{45}$$

здесь в правой части последний множитель есть функция $T(\zeta^*)$ формулы (24).

В силу сказанного выше о формулах для определения $U(\zeta^*)$, $V(\zeta^*)$ имеем (по аналогии с (30))

$$U_2(qe^{i\gamma_0}) = \frac{\omega_1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\tilde c_1(e^{i\gamma})\left[\zeta\left(\frac{\omega_1}{\pi}(\gamma_0-\gamma)+\omega_3\right) - \zeta(\omega_3)\right]d\gamma - \frac{\omega_1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\tilde c_1(qe^{i\gamma})\zeta\left[\frac{\omega_1}{\pi}(\gamma_0-\gamma)\right]d\gamma,$$

$$V_2(qe^{i\gamma_0}) = \frac{\omega_1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\tilde c_*(e^{i\gamma})\left[\zeta\left(\frac{\omega_1}{\pi}(\gamma_0-\gamma)+\omega_3\right) - \zeta(\omega_3)\right]d\gamma - \frac{\omega_1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\tilde c_*(qe^{i\gamma})\zeta\left[\frac{\omega_1}{\pi}(\gamma_0-\gamma)\right]d\gamma,$$

где $\tilde c_1(\tau)$, $\tilde c_*(\tau)$ определяются формулами соответственно (41), (42) с учетом (32), (36).

Введем обозначения

$$\tilde U_2(\tau) = U_2(\tau) + \frac{\tilde d\, r}{2\pi\sin\alpha}\cdot\frac{\cos\theta(\tau)}{|\tau-\zeta_1^*|}, \qquad \tilde V_2(\tau) = V_2(\tau) + \frac{\sin\theta(\tau)+\cos\theta(\tau)\cdot\cot\alpha}{|\tau-\zeta_1^*|}.$$

В соотношении (44) перейдем к пределу при $\zeta^* \to qe^{i\gamma}$, $|\zeta^*| > q$. Учитывая, что предел левой части согласно (11) равен $x_1'(\gamma) + iy_1'(\gamma)$, получим:

$$y_1'(\gamma) = -|T(\tau)| \left\{ \tilde{U}_2(\tau) - \nu_1 \tilde{V}_2(\tau) + C_0 \right\}, \ \tau = qe^{i\gamma}, \ 0 \leqslant \gamma < \gamma_{C^-}, \ \gamma_{C^+} < \gamma < 2\pi, \quad (46)$$

$$x_1'(\gamma) = -|T(\tau)| \left\{ \tilde{U}_2(\tau) - \nu_1 \tilde{V}_2(\tau) + C_0 \right\}, \qquad \tau = qe^{i\gamma}, \qquad \gamma_{C^-} < \gamma < \gamma_{C^+}. \quad (47)$$

Зная производную $x_1'(\gamma)$ формулы (47), вычислим

$$x_1(\gamma) = x_{C^-} + \int\limits_{\gamma_{C^-}}^{\gamma} x_1'(\gamma) d\gamma, \qquad \gamma_{C^-} < \gamma < \gamma_{C^+}. \quad (48)$$

Ясно, что при этом должно выполняться условие $x_1(\gamma_{C^+}) = x_{C^-} + \int\limits_{\gamma_{C^-}}^{\gamma_{C^+}} x_1'(\gamma) d\gamma = x_{C^+} = x_{C^-}$, т.е. условие

$$\int\limits_{\gamma_{C^-}}^{\gamma_{C^+}} x_1'(\gamma) d\gamma = 0, \quad (49)$$

которому должна удовлетворять производная $x_1'(\gamma)$ формулы (47).

Аналогично, имея $y_1'(\gamma)$ формулы (46), получим:

$$\left.\begin{aligned} y_1(\gamma) &= y_{C^+} + \int\limits_{\gamma_{C^+}}^{\gamma} y_1'(\gamma) d\gamma, \qquad \gamma_{C^+} < \gamma < 2\pi, \\ y_1(\gamma) &= y_{C^+} + \int\limits_{\gamma_{C^+}}^{2\pi} y_1'(\gamma) d\gamma + \int\limits_{0}^{\gamma} y_1'(\gamma) d\gamma, \qquad 0 \leqslant \gamma < \gamma_{C^-}. \end{aligned}\right\} \quad (50)$$

Причем последняя функция должна удовлетворять соотношению $y_1(\gamma_{C^-}) = y_{C^-}$ — заданному числу, следовательно, производная $y_1'(\gamma)$ формулы (46) должна удовлетворять равенству

$$\int\limits_{\gamma_{C^+}}^{2\pi} y_1'(\gamma) d\gamma + \int\limits_{0}^{\gamma_{C^-}} y_1'(\gamma) d\gamma = y_{C^-} - y_{C^+}. \quad (51)$$

Выражение (47) подставим в равенство (49), выражение (46) — в равенство (51) и будем иметь

$$\nu_1 \int\limits_{\gamma_{C^-}}^{\gamma_{C^+}} \tilde{T}(\tau) \tilde{V}_2(\tau) d\gamma - C_0 \int\limits_{\gamma_{C^-}}^{\gamma_{C^+}} \tilde{T}(\tau) d\gamma = \int\limits_{\gamma_{C^-}}^{\gamma_{C^+}} \tilde{T}(\tau) \tilde{U}_2(\tau) d\gamma,$$

$$\nu_1 \left(\int\limits_{\gamma_{C^+}}^{2\pi} + \int\limits_{0}^{\gamma_{C^-}} \right) \tilde{T}(\tau) \tilde{V}_2(\tau) d\gamma - C_0 \left(\int\limits_{\gamma_{C^+}}^{2\pi} + \int\limits_{0}^{\gamma_{C^-}} \right) \tilde{T}(\tau) d\gamma =$$

$$= y_{C^-} - y_{C^+} + \left(\int\limits_{\gamma_{C^+}}^{2\pi} + \int\limits_{0}^{\gamma_{C^-}} \right) \tilde{T}(\tau) \tilde{U}_2(\tau) d\gamma,$$

где $\tau = qe^{i\gamma}$.

Мы получили систему двух уравнений с неизвестными ν_1, C_0. Ограничимся рассмотрением общего случая, когда определитель системы отличен от нуля, найдем значения ν_1, C_0 и в дальнейшем будем считать их известными.

Формулы (48), (50) определяют искомую координату точки контура L_z, когда другая координата известна (в интервале $(\gamma_{C^-}, \gamma_{C^+}$ известна функция $y_1(\gamma)$, в интервалах $(\gamma_{C^+}, 2\pi)$, $(0, \gamma_{C^-})$ — функция $x_1(\gamma)$).

Соотношения (49), (51) представляют собой условия замкнутости контура L_z — условия однозначности функции $z(\zeta)$, производная которой определяется формулой (44).

Обозначим $|w'(z)| = v = v_1(\gamma)$ при $z = z(qe^{i\gamma})$, на основании равенства $w(z) = \omega(\zeta^*)$ при $\zeta^* = qe^{i\gamma}$, замечая, что $\varphi_1(\gamma) = \omega(qe^{i\gamma}) + iQ$, придем к формуле

$$v_1(\gamma) = |\varphi'(\gamma)| / \sqrt{(x_1'(\gamma))^2 + (y_1'(\gamma))^2}, \qquad 0 \leqslant \gamma < 2\pi, \tag{52}$$

для определения распределения величины скорости v вдоль профиля L_z.

Легко проверить, что в окрестности точки $\zeta^* = -1$ для производной функции (8) справедливо разложение

$$w'_{\zeta^*} = \omega'(\zeta^*) = -\frac{B_2 \pi i}{\omega_1(\zeta^* + 1)^2} \left(1 + n_2(\zeta^* + 1)^2 + n_3(\zeta^* + 1)^2 + \ldots\right).$$

Учитывая это и формулу (44), из равенства $w'(z) = \frac{\omega'(\zeta^*)}{z'(\zeta^*)}$ найдем $v_\infty = \left|\frac{\omega'(\zeta^*)}{z'(\zeta^*)}\right|_{\zeta^* = -1}$.

Используя найденные по формуле (44) значения $z'(\zeta^*)$ и учитывая, что $z(\zeta^*) = \int\limits_{\zeta_B^*}^{\zeta^*} z'(\zeta^*) d\zeta^* + z(\zeta_B^*)$, вычислим $p = \operatorname{Im} \int\limits_q^1 z'(\rho e^{i\gamma_B}) i\, e^{i\gamma_B} d\rho + \operatorname{Im} z(qe^{i\gamma_B})$, где $\operatorname{Im} z(qe^{i\gamma_B}) = y_1(\gamma_B)$ — значению при $\gamma = \gamma_B < 2\pi$ функции $y_1(\gamma)$, определяемой по первой формуле (50).

На основании результатов Н. И. Мусхелишвили, приведенных в книге [8, с. 88–95] (см. так же [9, с. 72–74]), формул, приведенных в работе [10], можно показать, что определяемая по формуле (44) производная $z'(\zeta^*)$ непрерывна в точке C^+, в точке C^- эта производная обращается в бесконечность, что непосредственно следует из формул (44), (45), точка C^- является угловой точкой профиля L_z, скорость $v = v_1(\gamma_{C^-})$ в ней согласно (52) обращается в нуль.

Исходные функции должны быть заданы так, чтобы контур L_z был однолистным, в частности, не имел точек самопересечения. Эта проблема требует особого рассмотрения.

В частности, целесообразно считать, что выражение в фигурных скобках формулы (47) в точке C^- неположительно: $\tilde{U}_2(\tau_{C^-}) - \nu_1 \tilde{V}_2(\tau_{C^-}) + C_0 \leqslant 0$, $\tau_{C^-} = qe^{i\gamma_{C^-}}$, ибо, в противном случае, область D_z будет неоднолистной. Ясно, что это неравенство связано с поведением линии L_z вблизи точки C^- и не является достаточным условием однолистности области D_z, оно наверняка выполняется, если исходные данные близки к таковым для реально используемых профилей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, получено решение задачи, результаты которого могут найти применение в приложениях, в частности, при проектировании летательных аппаратов типа экранопланов.

Библиографический список

1. *Тумашев Г. Г., Нужин М. Т.* Обратные краевые задачи и их приложения. Казань : Изд-во Казан. ун-та, 1965. 333 с.
2. *Елизаров А. М., Ильинский Н. Б., Поташев А. В.* Обратные краевые задачи аэрогидродинамики. М. : Физматлит ВО «Наука», 1994. 436 с.
3. *Седов Л. И.* Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М. : Наука, 1980. 448 с.
4. *Лабуткин А. Г., Салимов Р. Б.* Видоизмененная обратная краевая задача для крылового профиля, расположенного вблизи прямолинейного экрана // Изв. вузов. Математика. 2008. № 2. С. 32–40.
5. *Маркушевич А. И.* Теория аналитических функций : в 2 т. Т. 2. М. : Наука, 1968. 624 с.
6. *Салимов Р. Б., Селезнев В. В.* Решение краевой задачи Гильберта с разрывными коэффициентами для кольца // Тр. сем. по краев. задачам. Казань : Изд-во Казан. ун-та, 1980. Вып. 17. С. 140–157.
7. *Ахиезер Н. И.* Элементы теории аналитических функций. М. : Наука, Гл. ред. физ. -мат. литературы, 1970. 304 с.
8. *Мусхелишвили Н. И.* Сингулярные интегральные уравнения. М. : Наука, 1968. 513 с.
9. *Гахов Ф. Д.* Краевые задачи. М. : Наука, 1977. 640 с.
10. *Салимов Р. Б.* К вычислению сингулярных интегралов с ядром Гильберта // Изв. вузов. Математика. 1970. № 12. С. 93–96.

Образец для цитирования:

Салимов Р. Б. Решение обратной краевой задачи для крылового профиля, расположенного вблизи прямолинейного экрана, в новой постановке // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2018. Т. 18, вып. 2. С. 183–195. DOI: 10.18500/1816-9791-2018-18-2-183-195

The Solution of the Inverse Boundary Value Problem for a Wing Profile, Located Close to Rectilinear Screen, in a New Setting

R. B. Salimov

Rasih B. Salimov, https://orcid.org/0000-0002-4717-3676, Kazan State Architecture and Building University, 1, Zelenaya Str., Kazan, 420043, Russia, salimov.rsb@gmail.com

The paper shows the inverse boundary value problem for the airfoil located near the solid rectilinear boundary and streamlined by a potential flow of the incompressible inviscid fluid with speed parallel to the boundary, when we need to find a form and a position of the airfoil by a given distribution of speed potential as a function of the ordinates of the points of the profile on the small part of ones, containing a leading edge, and as a function with the second order pole, then the abscissa of the point of the profile on the rest and by the given difference of values of the current function on the profile and on the rectilinear boundary (or the values associated with the known difference). The problem is reduced to the mixed boundary value problem for function analytic in the annulus with the second-order pole, then the problem is narrowed to the Hilbert boundary problem for the single-valued analytic function in the annulus with linear boundary condition which connects the real and the imaginary parts of the function. The solution of the final problem is based on developed methods with the use of Ville formulas, then it will be possible to define a single-valued analytic function in the annulus by the known boundary conditions of the real part. given boundary values of its real part.

Key words: inverse boundary problem, aerohydrodynamics, wing profile, incompressible inviscid fluid, complex potential.

References

1. Tumashev G. G., Nuzhin M. T. *Obratnye kraevye zadachi i ikh prilozheniya* [Inverse boundary value problems and their applications]. Kazan, Kazan Univ. Press, 1965. 333 p. (in Russian).
2. Elizarov A. M., Ilinsky N. B., Potashev A. B. *Obratnye kraevye zadachi aerogidrodinamiki* [Inverse boundary value problems of aerohydrodynamics]. Moscow, Fizmatlit VO „Nauka“, 1994. 436 p. (in Russian).
3. Sedov L. I. *Ploskie zadachi gidrodinamiki i aerodinamiki* [Flat problems of hydrodynamics and aerodynamics]. Moscow, Nauka, 1980. 448 p. (in Russian).
4. Labutkin A. G., Salimov R. B. A modified inverse boundary value problem for an airfoil located near a rectilinear screen. *Russian Math. (Iz. VUZ)*, 2008, vol. 52, iss. 2, pp. 30–38. DOI: 10.1007/s11982-008-2005-6
5. Markushevich A. I. *The theory of analytic functions*, in 2 vol., vol. 2. Moscow, Nauka, 1968. 624 p. (in Russian).
6. Salimov R. B., Seleznev V. V. The solution of a Hilbert boundary value problem with discontinuous coefficients for an annulus. *Trudy Sem. Kraev. Zadacham* [Proc. of the Seminar on Boundary Value Problems]. Kazan, Kazan Univ. Press, 1980, iss. 17, pp. 140–157 (in Russian).
7. Akhiezer N. I. *Elementy teorii ellipticheskikh funktsii* [Elements of the theory of analytic functions]. Moscow, Nauka, 1970. 304 p. (in Russian).
8. Muskhelishvili N. I. *Singular integral equations*. Moscow, Nauka, 1968. 513 p. (in Russian).
9. Gakhov F. D. *Boundary value problems*. Moscow, Nauka, 1977. 640 p. (in Russian).
10. Salimov R. B. On the computation of singular integrals with Hilbert kernel. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat.*, 1970, no. 12, pp. 93–96 (in Russian).

Cite this article as:
Salimov R. B. The Solution of the Inverse Boundary Value Problem for a Wing Profile, Located Close to Rectilinear Screen, in a New Setting. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Math. Mech. Inform.*, 2018, vol. 18, iss. 2, pp. 183–195 (in Russian). DOI: 10.18500/1816-9791-2018-18-2-183-195