

## МЕХАНИКА

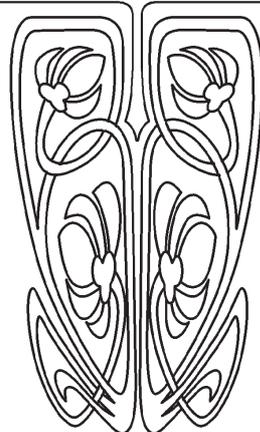
УДК 501.1

### О СТАРТОВЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ РАЗЛОМАХ ЛИТОСФЕРНЫХ ПЛИТ

**В. А. Бабешко, О. В. Евдокимова, О. М. Бабешко,  
Г. Н. Уафа, В. С. Евдокимов**



**НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ**



Бабешко Владимир Андреевич, доктор физико-математических наук, академик РАН, научный руководитель направления математики и механики Южного научного центра РАН, Россия, 344006, Ростов-на-Дону, Чехова, 41; заведующий кафедрой, Кубанский государственный университет, Россия, 350040, Краснодар, Ставропольская, 149, babeshko41@mail.ru

Евдокимова Ольга Владимировна, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией, Южный научный центр РАН, Россия, 344006, Ростов-на-Дону, Чехова, 41, evdokimova.olga@mail.ru

Бабешко Ольга Мефодиевна, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Кубанский государственный университет, Россия, 350040, Краснодар, Ставропольская, 149, babeshko49@mail.ru

Уафа Галина Николаевна, инженер-исследователь, Южный научный центр РАН, Россия, 344006, Ростов-на-Дону, Чехова, 41, uafa70@mail.ru

Евдокимов Владимир Сергеевич, лаборант, Южный научный центр РАН, Россия, 344006, Ростов-на-Дону, Чехова, 41, evdok\_vova@mail.ru

На основе анализа моделей, описывающих подготовку стартовых землетрясений для различных типов нагрузок на литосферные плиты, проведен анализ возможностей возникновения землетрясений для случая параллельных типов разломов. Этот анализ позволяет одновременно выявлять подходы по их упреждению или предсказанию, то есть возможности снижения риска возникновения землетрясений. Исследование возникшей блочной структуры осуществляется применением топологического подхода. Граничная задача погружается в топологическую структуру и сводится к функциональным уравнениям. Применением автоморфизма получаются псевдодифференциальные уравнения, которые анализируются. Доказано, что и в этом случае возможны стартовые землетрясения и получены соответствующие условия возникновения.

*Ключевые слова:* блочный элемент, факторизация, топология, методы интегральной и дифференциальной факторизации, внешние формы, блочные структуры, граничные задачи, сингулярная особенность.

DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2018-18-4-370-380>



## ВВЕДЕНИЕ

Исследованиям прогноза землетрясений посвящено большое число публикаций отечественных и зарубежных ученых [1–20]. Выдающиеся отечественные ученые академики Г. А. Гамбурцев и М. А. Садовский высказали мнение, что для прогноза сейсмичности необходимо использовать механический подход. В настоящей работе продолжено исследование обнаруженного нового типа землетрясений, названных «стартовыми» [21–23]. Такое название им дано в связи с тем, что они происходят до того момента, когда встретившиеся литосферные плиты начинают действовать одна на другую [21–23]. Этот тип землетрясений можно прогнозировать. При достаточно полных сведениях о берегах разломов, их движениях и расположении, при имеющихся технических средствах, вибросейсмоисточниках и высокоточных GPS/ГЛОНАСС приемниках оказывается возможным определять место, время и интенсивность событий. Модель, которая принималась при проведении исследований, состояла в рассмотрении литосферных плит, моделируемых с учетом масштаба Земли, пластинами Кирхгофа, лежащими на деформируемом основании, на границе Конрада в предположениях как присутствия, так и отсутствия расстояния между берегами литосферных плит. В этой статье рассматривается случай наличия нескольких параллельных разломов литосферных плит. Они могут образовываться в результате давления со стороны астеносферы на литосферные плиты снизу плюмом, покинувшим конвективный поток в верхней мантии, который, изгибая их, привел к разлому поверхности на параллельные фрагменты. Зона уплотнения астеносферы в этой области может рассматриваться как деформируемое основание. С учетом явлений приливов, вызываемых движением Луны вокруг Земли, будем рассматривать гармонический процесс с частотой  $\omega$ .

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается покрытие, лежащее на деформируемом основании, представляющее пластину Кирхгофа, имеющую несколько типов параллельных бесконечных по протяженности разломов таких, что разделяют покрытие на несколько фрагментов. Среди них один, правый, имеет бесконечную ширину, остальные — конечную ширину и их число равно  $N$ . В тех случаях, когда берега разломов не смыкаются, имеют место два их положения — когда присутствует отличное от нуля расстояние между ними и когда оно отсутствует. В первом случае берега литосферных плит удалены друг от друга и находятся на линейно деформируемом основании, во втором случае расстояние отсутствует. Считаем, что поверхность между берегами разлома свободна от напряжений, а на торцах плит действуют внешние силы, направленные по правилу внешних векторов. Граничные задачи рассматриваются в системе координат  $x_1x_2x_3$  с началом в плоскости  $x_1x_2$ , совпадающей со срединной плоскостью пластины, осью  $ox_3$ , направленной вверх по нормали к пластине, осью  $ox_1$ , направленной по касательной к границе разлома, осью  $ox_2$  — по нормали к его границе. Плиты, представляющие фрагменты покрытия, занимают области  $\Omega_n$   $|x_1| \leq \infty$ ,  $c_{2n-1} \leq x_2 \leq c_{2n}$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ ,  $c_{2N} = \infty$ , с левой  $\partial\Omega_{2n-1}$  и правой  $\partial\Omega_{2n}$  границами. Номера разломов следуют за номерами фрагментов покрытий и возможны два их состояния для разлома  $n$ :  $c_{2n} - c_{2n+1} < 0$ ,  $c_{2n} - c_{2n+1} = 0$ . Ограничимся случаем лишь вертикальных воздействий на пластины, считая, что на торцах могут задаваться отличные от нуля изгибающие моменты и перерезывающие силы. Уравнение Кирхгофа для фрагментов  $b$  плит,  $b = 1, 2, \dots, N$ , занимающих области  $\Omega_b$  при указанных вертикальных гармонических воздействиях напряжением  $t_{3b}e^{-i\omega t}$  сверху и  $g_{3b}e^{-i\omega t}$  снизу, после со-



кращения гармонической составляющей имеет вид [21–23]

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{R}_b(\partial x_1, \partial x_2)u_{3b} + \varepsilon_{53b}(t_{3b} - g_{3b}) \equiv \\
 & \equiv \left( \frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + 2\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} - \varepsilon_{43b} \right) u_{3b} + \varepsilon_{53b}(t_{3b} - g_{3b}) = 0, \quad (1) \\
 & \mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} \equiv R_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} \equiv (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 U_{3b}, \\
 & U_{3b} = \mathbf{F}_2 u_{3b}, \quad G_{3b} = \mathbf{F}_2 g_{3b}, \quad T_{3b} = \mathbf{F}_2 t_{3b}, \quad b = 1, 2, \dots, N, \\
 & M_b = -D_{b1} \left( \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} + \nu_b \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} \right) = f_{3b}(\partial\Omega_b), \quad D_{b1} = \frac{D_b}{H^2}, \quad D_{b2} = \frac{D_b}{H^3}, \\
 & Q_b = -D_{b2} \left( \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} + (2 - \nu_b) \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2} \right) = f_{4b}(\partial\Omega_b), \\
 & u_{3b} = f_{1b}(\partial\Omega_b), \quad \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_2} = f_{2b}(\partial\Omega_b), \quad D_b = \frac{E_b h_b^3}{12(1 - \nu_b^2)}, \\
 & \varepsilon_{43b} = \omega^2 \rho_b \frac{(1 - \nu_b^2) 12 H^4}{E_b h_b^2}, \quad \varepsilon_{53b} = \frac{(1 - \nu_b^2) 12 H^4}{E_b h_b^3}, \quad \varepsilon_6^{-1} = \frac{(1 - \nu) H}{\mu}.
 \end{aligned}$$

Связь между граничными напряжениями и перемещениями на поверхности упругой среды, на которой находятся плиты, определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}
 u_3(x_1, x_2) &= \varepsilon_6^{-1} \sum_{n=1}^N \iint_{\Omega_n} k(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) g_{3n}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2, \quad -\infty \leq x_1, x_2 \leq \infty, \\
 k(x_1, x_2) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)} d\alpha_1 d\alpha_2, \quad (2) \\
 U_3(\alpha_1, \alpha_2) &= \varepsilon_6^{-1} K(\alpha_1, \alpha_2) \sum_{n=1}^N G_{3n}(\alpha_1, \alpha_2),
 \end{aligned}$$

где  $K(\alpha_1, \alpha_2)$  — аналитическая функция двух комплексных переменных  $\alpha_k$ , в частности, мероморфная, ее многочисленные примеры приведены в [24].

Здесь для пластин приняты обозначения:  $\nu_b, \nu$  — коэффициенты Пуассона блоков и основания соответственно;  $\mu$  — модуль сдвига основания;  $E_b$  — модуль Юнга;  $h_b$  — толщина блока;  $\rho_b$  — плотность;  $\omega$  — частота колебаний;  $g_{3b}, t_{3b}$  — значения контактных напряжений и внешних давлений, действующих вдоль оси  $x_3$  в области  $\Omega_b$ ;  $\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)$  и  $\mathbf{F}_1 \equiv \mathbf{F}_1(\alpha_1)$  — двумерный и одномерный операторы преобразования Фурье соответственно;  $M_b$  и  $Q_b$  — изгибающий момент и перерезывающая сила;  $f_1(\partial\Omega_b)$  вертикальное перемещение на границе;  $f_2(\partial\Omega_b)$  — угол поворота срединной плоскости вокруг оси  $x_1$  в системе координат  $x_1 o x_2$ ;  $h_b$  — толщина пластины;  $H$  — размерный параметр подложки, например, толщина слоя;  $u_{3b}$  — вертикальные перемещения под блочными элементами;  $u_{3b0}$  — вертикальные перемещения нижнего основания вне блочных элементов;  $u_3$  — вертикальные перемещения нижнего основания по всей длине. Обозначения заимствованы из [23, 24].

## 2. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Рассматривая плиты и основание (1) как блочную структуру, состоящую из трех деформируемых блоков, применим для ее исследования метод блочного элемента.



Этот метод, как описано в [25], предполагает как первый шаг погружение средствами внешней алгебры граничной задачи в топологическую структуру. В результате строится функциональное уравнение граничной задачи для блочной структуры. Многошаговый алгоритм дальнейших исследований функционального уравнения, уже не имеющих никакого отношения к аппарату внешней алгебры, назван авторами внешним анализом в теории блочного элемента [25]. Он включает: дифференциальную факторизацию матриц-функций с элементами из нескольких комплексных переменных; реализацию автоморфизма, состоящую в вычислении форм-вычетов Лере, либо неполных функциональных уравнений Винера – Хопфа; построение псевдодифференциальных уравнений; извлечение из них интегральных уравнений, диктуемых конкретными граничными условиями граничной задачи; решение интегральных уравнений и получение интегрального представления граничной задачи в каждом блоке в форме «упакованного» блочного элемента. Наконец, «склею» решений каждого блока, состоящую в построении фактор-топологии некоторых топологических пространств, являющихся декартовыми произведениями топологических пространств носителей и решений. Применяя этап внешней алгебры, функциональное уравнение граничной задачи запишем в виде

$$R_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} \equiv [(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 - \varepsilon_{43b}] U_{3b} = - \int_{\partial\Omega_b} \omega_b - \varepsilon_{53b} S_{3b}(\alpha_1, \alpha_2), \quad (3)$$

$$S_{3b}(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)(t_{3b} - g_{3b}), \quad b = \lambda, r.$$

Здесь  $\omega_b$  — участвующие в представлении внешние формы [21–23], имеющие с учетом выбора системы координат вид

$$\omega_b(x_1, x_2) = e^{i(\alpha, x)} \left\{ - \left[ \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} - i\alpha_2 \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} - \alpha_2^2 \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_2} + i\alpha_2^3 u_{3b} + 2 \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2} - 2i\alpha_2 \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} \right] dx_1 + \left[ \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^3} - i\alpha_1 \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} - \alpha_1^2 \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_1} + i\alpha_1^3 u_{3b} \right] dx_2 \right\}, \quad b = 1, 2, \dots, N,$$

а в частном случае прямолинейной границы представимы в виде

$$\omega_b = e^{i(\alpha, x)} \left\{ - \left[ i\alpha_2 M_b D_b^{-1} - Q_b D_b^{-1} - (\alpha_2^2 + \nu_b \alpha_1^2) \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_2} + i\alpha_2 [\alpha_2^2 + (2 - \nu_b) \alpha_1^2] u_{3b} \right] \right\} dx_1.$$

В формуле (3) при интегрировании, в случае плиты конечных размеров, граница  $\partial\Omega_b$  правой плиты представляет собой два торца — левый и правый. Поскольку область, занятая плитой, рассматривается как топологическое многообразие с краем, то на границе вводятся локальные координаты, ориентация которых согласована с ориентацией внутренности многообразия.

В результате для каждого блока блочной системы получаются следующие псевдодифференциальные уравнения

$$\mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1) \left\langle \int_{\partial\Omega_{2n-1}} \left\{ i\alpha_{21-} D_n^{-1} M_n - D_n^{-1} Q_n - (\alpha_{21-}^2 + \nu_n \alpha_1^2) \frac{\partial u_{32n-1}}{\partial x_2} + i\alpha_{21-} [\alpha_{21-}^2 + (2 - \nu_n) \alpha_1^2] u_{32n-1} \right\} e^{i(\alpha_1 x_1 + \alpha_{22-} - c_{2n-1})} dx_1 - \right.$$



$$\begin{aligned}
 & - \int_{\partial\Omega_{2n}} \left\{ i\alpha_{21-} D_n^{-1} M_n - D_n^{-1} Q_n - (\alpha_{21-}^2 + \nu_n \alpha_1^2) \frac{\partial u_{32n}}{\partial x_2} + \right. \\
 & \left. + i\alpha_{21-} [\alpha_{21-}^2 + (2 - \nu_n) \alpha_1^2] u_{32n} \right\} e^{i(\alpha_1 x_1 + \alpha_{22-} c_{2n})} dx_1 + \\
 & \left. + \varepsilon_{53n} [G_{3n}(\alpha_1, \alpha_{21-}) - T_{3n}(\alpha_1, \alpha_{21-})] \right\rangle = 0, \\
 \mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1) & \left\langle \int_{\partial\Omega_{2n-1}} \left\{ i\alpha_{22-} D_n^{-1} M_n - D_n^{-1} Q_n - (\alpha_{22-}^2 + \nu_n \alpha_1^2) \frac{\partial u_{32n-1}}{\partial x_2} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + i\alpha_{22-} [\alpha_{22-}^2 + (2 - \nu_n) \alpha_1^2] u_{32n-1} \right\} e^{i(\alpha_1 x_1 + \alpha_{22-} c_{2n-1})} dx_1 - \right. \\
 & \left. - \int_{\partial\Omega_{2n}} \left\{ \alpha_{22-} D_n^{-1} M_n - D_n^{-1} Q_n - (\alpha_{22-}^2 + \nu_n \alpha_1^2) \frac{\partial u_{32n}}{\partial x_2} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + i\alpha_{22-} [\alpha_{22-}^2 + (2 - \nu_n) \alpha_1^2] u_{32n} \right\} e^{i(\alpha_1 x_1 + \alpha_{22-} c_{2n})} dx_1 + \right. \\
 & \left. + \varepsilon_{53n} [G_{3n}(\alpha_1, \alpha_{22-}) - T_{3n}(\alpha_1, \alpha_{22-})] \right\rangle = 0.
 \end{aligned}$$

К ней добавляется такая же система псевдодифференциальных уравнений с заменой  $\alpha_{21-}$  на  $\alpha_{21+}$  и  $\alpha_{22-}$  на  $\alpha_{22+}$ .

Система псевдодифференциальных уравнений под номером  $N$  имеет вид

$$\begin{aligned}
 & \int_{\partial\Omega_{2N-1}} \left\{ i\alpha_{21+} D_N^{-1} M_N - D_N^{-1} Q_N - (\alpha_{21+}^2 + \nu_N \alpha_1^2) \frac{\partial u_{32N-1}}{\partial x_2} + \right. \\
 & \left. + i\alpha_{21+} [\alpha_{21+}^2 + (2 - \nu_N) \alpha_1^2] u_{32N-1} \right\} e^{i(\alpha_1 x_1 + \alpha_{21+} c_{2N-1})} dx_1 + \\
 & \quad + \varepsilon_{53N} [G_{3N}(\alpha_1, \alpha_{21+}) - T_{3N}(\alpha_1, \alpha_{21+})], \\
 & \int_{\partial\Omega_{2N-1}} \left\{ i\alpha_{22+} D_N^{-1} M_N - D_N^{-1} Q_N - (\alpha_{22+}^2 + \nu_N \alpha_1^2) \frac{\partial u_{32N-1}}{\partial x_2} + \right. \\
 & \left. + i\alpha_{22+} [\alpha_{22+}^2 + (2 - \nu_N) \alpha_1^2] u_{32N-1} \right\} e^{i(\alpha_1 x_1 + \alpha_{22+} c_{2N-1})} dx_1 + \\
 & \quad + \varepsilon_{53N} [G_{3N}(\alpha_1, \alpha_{22+}) - T_{3N}(\alpha_1, \alpha_{22+})].
 \end{aligned}$$

В подынтегральных функциях приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{21-} &= -i\sqrt{(\alpha_1)^2 - \sqrt{\varepsilon_{b43}}}, & \alpha_{22-} &= -i\sqrt{(\alpha_1)^2 + \sqrt{\varepsilon_{b43}}}, \\
 \alpha_{21+} &= i\sqrt{(\alpha_1^r)^2 - \sqrt{\varepsilon_{b43}}}, & \alpha_{22+} &= i\sqrt{(\alpha_1^r)^2 + \sqrt{\varepsilon_{b43}}}.
 \end{aligned}$$

Уравнения для левой полубесконечной плиты остаются теми же, которые были получены ранее. Анализируя построенные псевдодифференциальные уравнения для случая наличия плиты ограниченной протяженности, можно видеть увеличение числа неизвестных, порождаемых дополнительной границей по сравнению со случаем



единственной границы у полуограниченной плиты. Исследования этого случая показывают, что наличие у плиты конечной длины еще одной границы не изменяет типа особенностей, как в случае удаленности берегов разлома, так и при сближении, однако влияет на значения коэффициентов при особенностях.

Используя подход, изложенный в [21–23], к псевдодифференциальным уравнениям с учетом формы областей  $\Omega_b$  в виде полос бесконечной протяженности применим преобразование Фурье по координате  $x_1$ .

Введем следующую систему обозначений:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{2n-1} &= \{y_{12n-1}, y_{22n-1}, y_{12n}, y_{22n}\}, \quad \mathbf{Z}_{2n-1} = \{z_{12n-1}, z_{22n-1}, z_{12n}, z_{22n}\}, \quad n = 1, 2, \dots, N, \\ y_{1s} &= D_n^{-1} \mathbf{F}_1 M_s, \quad y_{2s} = D_n^{-1} \mathbf{F}_1 Q_s, \quad z_{1s} = \mathbf{F}_1 \frac{\partial u_{3s}}{\partial x_2}, \quad z_{2s} = \mathbf{F}_1 u_{3s}, \quad s = 1, 2, \dots, N, \\ \mathbf{F}_1 g &= \mathbf{F}_1(\alpha_1)g, \quad \mathbf{F}_2 g = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)g, \\ \mathbf{K}_{2n-1} &= \{k_{12n-1-}, k_{22n-1-}, k_{12n-1+}, k_{22n-1+}\}, \quad k_{1s-} = \varepsilon_{53s} \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_{21-})(t_{3s} - g_{3s}), \\ k_{2s-} &= \varepsilon_{53s} \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_{22-})(t_{3s} - g_{3s}), \quad k_{1s+} = \varepsilon_{53s} \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_{21+})(t_{3s} - g_{3s}), \\ k_{2s+} &= \varepsilon_{53s} \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_{22+})(t_{3s} - g_{3s}). \end{aligned}$$

В результате получим системы четырех алгебраических уравнений для каждого блочного элемента, которые в матричном виде имеют представление

$$\mathbf{A}_{2n-1} \mathbf{Y}_{2n-1} + \mathbf{B}_{2n-1} \mathbf{Z}_{2n-1} + \mathbf{K}_{2n-1} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N.$$

Рассмотрим тот случай, когда изгибающий момент и перерезывающая сила равны нулю, то есть торцы плит свободны от напряжений,  $\mathbf{Y}_{2n-1} = 0$ . В этом случае системы алгебраических уравнений решаются и решение представимо в виде

$$\mathbf{Z}_{2n-1} = -\mathbf{B}_{2n-1}^{-1} \mathbf{K}_{2n-1}.$$

Внося найденные решения во внешние формы (3), получим

$$U_{3b} = -R_b^{-1}(-i\alpha_{1b}, -i\alpha_{2b}) \left[ \int_{\partial\Omega_b} \omega_b + \varepsilon_{53b} \mathbf{F}_2(g_{3b} - t_{3b}) \right], \quad b = 1, 2, \dots, N.$$

Сопрягая блочные элементы с основанием (1), (2), то есть строя фактор-топологии [21–23], приходим к системе функциональных уравнений вида

$$\begin{aligned} \sum_{b=1}^N U_{3b} + \sum_{b=0}^{N-1} U_{3b0} &= U_3, \\ -\sum_{b=1}^N R_b^{-1}(-i\alpha_1, -i\alpha_2) \left[ \int_{\partial\Omega_b} \omega_b + \varepsilon_{53b}(G_{3b} - T_{3b}) \right] &= \varepsilon_6^{-1} K(\alpha_1, \alpha_2) \sum_{n=1}^N G_{3n}(\alpha_1, \alpha_2). \end{aligned}$$

С целью выделения параметров концентраций напряжений в рассматриваемой сложной блочной структуре в построенном функциональном уравнении последовательно будем выделять разломы, рассматривая их в индивидуальных локальных координатах  $x$ , направленных по  $x_2$  с началом в центре разлома. В изучаемой граничной задаче возможны два положения берегов разломов: когда расстояние между берегами разломов отлично от нуля, обозначим его  $2\theta > 0$ , и когда отсутствует,



то есть  $\theta = 0$ . Обозначим в выбранной системе координат функцию левого блока  $G_{32n-1}(\alpha_1, \alpha_2) = G^-(\alpha_1, \alpha_2)$ , а правого блока —  $G_{32n+1}(\alpha_1, \alpha_2) = G^+(\alpha_1, \alpha_2)$ .

Тогда функциональные уравнения принимают вид [21–23]

$$\begin{aligned} & [\varepsilon_{532n-1}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} + \varepsilon_6^{-1}K(\alpha_1, \alpha_2)] G^+(\alpha_1, \alpha_2) = \\ & = - [\varepsilon_{532n+1}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} + \varepsilon_6^{-1}K(\alpha_1, \alpha_2)] G^-(\alpha_1, \alpha_2) + U_{3\theta}(\alpha_1, \alpha_2) + \\ & + (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} [A_{2n-1}k_{12n-10} + B_{2n-1}k_{22n-10} + A_{2n+1}k_{12n+10} + B_{2n+1}k_{22n+10} + \\ & + \varepsilon_{532n-1}T^+(\alpha_1, \alpha_2) + \varepsilon_{532n+1}T^-(\alpha_1, \alpha_2)], \quad \theta > 0, \end{aligned}$$

$$U_{3\theta}(\alpha_1, \alpha_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\theta}^{\theta} u_3(x_1, x) e^{i(\alpha, x)} dx_1 dx,$$

$$\begin{aligned} & [\varepsilon_{532n+1}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} + \varepsilon_6^{-1}K_1(\alpha_1, \alpha_2)] G^+(\alpha_1, \alpha_2) = \\ & = - [\varepsilon_{532n-1}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} + \varepsilon_6^{-1}K_1(\alpha_1, \alpha_2)] G^-(\alpha_1, \alpha_2) + \\ & + (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} [A_{2n-1}k_{12n-10} + B_{2n-1}k_{22n-10} + A_{2n+1}k_{12n+10} + B_{2n+1}k_{22n+10} + \\ & + \varepsilon_{532n-1}T^+(\alpha_1, \alpha_2) + \varepsilon_{532n+1}T^-(\alpha_1, \alpha_2)], \quad \theta = 0. \end{aligned}$$

Здесь  $A_{2n-1}, B_{2n-1}, A_{2n+1}, B_{2n+1}$  — выражения сложного вида, которые ради краткости, опущены. Заметим, что представленные функциональные уравнения в качестве неизвестных имеют не только функции  $G^+(\alpha_1, \alpha_2), G^-(\alpha_1, \alpha_2)$ , но также и функционалы  $G^+(\alpha_1, \alpha_{2+}), G^-(\alpha_1, \alpha_{2-}), G^+(\alpha_1, \alpha_{2+}), G^-(\alpha_1, \alpha_{2-})$ , которые линейно входят в  $k_{sn0}$  и нуждаются в определении. Получили два разных функциональных уравнения Винера – Хопфа. Первое — обобщенное функциональное уравнение Винера – Хопфа в связи с присутствием функции  $U_{3\theta}(\alpha_1, \alpha_2)$ . Оно решается изложенным в [24] обращением системы двух интегральных уравнений второго рода с вполне непрерывными в некотором пространстве непрерывных с весом функций, которая имеет после преобразований вид

$$\begin{aligned} X^+ - \left\{ -\frac{M_1^+}{M_2^-} Y^- e^{-i2\alpha_2\theta} \right\}^+ &= \left\{ \frac{1}{M_2^-} \Phi e^{-i\alpha_2\theta} \right\}^+, \\ Y^- + \left\{ \frac{M_2^-}{M_1^+} X^+ e^{i2\alpha_2\theta} \right\}^- &= \left\{ \frac{1}{M_1^+} \Phi e^{i\alpha_2\theta} \right\}^-, \end{aligned}$$

$$M_1 = M_1^+ M_1^-, \quad M_2 = M_2^+ M_2^-, \quad M_2^+ G^+ = X^+, \quad M_1^- G^- = Y^-,$$

$$M_1 = [\varepsilon_{53\lambda}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} + \varepsilon_6^{-1}K(\alpha_1, \alpha_2)], \quad M_2 = [\varepsilon_{53r}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} + \varepsilon_6^{-1}K(\alpha_1, \alpha_2)].$$

Здесь приняты обозначения из работы [24].

После решения граничной задачи, определения функций  $G^+(\alpha_1, \alpha_2)$  и  $G^-(\alpha_1, \alpha_2)$ , требуется найти значения функционалов  $G^+(\alpha_1, \alpha_{2+})$  и  $G^-(\alpha_1, \alpha_{2-})$ , а также продифференцированные по второму параметру функционалы вида  $G'_+(\alpha_1, \alpha_{2+}), G'_-(\alpha_1, \alpha_{2-})$ . Для их определения строится система линейных алгебраических уравнений, описанная в [21–23].

Достаточно просто доказывается, что решение первого функционального уравнения для  $\theta > 0$  приводит к следующим свойствам контактных напряжений между плитами и подложкой на краях в локальной системе координат:

$$\begin{aligned} g_{32n-1}(x_1, x) &= \sigma_{12n-1}(x_1, x)(-x - \theta)^{-1/2}, \quad x < -\theta, \\ g_{32n+1}(x_1, x) &= \sigma_{12n+1}(x_1, x)(x - \theta)^{-1/2}, \quad x > \theta \end{aligned} \tag{4}$$



для достаточно гладких  $t_{3b}$ . Второе функциональное уравнение является уравнением Винера – Хопфа. Обращение второго уравнения приводит при  $x \rightarrow 0$  к следующим свойствам решений

$$g_{32n-1}(x_1, x) \rightarrow \sigma_{22n-1}(x_1, x_2)x^{-1}, \quad g_{32n+1}(x_1, x) \rightarrow \sigma_{22n+1}(x_1, x)x^{-1}. \quad (5)$$

Функции  $\sigma_{nb}(x_1, x)$ ,  $n = 1, 2$  непрерывны по обоим параметрам.

## ВЫВОДЫ

Учет в функциональном уравнении всех остальных членов приводит лишь к изменению величин функций  $\sigma_{nb}(x_1, x)$ ,  $n = 1, 2$ , и не влияет на характер особенностей. Имея достаточно детальное распределение параллельных разломов, механические и геометрические характеристики блоков блочной структуры с параллельными разломами, на основании разработанной модели можно прогнозировать наиболее вероятные зоны возможных землетрясений, анализируя формулы (4), (5) для разных разломов.

**Благодарности.** Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания Минобрнауки на 2018 г. (проект № 9.8753.2017/8.9), программы ЮНЦ РАН на 2018 г. (№ госрегистрации 01201354241), программ президиума РАН П-16 (проект № 00-18-21) и П-52 (проект № 00-18-29) и при поддержке грантов РФФИ (проекты № 16-41-230214, 16-41-230218, 16-48-230216, 17-08-00323, 18-08-00465, 18-01-00384, 18-05-80008).

## Библиографический список

1. Певнев А. К. Пути к практическому прогнозу землетрясений. М. : ГЕОС, 2003. 154 с.
2. Reid N. F. The mechanism of the earthquake. The California Earthquake of April 18, 1906. Rep. of the State Investigation Commiss. Vol. 2, pt. 1. Washington, 1910. 56 p.
3. Голицын Б. Б. Избранные труды : в 2 т. Т. 2. М. ; Л. : Изд-во АН СССР, 1960. 465 с.
4. Gutenberg B., Richter C. Seismicity of the Earth and associated phenomena. Princeton Univ. Press, 1954. 310 p.
5. Рихтер Ч. Элементарная сейсмология. М. : Изд-во иностр. лит., 1963. 670 с.
6. Гамбурцев Г. А. Перспективный план исследований по проблеме «Изыскание и развитие прогноза землетрясений» // Развитие идей Г. А. Гамбурцева в геофизике. М. : Наука, 1982. С. 304–311.
7. Садовский М. А., Болховитинов Л. Г., Писаренко В. Ф. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. М. : Наука, 1987. 104 с.
8. Соболев Г. А. Основы прогноза землетрясений. М. : Наука, 1993. 313 с.
9. Кейлис-Борок В. А. Динамика литосферы и прогноз землетрясений // Природа. 1989. № 12. С. 10–18.
10. Активная сейсмология с мощными вибрационными источниками / А. С. Алексеев, Н. И. Геза, Б. М. Глинский, А. Ф. Еманов, В. Н. Кашун, В. В. Ковалевский, А. К. Манштейн, Б. Г. Михайленко, В. С. Селезнев, С. В. Сердюков, А. Л. Собисевич, Л. Е. Собисевич, В. М. Соловьев, М. С. Хайретдинов, И. С. Чичинин, В. И. Юшин. Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2004. 386 с.
11. Geller R. J. Earthquake prediction: A critical review // Geophysical Journal International. 1997. Vol. 131, iss. 3. P. 425–450. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1997.tb06588.x>
12. Kagan Y. Y. Are earthquake predictable? // Geophysical Journal International. 1997. Vol. 131, iss. 3. P. 505–525. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1997.tb06595.x>
13. Keer R. A. Earthquake prediction: Mexican quake shows one way to look for the big ones // Science. 1979. Vol. 203, iss. 4383. P. 860–862. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.203.4383.860>



14. *Main I. G., Meredith P. G.* Classification of earthquake precursors from a fracture mechanics model // *Tectonophysics*. 1989. Vol. 167, iss. 2–4. P. 273–283. DOI: [https://doi.org/10.1016/0040-1951\(89\)90078-4](https://doi.org/10.1016/0040-1951(89)90078-4)
15. *Mogi K.* Earthquake and fracture // *Tectonophysics*. 1967. Vol. 5, iss 1. P. 35–55. DOI: [https://doi.org/10.1016/0040-1951\(67\)90043-1](https://doi.org/10.1016/0040-1951(67)90043-1)
16. *Scholz C. H., Sykes L. R., Aggarwal Y. P.* Earthquake prediction: A physical basis // *Science*. 1973. Vol. 181, iss. 4102. P. 803–809. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.181.4102.803>
17. *Freed A. M.* Earthquake triggering by static, dynamic and postseismic stress transfer // *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*. 2005. Vol. 33. P. 335–367. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev.earth.33.092203.122505>
18. *Mitchell E., Fialko Y., Brown K. M.* Frictional properties of gabbro at conditions corresponding to slow slip events in subduction zones // *Geochem. Geophys. Geosyst.* 2015. Vol. 16. P. 4006–4020. DOI: <https://doi.org/10.1002/2015gc006093>
19. *Ide S., Berosa G. S.* Does apparent stress vary earthquake? // *Geophysical Research Letters*. 2001. Vol. 28, iss. 17. P. 3349–3352.
20. *Di Toro G., Han R., Hirose T., De Paola N., Nielsen S., Mizoguchi K., Ferri F., Cocco M., Shimamoto T.* Fault lubrication during earthquake // *Nature*. 2011. Vol. 471, iss. 7339. P. 494–498.
21. *Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M.* The problem of physical and mechanical precursors of an earthquake: Place, time, and intensity // *Doklady Physics*. 2016. Vol. 61, iss. 2. P. 92–97. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1028335816020099>
22. *Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M.* On the possibility of predicting some types of earthquake by a mechanical approach // *Acta Mechanica*. 2018. Vol. 229, iss. 5. P. 2163–2175. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00707-017-2092-0>
23. *Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M.* A starting earthquake with harmonic effects // *Doklady Physics*. 2016. Vol. 61, iss. 11. P. 551–554. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1028335816110021>
24. *Ворович И. И., Бабешко В. А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М. : Наука, 1979. 320 с.
25. *Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M.* The theory of the starting earthquake // *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*. 2016. № 1, ч. 2. С. 37–80. DOI: <https://doi.org/10.31429/vestnik-13-1-2-37-80>

---

**Образец для цитирования:**

*Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Уафа Г. Н., Евдокимов В. С.* О стартовых землетрясениях при параллельных разломах литосферных плит // *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика*. 2018. Т. 18, вып. 4. С. 370–380. DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2018-18-4-370-380>

---

## **Starting Earthquakes with the Parallel Faults of Lithospheric Plates**

**V. A. Babeshko, O. V. Evdokimova, O. M. Babeshko, G. N. Uafa, V. S. Evdokimov**

Vladimir A. Babeshko, <https://orcid.org/0000-0002-6663-6357>, Southern Scientific Centre RAS, Kuban State University, 149 Stavropolskaya St., Krasnodar 350040, Russia, [babeshko41@mail.ru](mailto:babeshko41@mail.ru)

Olga V. Evdokimova, <https://orcid.org/0000-0003-1869-5413>, Southern Scientific Centre RAS, 41 Chekhova St., Rostov-on-Don 344006, Russia, [evdokimova.olga@mail.ru](mailto:evdokimova.olga@mail.ru)

Olga M. Babeshko, <https://orcid.org/0000-0003-1283-3870>, Kuban State University, 149 Stavropolskaya St., Krasnodar 350040, Russia, [babeshko49@mail.ru](mailto:babeshko49@mail.ru)



Galina N. Uafa, <https://orcid.org/0000-0003-4581-9987>, Southern Scientific Centre RAS, 41 Chekhova St., Rostov-on-Don 344006, Russia, uafa70@mail.ru  
Vladimir S. Evdokimov, <https://orcid.org/0000-0001-7824-6164>, Southern Scientific Centre RAS, 41 Chekhova St., Rostov-on-Don 344006, Russia, evdok\_vova@mail.ru

The analysis of the models characterizing the preparation of starting earthquakes for different types of stresses on tectonic plates enabled to convey the analysis of a possibility of earthquakes for the case of the parallel faults, which simultaneously allows to figure ways of their prediction, i. e. permits to reduce earthquake risk. The investigation of the arisen block structure applied the topological approach. The boundary problem imbeds into the topological structure and transforms in the functional equations. Automorphism application leads to the pseudodifferential equations, that are analyzed. It was proved that the starting earthquake can still take place in this case and the relevant conditions are derived.

**Key words:** block element, factorization, topology, integral and differential factorization methods, exterior forms, block structures, boundary problems, singular peculiarity.

**Acknowledgements:** The results have been obtained in the framework of the national tasks of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (project no. 9.8753.2017/8.9), the Program of the Southern Scientific Centre RAS (state registration no. 01201354241), and the Programs P-16 and P-52 of the Presidium of the Russian Academy of Sciences (projects nos. 00-18-21, 00-18-29), and supported by the Russian Foundation for Basic Research (projects nos. 16-41-230214, 16-41-230218, 16-48-230216, 17-08-00323, 18-08-00465, 18-01-00384, 18-05-80008).

## References

1. Pevnev A. K. *Puti k prakticheskomu prognozu zemletriasenii* [Ways to practical earthquake prediction]. Moscow, GEOS Publ., 2003. 154 p. (in Russian).
2. Reid N. F. The mechanism of the earthquake. The California earthquake of April 18, 1906. *Rep. of the State Investigation Commiss.*, vol. 2, pt. 1. Washington, 1910. 56 p.
3. Golitsyn B. B. *Izbrannye trudy* [Selected works], vol. 2, Moscow, Izdatel'stvo AN SSSR, 1960. 465 p. (in Russian).
4. Gutenberg B., Richter C. *Seismicity of the Earth and associated phenomena*. Princeton Univ. Press, 1954, 310 p.
5. Rihter Ch. *Elementarnaia seismologiya* [Elementary seismology]. Moscow, Izdatel'stvo inostrannoi literatury, 1963. 670 p. (in Russian).
6. Gamburtsev G. A. Perspektivnyi plan issledovaniia po probleme „Izyskanie i razvitie prognoza zemletriasenii“ [Long-term plan of research on the problem „Research and development of earthquake prediction“]. *Razvitie idei G. A. Gamburtseva v geofizike* [Progress of G. A. Gamburtsev's ideas in geophysics]. Moscow, Nauka, 1982, pp. 304–311 (in Russian).
7. Sadovskii M. A., Bolkhovitinov L. G., Pisarenko V. F. *Deformirovanie geofizicheskoi sredy i seismicheskii protsess* [Deformation of geophysical environment and seismic process]. Moscow, Nauka, 1987. 104 p. (in Russian).
8. Sobolev G. A. *Osnovy prognoza zemletriasenii* [Fundamentals of earthquake prediction]. Moscow, Nauka, 1993. 313 p. (in Russian).
9. Keilis-Borok V. A. Dinamika litosfery i prognoz zemletriasenii [Dynamics of the lithosphere and earthquake prediction]. *Priroda* [Nature], 1989, no. 12, pp. 10–18 (in Russian).
10. Alekseev A. S., Geza N. I., Glinsky B. M., Emanov A. F., Kashun V. N., Kovalevskij V. V., Manshtejn A. K., Mihajlenko B. G., Seleznev V. S., Serdyukov S. V., Sobisevich A. L., Sobisevich L. E., Solov'ev V. M., Hajretidinov M. S., Chichinin I. S., Yushin V. I. *Aktivnaia seismologiya s moshchnymi vibratsionnymi istochnikami* [Active seismology with



- powerful vibrational sources. Collective monograph]. Novosibirsk, Izdatel'stvo SO RAN, 2004. 388 p. (in Russian).
11. Geller R. J. Earthquake prediction: A critical review. *Geophysical Journal International*, 1997, vol. 131, iss. 3, pp. 425–450. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1997.tb06588.x>
  12. Kagan Y. Y. Are earthquake predictable? *Geophysical Journal International*, 1997, vol. 131, iss. 3, pp. 505–525. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1997.tb06595.x>
  13. Keer R. A. Earthquake prediction: Mexican quake shows one way to look for the big ones. *Science*, 1979, vol. 203, iss. 4383, pp. 860–862. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.203.4383.860>
  14. Main I. G., Meredith P. G. Classification of earthquake precursors from a fracture mechanics model. *Tectonophysics*, 1989, vol. 167, iss. 2–4, pp. 273–283. DOI: [https://doi.org/10.1016/0040-1951\(89\)90078-4](https://doi.org/10.1016/0040-1951(89)90078-4)
  15. Mogi K. Earthquake and fracture. *Tectonophysics*, 1967, vol. 5, iss 1, pp. 35–55. DOI: [https://doi.org/10.1016/0040-1951\(67\)90043-1](https://doi.org/10.1016/0040-1951(67)90043-1)
  16. Scholz C. H., Sykes L. R., Aggarwal Y. P. Earthquake prediction: A physical basis. *Science*, 1973, vol. 181, iss. 4102, pp. 803–809. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.181.4102.803>
  17. Freed A. M. Earthquake triggering by static, dynamic and postseismic stress transfer. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 2005, vol. 33, pp. 335–367. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev.earth.33.092203.122505>
  18. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. M. Frictional properties of gabbro at conditions corresponding to slow slip events in subduction zones. *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 2015, vol. 16, pp. 4006–4020. DOI: <https://doi.org/10.1002/2015gc006093>
  19. Ide S., Berosa G. S. Does apparent stress vary earthquake? *Geophysical Research Letters*, 2001, vol. 28, iss. 17, pp. 3349–3352.
  20. Di Toro G., Han R., Hirose T., De Paola N., Nielsen S., Mizoguchi K., Ferri F., Cocco M., Shimamoto T. Fault lubrication during earthquake. *Nature*, 2011, vol. 471, iss. 7339, pp. 494–498.
  21. Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M. The problem of physical and mechanical precursors of an earthquake: Place, time, and intensity. *Doklady Physics*, 2016, vol. 61, iss. 2, pp. 92–97. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1028335816020099>
  22. Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M. On the possibility of predicting some types of earthquake by a mechanical approach. *Acta Mechanica*, 2018, vol. 229, iss. 5, pp. 2163–2175. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00707-017-2092-0>
  23. Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M. A starting earthquake with harmonic effects. *Doklady Physics*, 2016, vol. 61, iss. 11, pp. 551–554. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1028335816110021>
  24. Vorovich I. I., Babeshko V. A. *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlia neklassicheskikh oblastei* [Dynamic mixed problems of the theory of elasticity for non-classical domains]. Moscow, Nauka, 1979. 320 p. (in Russian).
  25. Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M. The theory of the starting earthquake. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2016, no. 1, pt. 2, pp. 37–80. DOI: <https://doi.org/10.31429/vestnik-13-1-2-37-80>

---

**Cite this article as:**

Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M., Uafa G. N., Evdokimov V. S. Starting Earthquakes with the Parallel Faults of Lithospheric Plates. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Math. Mech. Inform.*, 2018, vol. 18, iss. 4, pp. 370–380 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2018-18-4-370-380>

---