

## МЕХАНИКА

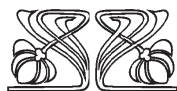
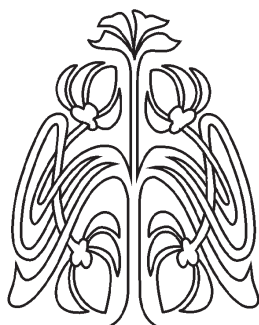
УДК 536.423:532.52

### Влияние пузырьков на структуру течения и трение в восходящем турбулентном газожидкостном потоке

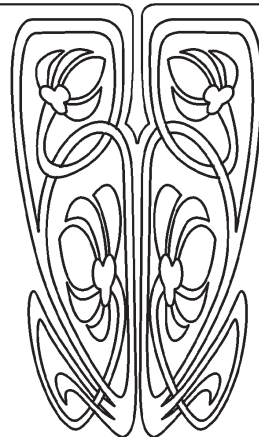
Б. А. Снигерев

Снигерев Борис Александрович, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, Институт механики и машиностроения — обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, Россия, 420111, Казань, ул. Лобачевского, д. 2/31, snigerev@imm.knc.ru

В работе представлены результаты расчетного исследования локальной структуры восходящего газожидкостного потока в вертикальной трубе. Математическая модель основана на использовании двухжидкостного эйлера подхода с учетом обратного влияния пузырьков на осредненные характеристики и турбулентность несущей фазы. Записываются уравнения сохранения массы и количества движения в виде уравнений Навье – Стокса, осредненных по Рейнольдсу для каждой фазы. Для турбулентных напряжений записываются соотношения в предположении гипотезы Буссинеска. Турбулентная вязкость для несущей жидкой фазы определяется с использованием двухпараметрической модели турбулентности, модифицированной для двухфазных сред. В уравнения для переноса кинетической энергии турбулентности и ее диссипации вводятся дополнительные слагаемые для кинетической энергии, вызванные пульсациями пузырьков. Движение дисперсной фазы определяется действием сил межфазного взаимодействия. В качестве основных сил рассматриваются следующие компоненты: сила Архимеда, сила сопротивления, присоединенная сила, вращательная сила Магнуса, пристеночная сила. Для описания распределения пузырьков по размерам в двухфазном потоке записывается уравнение для сохранения количества частиц, учитывающее процессы коалесценции и дробления. Для решения уравнения сохранения количества пузырьков применяется подход, основанный на методе фракций. Спектр распределения частиц по размерам делится на ряд фракций с фиксированными границами, при этом предполагается возможность обмена пузырьками между разными фракциями в результате коалесценции и дробления. В рамках этого метода распределение пузырьков по размерам аппроксимируется кусочно-равновероятным распределением, таким образом, задача описания спектра капель по размерам сводится к решению уравнений для объемных концентраций отдельных фракций. Численно исследовано влияние изменения степени дисперсности газовой фазы, объемного расходного газосодержания, скорости дисперсной фазы на локальную



НАУЧНЫЙ  
ОТДЕЛ





структуру и поверхностное трение в двухфазном потоке. Сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными показало, что разработанный подход позволяет адекватно описывать турбулентные газожидкостные течения в широком диапазоне изменения газосодержания и начальных размеров пузырьков.

*Ключевые слова:* многофазное течение, турбулентность, эйлерово описание, перепад давления.

Поступила в редакцию: 07.07.2018 / Принята: 11.11.2018 / Опубликовано онлайн: 28.05.2019

DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-2-182-195>

## ВВЕДЕНИЕ

Двухфазные пузырьковые турбулентные течения широко распространены в различных областях промышленности, таких как химическая, пищевая, фармацевтическая, атомная и теплоэнергетика. Сложность моделирования этих потоков связана с большим количеством явлений различной природы, поскольку такие течения характеризуются сильным взаимным влиянием несущей и дисперсной фазы, сопровождаются процессами теплообмена, фазовых переходов, коалесценции, дробления и т. д. Поэтому моделирование турбулентных пузырьковых потоков представляет немалый практический интерес и ему посвящено большое количество публикаций [1–3]. Тем не менее, недостаточно изученными остаются вопросы о детальной турбулентной структуре для двухфазных потоков, полидисперсности распределения пузырьков, закономерностях динамики двухфазного потока. Это связано с тем, что на структуру течения и гидравлическое сопротивление в газожидкостных потоках влияет большое число гидродинамических и геометрических параметров, что особенно важно в инженерных приложениях. В настоящее время в литературе имеется большое количество экспериментальных данных и расчетных рекомендаций по гидродинамическому сопротивлению и теплоотдаче при течении газожидкостных потоков в трубах разного диаметра (см., например, монографию [3]). Экспериментальному изучению турбулентных пузырьковых течений посвящены работы [4–8]. Важная информация содержится в [5], где изложены результаты экспериментального исследования гидродинамического сопротивления при течении пароводяной смеси в обогреваемой трубе. Определено влияние обогрева на сопротивление трения смеси и дана эмпирическая зависимость для расчета потери давления трения в области небольших паросодержаний. Также для сравнения приводятся результаты для необогреваемых труб. Показано, что на относительный перепад давления в трубе при течении газожидкостного потока оказывает влияние не только давление, но и массовая скорость. С увеличением массовой скорости происходит уменьшение относительной потери давления на трение, а также уменьшение значения паросодержания, при котором начинается «кризис сопротивления». В работах [5, 6] в результате измерений гидравлического сопротивления и трения в вертикальных каналах была обнаружена область течения с аномальными значениями этих величин. Измеренные величины сопротивления на порядок превышают значения, получающиеся по соответствующим расчетным методикам. Эта область соответствует режиму пузырькового течения при малых приведенных скоростях жидкой фазы. Наряду с экспериментальными исследованиями газожидкостных потоков проводятся численные моделирования двухфазных пузырьковых течений. На основе эйлерова континуального подхода в работах [9–11] предложены эффективные методы, получены аппроксимации уравнения, описывающие



эволюцию функции распределения частиц по размерам в газожидкостном потоке.

Целью настоящей работы является детальное численное исследование характеристик турбулентного восходящего потока в трубе при изменении массовых скоростей и расходных газосодержаний сред. Основное внимание уделено анализу турбулентной структуры течения, полидисперсности газожидкостного потока, а также поверхностного трения двухфазного течения.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для математического описания пространственного движения двухфазной среды применяется эйлеров подход, основанный на модели взаимопроникающих и взаимодействующих континуумов, который сводится к описанию условий разделенного движения фаз и определению величин, описывающих межфазное взаимодействие. Система уравнений Навье – Стокса, осредненных по Рейнольдсу, для описания динамики газожидкостного потока имеет следующий вид [2, 11]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \alpha_m) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\alpha_m \rho_m V_{mj}) = 0, \quad \alpha_l + \alpha_g = 1, \quad m = l, g, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_m \rho_m V_{mj}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\alpha_m \rho_m V_{mi} V_{mj}) = & -\alpha_m \frac{\partial P}{\partial x_i} + \alpha_m \rho_m g_i + M_{mi} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_m \mu_{\text{eff}, m} \left( \frac{\partial V_{mi}}{\partial x_j} + \frac{\partial V_{mj}}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha_m \mu_{\text{eff}, m} \frac{\partial V_{mn}}{\partial x_n} \delta_{ij} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

В системе уравнений (1)–(2)  $t$  – время,  $\rho_l, \rho_g$  – плотности сплошной и газовой фаз соответственно,  $\alpha_l, \alpha_g$  – объемные концентрации несущей и дисперсной фазы,  $g_i$  – сила тяжести,  $V_{mi}$  – компоненты скорости  $m$  фазы,  $M_{mi}$  – силы межфазного взаимодействия,  $P$  – давление,  $\mu_{\text{eff}, m}$  – эффективная динамическая вязкость  $m$  фазы. Для описания турбулентных характеристик газожидкостного потока применяется расширенная двухпараметрическая модель турбулентности, определяемая через эффективную вязкость  $\mu_{\text{eff}, m}$ , состоящую из динамической вязкости несущей среды  $\mu_{\text{lam}, l}$ , турбулентной вязкости  $\mu_{t, l}$ , вязкости  $\mu_{\text{BI}, l}$  [12], учитывающая влияние наличия пузырьков в несущей среде на турбулентные характеристики газожидкостного потока в виде

$$\mu_{\text{eff}, l} = \mu_{\text{lam}, l} + \mu_{t, l} + \mu_{\text{BI}, l}. \quad (3)$$

Для вычисления  $\mu_{t, l}$  применяется формула Колмогорова, а для  $\mu_{\text{BI}, l}$  – соотношение, предложенное в работе [12]:

$$\mu_{t, l} = \frac{C_\mu \rho_l k_l^2}{\varepsilon_l}, \quad \mu_{\text{BI}, l} = C_{\mu b} \rho_l \alpha_l d_s |V_{gi} - V_{li}|, \quad \mu_{\text{eff}, g} = \frac{\rho_g}{\rho_l} \mu_{\text{eff}, l}, \quad C_{\mu b} = 0.6. \quad (4)$$

Для определения кинетической энергии турбулентности  $k$  и скорости диссипации жидкой фазы  $\varepsilon$  используется модель турбулентности  $k - \varepsilon$ , модифицированная для двухфазных сред [11, 12]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l k_l) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_l \rho_l V_{li} k_l) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_l \frac{\mu_{\text{eff}, l}}{\sigma_l} \frac{\partial k_l}{\partial x_j} \right) + \alpha_l (G_l - \rho_l \varepsilon), \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l \varepsilon_l) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_l \rho_l V_{li} \varepsilon_l) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_l \frac{\mu_{\text{eff}, l}}{\sigma_l} \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial x_j} \right) + \alpha_l \frac{\varepsilon_l}{k_l} (C_{\varepsilon 1} G_l - C_{\varepsilon 2} \rho_l \varepsilon_l), \quad (6)$$



$$G_l = \frac{1}{2} \mu_{\text{eff}, l} \left[ \frac{\partial V_{mi}}{\partial x_j} + \left( \frac{\partial V_{mj}}{\partial x_i} \right)^T \right]^2. \quad (7)$$

Значения постоянных в модели турбулентности приняты равными

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad \sigma_l = 1.0. \quad (8)$$

Для полидисперсного потока вклад межфазного взаимодействия в эйлеровом приближении складывается из силы сопротивления  $\overline{M_g^D}$ , подъемной силы  $\overline{F_g^L}$ , присоединенной силы  $\overline{M_g^{VM}}$ :

$$M_{li} = -M_{gi} = - (M_{gi}^D + M_{gi}^L + M_{gi}^{VM}). \quad (9)$$

Эти силы рассчитываются по следующим формулам:

$$M_{gi}^D = \frac{3}{4} \alpha_g \varrho_l \frac{C_d}{d_s} |V_{gi} - V_{li}| (V_{gi} - V_{li}), \quad M_{gi}^L = C_L \alpha_g \varrho_l (V_{gi} - V_{li}) \times (\nabla \times V_{li}), \quad (10)$$

$$M_{gi}^{VM} = C_{VM} \alpha_g \varrho_l \left( \frac{\partial V_{li}}{\partial t} - \frac{\partial V_{gi}}{\partial t} \right), \quad C_{VM} = 0.5. \quad (11)$$

Здесь  $C_D$  — коэффициент сопротивления частицы:

$$C_D = \begin{cases} 24(1 + 0.15\text{Re}^{0.687})/\text{Re}, & \text{Re} \leq 1000, \\ 0.44, & \text{Re} > 1000, \end{cases} \quad (12)$$

где  $\text{Re} = 2\varrho_l |V_{gi} - V_{li}| d_s / \mu_l$  — число Рейнольдса относительного движения фаз,  $d_s$  — средний диаметр пузырьков.

Коэффициент подъемной силы  $C_L$  определяется как

$$C_L = \begin{cases} \min[0.288 \tanh(0.121 \text{Re}); f(\text{Eo}_d)], & \text{Eo}_d < 4, \\ f(\text{Eo}_d), & 4 \leq \text{Eo}_d \leq 10, \\ -0.29, & \text{Eo}_d > 10, \end{cases} \quad (13)$$

$$f(\text{Eo}_d) = 0.00105 \text{Eo}_d^3 - 0.0159 \text{Eo}_d^2 - 0.0204 \text{Eo}_d + 0.474, \quad \text{Eo}_d = g(\varrho_l - \varrho_g) d_s^2 / \sigma.$$

Здесь  $f(\text{Eo}_d)$  — функция, зависящая от числа Этвоша  $\text{Eo}_d$ ,  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения.

Для описания полидисперсности двухфазных потоков записываются уравнения для расчета распределения пузырьков по размерам вследствие фазовых переходов, слияния, разрушения и других процессов с учетом турбулентности.

В данной работе принимаются во внимание только процессы коалесценции и дробления, которые являются основными механизмами, приводящими к полидисперсному распределению пузырьков по размерам. Предполагается, что пузырьки при этом сохраняют сферическую форму. Эволюция спектра капель описывается кинетическим уравнением для удельной концентрации пузырьков  $n(v, t)$  [11].

Для расчета полидисперсности пузырьков применяется метод эйлеровых фракций, основанный на разбиении всего спектра частиц на отдельные дискретные классы с фиксированными размерами  $v_i$  ( $i = 1, M_f$ ,  $M_f$  — число фракций). Количество частиц в каждом классе, объем которых находится в пределах между  $v_i$  и  $v_{i+1}$ ,



определяется через  $N_i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} n(v, t) dv$ . Метод предполагает возможность обмена пузырьками между классами частиц с разными диаметрами в результате процессов коалесценции и разрушения.

Введем функцию  $f_i$ , определяемую как доля концентрации пузырьков  $i$ -го размера от общего числа пузырьков, для которой выполняются соотношения  $f_i = \alpha_i / \alpha_g$ ,  $\alpha_g f_i = N_i v_i$ . Запишем уравнение для эволюции функции  $f_i$  в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g f_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\alpha_g V_{gj} f_i) = B_a^i - D_a^i + B_b^i - D_b^i, \quad i = 1, M_f, \quad (14)$$

$$B_a^i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} B_a dv, \quad D_a^i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} D_a dv, \quad B_b^i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} B_b dv, \quad D_b^i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} D_b dv.$$

Слагаемое  $B_a$  определяет прирост концентрации пузырьков за счет слияния частиц с суммарным объемом  $v$ , а  $D_a$  — убыль за счет слияния частиц  $v$  с остальными. Изменение концентрации за счет процессов дробления описывают следующие два слагаемых:  $B_a$  определяет прирост за счет дробления частиц большего объема,  $D_a$  — убывание в результате дробления частиц с объемом  $v$ . Для завершения постановки задачи требуется задание начального распределения частиц на входе.

В данной работе для определения функций  $B_a$ ,  $B_b$ ,  $D_a$ ,  $D_b$  используются эмпирические выражения, полученные в [13, 14].

Для замыкания системы уравнений (1)–(14) требуется найти силы межфазного взаимодействия, определяемые соотношениями (9)–(13). Неизвестный параметр  $d_s$ , выражающий средний объемно-поверхностный диаметр пузырьков в объеме  $v_i$ , определяется через  $f_i$ :

$$d_s = \sum_{i=1}^{M_f} f_i / \left( \sum_{i=1}^{M_f} f_i / d_i \right). \quad (15)$$

Движение газожидкостного потока описывается системой уравнений сохранения для несущей и газовой фаз (1)–(2), дополненной модифицированной двухпараметрической моделью турбулентности для двухфазной среды (5)–(7). Силы межфазного взаимодействия (9)–(13), действующие на элементарный объем среды, определяются через характеристики потока, доли объемного газосодержания  $\alpha_g$ , среднего диаметра пузырьков  $d_s$ . Зная характеристики потока в текущий момент времени, решаем систему уравнений (14) и находим распределение  $f_i$  для каждой группы пузырьков, что позволяет определить  $d_s$  в каждом элементарном конечном объеме сетки. Распределение  $f_i$  дает дополнительную информацию о распределении частиц по размерам в объеме потока двухфазной среды. В рамках данного подхода движение полидисперсного двухфазного газожидкостного потока описывается замкнутой системой уравнений (1)–(7), (9)–(15).

Расчитанные в данной работе потери давления на трение сравниваются с известными расчетными соотношениями, полученными в результате обработки большого числа экспериментальных данных для различных режимов течения двухфазного потока. Для расчета потери давления на трение в двухфазном потоке  $\Delta P_F^{TP}$  различают два типа моделей: гомогенные и модели с разделением движения фаз [2, 15]. Потери давления на трение определяются через значения градиента давления двухфазного потока  $(dp/dz)_F^{TP}$ . Для гомогенной модели двухфазная среда рассматривается в виде смеси с переменной плотностью  $\rho_{TP}$ , вязкостью  $\mu_{TP}$ . Градиент давления вычисляется



по аналогичной формуле для однофазной жидкости в виде

$$(dp/dz)_F^{TP} = \frac{G_{TP}^2}{2D\varrho_{TP}} f_{TP}, \quad (16)$$

где  $G_{TP} = \varrho_l \langle J_l \rangle + \varrho_g \langle J_g \rangle$  — полный расход смеси, а для плотности  $\varrho_{TP}$  и вязкости смеси  $\mu_{TP}$  применяются соотношения

$$\varrho_{TP} = \left( \frac{x}{\varrho_g} + \frac{1-x}{\varrho_l} \right)^{-1}, \quad \mu_{TP} = x\mu_g + (1-x)\mu_l. \quad (17)$$

В (17)  $x$  — массовое содержание газовой фазы  $x = \varrho_g \langle J_g \rangle / G_{TP}$ . Для определения коэффициента трения  $f_{TP}$  применяется соотношение, аналогичное для однофазного потока в виде

$$f_{TP} = \begin{cases} 16/\text{Re}_{TP} & \text{Re}_{TP} \leq 2000, \\ 0.079 \times \text{Re}_{TP}^{-0.25} & \text{Re}_{TP} > 2000, \end{cases} \quad \text{Re}_{TP} = \frac{G_{TP}D}{\mu_{TP}}. \quad (18)$$

Для сравнения потери давления рассчитываются с помощью эмпирического соотношения, полученного в работе [15], где авторы исходят из известной формулы для перепада давления при течении однородной смеси. Градиент потери давления на трение для двухфазного потока  $(dp/dz)_F^{TP}$  выражается в виде некоторой функции, зависящей от градиентов давления для однофазных потоков  $(dp/dz)_F^{lo}$ ,  $(dp/dz)_F^{go}$ , предполагая, что однородные среды с жидкостью или газом при течении по трубе имеют тот же расход  $G_{TP}$ . В работе [15] аппроксимация для определения  $(dp/dz)_F^{TP}$  предложена в виде

$$(dp/dz)_F^{TP} = F(1-x)^{1/3} + (dp/dz)_F^{lo} x^3, \quad (19)$$

$$F = (dp/dz)_F^{lo} + 2[(dp/dz)_F^{go} - (dp/dz)_F^{lo}] x.$$

В соотношении (19) градиенты давления для однофазных потоков  $(dp/dz)_F^{lo}$ ,  $(dp/dz)_F^{go}$  вычисляются по формулам

$$(dp/dz)_F^{lo} = \frac{G_{TP}^2}{2D\varrho_l} f_{lo}, \quad (dp/dz)_F^{go} = \frac{G_{TP}^2}{2D\varrho_g} f_{go},$$

где  $f_{lo}$ ,  $f_{go}$  — коэффициенты трения для несущей и дисперсной фаз, вычисляемые аналогично (18).

## 2. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Для численного решения систем уравнений используется метод конечных объемов с использованием библиотеки OpenFOAM, предоставляющей пользователю инструменты для аппроксимации дифференциальных операторов на структурированных и неструктурированных сетках [16]. При помощи метода Гаусса интегралы по контрольному объему сводятся к поверхностным, а значение искомой функции на поверхности ячейки получается путем интерполяции ее значений в центроидах соседних ячеек. Для конвективных слагаемых дифференциальных уравнений применяется процедура QUICK. Для дискретизации производной по времени использовалась неявная схема Эйлера первого порядка точности. Коррекции поля давления осуществляются по конечно-объемной согласованной процедуре SIMPLER. В ходе реализации



метода конечных объемов задача сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений. Решение системы выполняется методом сопряженных градиентов с предобуславливанием. Расчетная область представляет собой канал с входной и выходной частями и твердыми стенками. Во входном сечении  $S_1$  задаются следующие условия:

$$S_1 : V_3^l = V_0^l, V_3^g = V_0^g, V_1^l = V_2^l = V_1^g = V_2^g = 0, p = p_0, \alpha_g = \alpha_0, k_l = k_l^0, \varepsilon_l = \varepsilon_l^0, \\ M_f = 6, f_3 = 1, d_3 = 0.0025, f_i = 0 (i = 1, 6, i \neq 3), d_1^{\min} = 0.001, d_6^{\max} = 0.012,$$

на выходной границе —

$$S_2 : \partial V_i / \partial x_3 = \partial f_i / \partial x_3 = \partial p / \partial x_3 = \partial k_l / \partial x_3 = \partial \varepsilon_l / \partial x_3 = 0.$$

На твердой стенке  $S_3$  принимаются условия прилипания и граничные условия для турбулентных переменных в виде

$$V_\psi^l = V_\psi^g = V_\tau^l = V_\tau^g = 0, f_i = 0, k_l = 0, \varepsilon_l = \mu_t (\partial^2 V_i / \partial \psi^2) = 0,$$

где  $(\psi, \tau)$  — компоненты единичного вектора нормали к поверхности. Условия на границе симметрии имеют вид  $S_4: V_\psi^l = V_\psi^g = 0$ .

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Проверка представленной модели была проведена путем сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными. Был выбран эксперимент, проведенный в работе [17], в котором изучалось полидисперсное пузырьковое течение в вертикальной трубе. Эксперимент проводился с водовоздушной смесью при атмосферном давлении и постоянной комнатной температуре.

В таблице представлены основные параметры для выбранного эксперимента, где  $\langle J_l \rangle, \langle J_g \rangle$  — приведенные скорости жидкости и газа соответственно.

Характеристика экспериментов [17]

Characteristics of the experiments [17]

	$\langle J_l \rangle$ м/с	$\langle J_g \rangle$ м/с	$\alpha$	$d$ мм	$D$ мм
L1	0.986	0.0473	0.051	2.5	50.8
L2	0.986	0.321	0.231	2.5	50.8

На входе подается монодисперсный пузырьковый поток. С учетом приведенных значений сред вычислялись начальные значения скорости текущей среды. Двухфазное течение в вертикальной тру-

бе предполагается осесимметричным, поэтому для численного моделирования выбирается расчетная область, состоящая из кругового сектора с радиусом  $r_0 = D/2 = 2.54 \times 10^{-3}$  м, длиной  $H = 3.06$  м и углом раствора  $5^\circ$ . Проведены численные расчеты на сетках конечных объемов, состоящих из  $M_e = 32600, 84200, 168600$  узлов. В сечении плоскости  $ox_1x_2$  число разбиений по координатам вдоль оси трубы и по длине для различных сеток составляет  $L_1 = 20 \times 200, L_2 = 40 \times 400, L_3 = 60 \times 600$ . Численное решение на сетке  $L_2$  отличается от  $L_3$  менее чем на 2%, поэтому все приведенные численные результаты выполнены с помощью сетки конечных объемов с разбиением  $L_2$ .

Задаются следующие параметры компонентов двухфазной среды вода–воздух:  $\rho_l = 998.2$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_g = 0.2$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu_l = 1.1 \times 10^{-3}$  Па·с,  $\mu_g = 1.7 \times 10^{-5}$  Па·с. Распределение частиц по размерам представлено в виде шести групп пузырьков ( $M_f = 6$ ) с минимальным диаметром  $d_1^{\min} = 10^{-3}$  м и максимальным  $d_6^{\max} = 1.2 \times 10^{-2}$  м.



На рис. 1 показаны картины течения газожидкостного потока при  $\langle J_l \rangle = 0.986$  м/с,  $\langle J_g \rangle = 0.321$  м/с в виде изолинии осевой скорости несущей фазы  $V_3^l$ , изолинии объемного газосодержания  $\alpha_g$ , среднего диаметра пузырьков  $d_s$ .

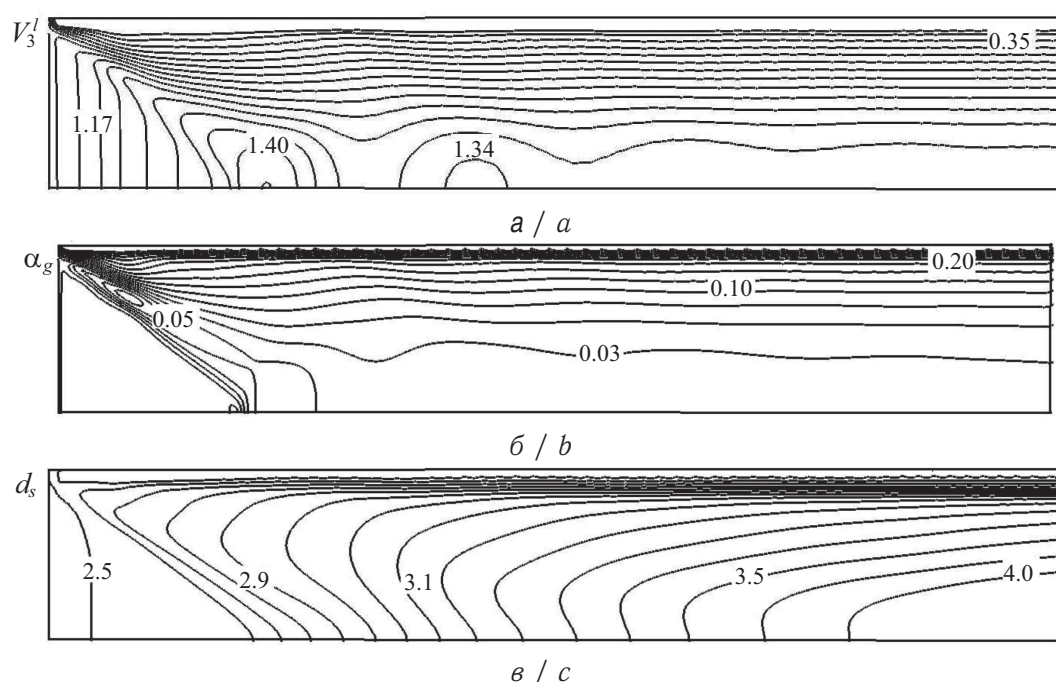


Рис. 1. Картина течения газожидкостного потока ( $L1$ ) в виде изолиний осевой скорости  $V_3^l$ , м/с (а), объемного газосодержания  $\alpha_g$  (б) и среднего диаметра пузырьков  $d_s$ , мм (в)

Fig. 1. Flow pattern of the gas-liquid flow ( $L1$ ) in the form of isolines of the axial velocity  $V_3^l$ , m/s (a), gas content  $\alpha_g$  (b), mean diameter of bubbles  $d_s$ , mm (c)

Видно, что на входном участке наблюдается треугольная область перестройки поля скоростей с равномерного профиля скорости пузырьков на входе к параболическому по мере продвижения вверх по трубе, а также увеличение скорости пузырьков в центральной части канала и замедление скоростей пузырьков, находящихся ближе к стенкам. Две зоны равномерного распределения скорости разделяет полоса, характеризующаяся наиболее резким изменением как направления, так и величины скорости. Наиболее выражено проявляется наличие данной зоны в распределении объемного газосодержания во входной части трубы, что иллюстрирует рис. 1, б. Отчетливо видна зона с равномерным распределением объемного газосодержания, что является следствием потока пузырьков одинакового диаметра во входной части трубы. Поскольку на входе в эксперименте [17] подаются пузырьки постоянного размера с диаметром  $d_s = 2.5$  мм, то отчетливо наблюдается сужающаяся по ширине трубы зона с равномерным распределением  $\alpha_g$ .

Представлены расчетные и экспериментальные данные по распределению характеристик несущего и полидисперсного потока в развитом турбулентном течении в сечении  $x_2/D = 53.6$  вдоль радиуса трубы ( $r$  — расстояние от оси трубы). На рис. 2, а приведены сравнительные данные осредненного профиля осевой составляющей скорости несущей фазы  $V_3^l$  газожидкостного потока для  $\langle J_l \rangle = 0.98$  м/с





и  $\langle J_g \rangle = 0.0473, 0.321$  м/с (режимы  $L_1, L_2$ ). Введение небольшой концентрации пузырьков ( $\alpha_g = 0.051$ ) приводит к тому, что профиль скорости жидкой фазы становится практически плоским в ядре потока (рис. 2, а, кривая 1). Влияние пузырьков проявляется в том, что вблизи стенки происходит увеличение градиента скорости. Повышение скорости и концентрации пузырьков ( $\alpha_g = 0.231$ ) приводит к уменьшению влияния дисперсной фазы на профиль скорости. Градиенты профиля скорости в пристеночной области уменьшаются, а сам профиль становится более параболическим, соответствующим однофазному потоку.

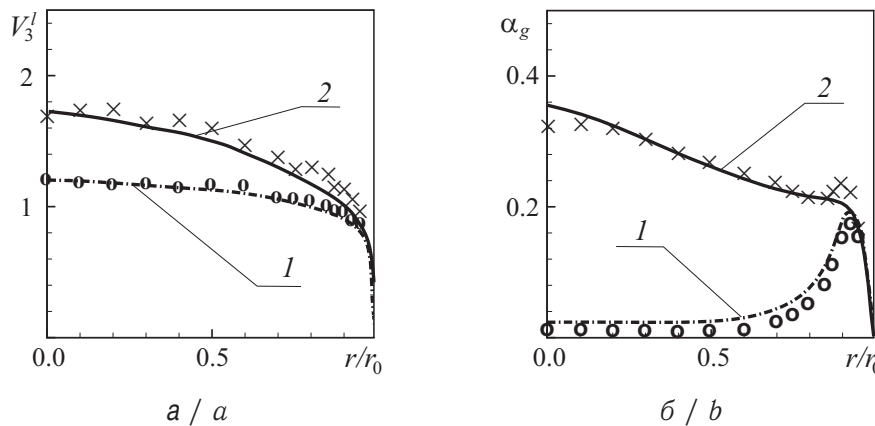


Рис. 2. Сравнение расчетных результатов (линии 1, 2) и экспериментальных данных  $L1, L2$  (символы) для  $V_3^l$ , м/с (а) и  $\alpha_g$  (б)  
 Fig. 2. Comparison of calculated results (lines 1, 2) and experimental data  $L1, L2$  (symbols) for  $V_3^l$ , m/s (a) and  $\alpha_g$  (b)

При небольших скоростях течения смеси наблюдаются пиковая концентрация пузырьков в пристеночной области и равномерное пологое распределение концентрации пузырьков в ядре потока при различных концентрациях газа (рис. 2, б). Аналогичные результаты в эюре распределения  $\alpha_g$  вдоль радиуса трубы подтверждаются экспериментальными данными многих исследователей. Так, седлообразные профили газосодержания вдоль сечения трубы обнаружены экспериментально при течении восходящего газожидкостного потока в [8–10]. В этих работах пиковое распределение объемного газосодержания в пристеночной области и равномерное в ядре потока (называемого «скин-эффектом») получено при течении пузырьковой смеси в трубе при  $Re_l = 6.0 \times 10^3 - 6.0 \times 10^4$ .

Отличие степени воздействия межфазных сил на пузырьки различного размера приводит к тому, что пузырьки с диаметром меньше исходного смещаются в пристеночную область. Отметим, что рассматриваемый режим течения можно характеризовать как поток, в котором основная масса пузырьков движется в пристеночной области.

На рис. 3 в сечении  $x_3/D = 53.6$  показано распределение частиц по размерам в виде доли частиц  $N_i$  соответствующего диаметра  $d_i$  от общего числа пузырьков в области потока  $N_s$ . Переход от режима  $L_1$  (рис. 3, а) к режиму  $L_2$  (рис. 3, б) приводит к увеличению  $N_s = 0.62 \times 10^6$  до  $1.22 \times 10^6$ . Увеличение скорости потока ведет к более интенсивному вовлечению пузырьков в турбулентные пульсационные движения, которые сопровождаются процессами коалесценции пузырьков.

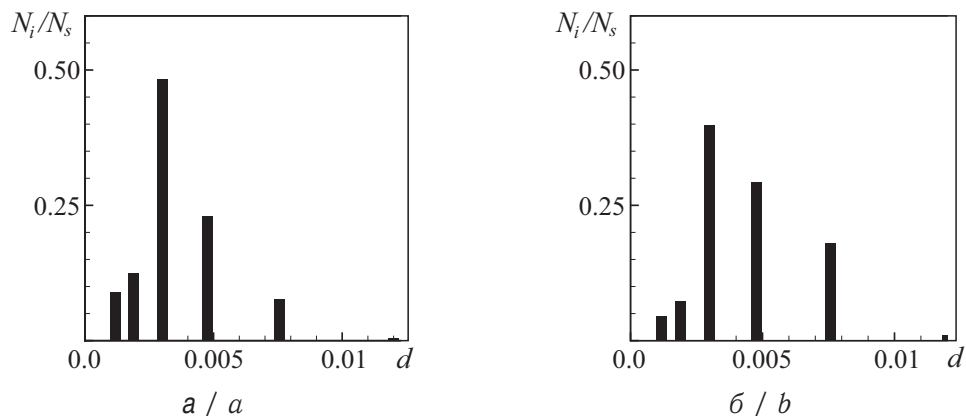


Рис. 3. Распределение частиц по размерам для режимов течения  $L1, L2$ :  $N_i/N_s$  для  $L1$  (а) и  $L2$  (б)  
 Fig. 3. Particle size distribution for flow regimes  $L1, L2$ :  $N_i/N_s$  for  $L1$  (a) and  $L2$  (b)

На рис. 4, а показано распределение среднего объемно-поверхностного диаметра пузырьков  $d_s$  вдоль радиуса трубы для двух режимов. При малых скоростях течения жидкости (кривая 1) наблюдается равномерное распределение среднего диаметра пузырьков по сечению канала. В этом случае в единице объема находится небольшое число пузырьков и их влияние мало, также интенсивность процессов коалесценции и дробления при этом незначительна, заметно некоторое равновесное состояние. При этом число пузырьков, образующихся в результате слияния, примерно равно количеству частиц, которые распались на более мелкие в результате столкновения с другими частицами. Увеличение скорости и концентрации газовой фазы приводит к росту  $d_s$  до 4 мм, что свидетельствует о преобладании интенсивности процессов коалесценции пузырьков над их скоростью распада.

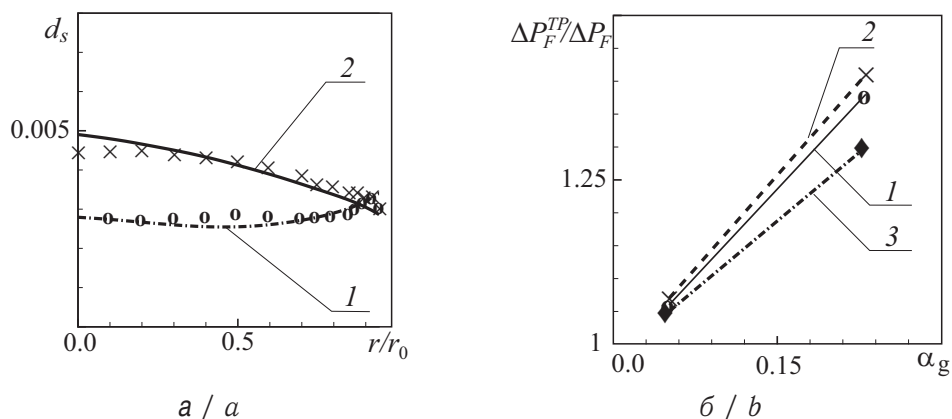


Рис. 4. Сравнение расчетных (линии 1, 2) и экспериментальных данных  $L1, L2$  (символы) для среднего диаметра пузырьков  $d_s$  (а); результатов  $\Delta P_F^{TP}/\Delta P_F$  (б): 1 — расчет, 2 — [15], 3 — [2]  
 Fig. 4. Comparison of calculated (lines 1, 2) and experimental data  $L1, L2$  (symbols) for the mean diameter of bubbles  $d_s$  (a); the results of  $\Delta P_F^{TP}/\Delta P_F$  (b): 1 — calculation, 2 — [15], 3 — [2]

На рис. 4, б представлены результаты расчета потери давления на трение в двухфазном потоке  $\Delta P_F^{TP}$  по отношению к потерям давления  $\Delta P_F$  в однофазном потоке



при идентичных условиях. Здесь расчеты данной работы помечены линией 1, по формуле (16) — линией 3, (19) — линией 2. Результаты расчетов потерь давления по гомогенной модели (рис. 4, б, линия 3) дают заниженные результаты, а расчеты по соотношениям [15] (рис. 4, б, линия 2) близки с результатами данной работы. Увеличение трения для двухфазного потока по сравнению с однофазным подтверждаются в экспериментах [4–7]. Это объясняется возрастанием градиента скорости в жидкости в пристенной зоне (рис. 2, а) за счет более пологой формы в центральной части для двухфазного по сравнению с однофазным. Увеличение расхода газовой фазы приводит к росту гидравлического сопротивления трения, однако, как отмечено в работах [4–7], с увеличением общего расхода смеси относительное давление  $\Delta P_F^{TP} / \Delta P_F$  уменьшается. Добавление газовой фазы в турбулентный поток приводит к возрастанию перепада давлений на трение. Это влияние возрастает с увеличением объемного газосодержания. Увеличение скорости двухфазного потока приводит к уменьшению относительного давления на трение за счет более сильного роста трения в однофазном потоке по сравнению с пузырьковым потоком. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с зависимостями из работы [15].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена эйлерова двухжидкостная модель для описания процесса переноса полидисперсных пузырьков в турбулентных газожидкостных потоках при значительных газосодержаниях газовой фазы. Для моделирования турбулентного потока жидкой фазы используется модифицированная двухпараметрическая модель турбулентности  $k-\varepsilon$ . Учет распределения пузырьков по размерам в газожидкостном потоке реализуется на основе разбиения всей системы частиц на отдельные группы (фракции) с фиксированными диаметрами, для каждой из которых записывается уравнение сохранения частиц с учетом процессов коалесценции и дробления пузырьков. Наблюдается удовлетворительное согласие между результатами расчетов и измерений профилей скорости и локального газосодержания по сечению трубы. Увеличение объемного газосодержания в газожидкостном потоке приводит к возрастанию трения на стенке по сравнению с однофазным течением. Это влияние возрастает с увеличением объемного расходного газосодержания дисперсной фазы. Увеличение скорости двухфазного потока приводит к снижению трения на стенке за счет более сильного роста трения в однофазном потоке по сравнению с многофазным. На основе сопоставления результатов численной модели с экспериментальными данными при течении пузырькового восходящего потока в вертикальной трубе показана применимость предложенной модели для численного моделирования газожидкостных потоков при значительных газосодержаниях дисперсной фазы.

## Библиографический список

1. Броунштейн Б. И., Щеголев В. В. Гидродинамика, массо-теплообмен в колонных аппаратах. Л. : Химия, 1988. 336 с.
2. Баттерворс Д., Хьюитт С. Теплопередача в двухфазном потоке. М. : Энергия, 1980. 328 с.
3. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М. : Наука, 1978. 336 с.
4. Бурдуков А. П., Валукина Н. В., Накоряков В. Е. Особенности течения газожидкостной пузырьковой смеси при малых числах Рейнольдса // ПМТФ. 1975. № 4. С. 137–141.



5. Тарасова Н. В., Леонтьев А. И. Гидравлическое сопротивление при течении пароводяной смеси в обогреваемой вертикальной трубе // ТВТ. 1965. Т. 3, № 1. С. 115–123.
6. Ганчев Б. Г., Пересадыко В. Г. Процессы гидродинамики и теплообмена в опускающих пузырьковых потоках // ИФЖ. 1985. Т. 49, № 2. С. 181–189.
7. Горелик Р. С., Кашинский О. Н., Накоряков В. Е. Исследование опускающего пузырькового течения в трубе // ПМТФ. 1987. № 1. С. 69–74.
8. Kashinsky O. N., Lobanov P. D., Pakhomov M. A. Experimental and numerical study of downward bubbly flow in a pipe // Int. J. Heat Mass Transfer. 2006. Vol. 49. P. 3717–3722. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.02.004>
9. Зайчик Л. И., Мукин Р. В., Мукина Л. С., Стрижов В. Ф. Развитие диффузионно-инерционной модели для расчета пузырьковых турбулентных течений. Изотермическое полидисперсное турбулентное течение в вертикальной трубе // ТВТ. 2012. Т. 50, № 5. С. 665–675. DOI: <https://doi.org/10.1134/s0018151x12040220>
10. Пахомов М. А., Терехов В. И. Моделирование турбулентной структуры течения в восходящем полидисперсном газожидкостном потоке // Изв. РАН. МЖГ. 2015. № 2. С. 83–89.
11. Pflieger D., Gomes S., Wagner G. H., Gilbert N. Hydrodynamics simulations of laboratory scale bubble columns: fundamentals studies on the eulerian-eulerian modeling approach // Chem. Eng. Sci. 1999. Vol. 54, № 4. P. 5091–5095. DOI: [https://doi.org/10.1016/s0009-2509\(99\)00261-4](https://doi.org/10.1016/s0009-2509(99)00261-4)
12. Sato Y., Sadatomi M., Sekoguchi K. Momentum and heat transfer in two-phase bubble flow-I. Theory // Int. J. Multiphase Flow. 1981. Vol. 7. P. 167–177. DOI: [https://doi.org/10.1016/0301-9322\(81\)90003-3](https://doi.org/10.1016/0301-9322(81)90003-3)
13. Luo H., Svendsen H. Theoretical model for drop and bubble breakup in turbulent dispersions // AIChE. J. 1996. Vol. 46. P. 1225–1231. DOI: <https://doi.org/10.1024/aic.712452004>
14. Prince M. J., Blanch H. W. Bubble coalescence and break-up in air sparged bubble columns // AIChE. J. 1990. Vol. 36. P. 1485–1489. DOI: <https://doi.org/10.1002/aic.690361004>
15. Muller-Steinhagen H., Heck K. A simple friction pressure drop correlation for two-phase flow in pipes // Chem. Eng. Prog. 1986. Vol. 26. P. 297–308. DOI: [https://doi.org/10.1016/0255-2701\(86\)80008-3](https://doi.org/10.1016/0255-2701(86)80008-3)
16. Weller N. G., Tabor G., Jasak H. A tensorial approach to computational continuum mechanics using object oriented techniques // Computers in Physics. 1998. Vol. 12. P. 620–624. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.168744>
17. Hibiki T., Ishii M., Xiao Z. Axial interfacial area transport of vertical bubble flows // Int. J. Heat Mass Transfer. 2001. Vol. 44. P. 1869–1871. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(00\)00232-5](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(00)00232-5)

---

**Образец для цитирования:**

Снигерев Б. А. Влияние пузырьков на структуру течения и трение в восходящем турбулентном газожидкостном потоке // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2019. Т. 19, вып. 2. С. 182–195. DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-2-182-195>

---



## The Effect of Bubbles on the Structure of Flow and the Friction in Upward Turbulent Gas–Liquid Flow

B. A. Snigerev

Boris A. Snigerev, <https://orcid.org/0000-0003-2134-3355>, Institute of Mechanics and Engineering, FRC Kazan Scientific Center of RAS, 2/31 Lobachevsky St., Kazan 420111, Russia, [snigerev@imm.knc.ru](mailto:snigerev@imm.knc.ru)

This paper presents the computational study results of the ascending gas-liquid flow local structure in a vertical pipe. The mathematical model is based on the use of two-fluid Eulerian approach taking into account the inverse influence of bubbles on averaged characteristics and turbulence of the carrying phase. The equations conservation of mass and momentum quantity of motion in the form of Navier–Stokes equations averaged over Reynolds for each phase are written down. For turbulent stresses the relations under the assumption of the Boussinesq hypothesis are written. Turbulent viscosity for the carrier liquid phase is determined using a two-parameter turbulence model modified for two-phase media. In the equations for transferring the kinetic energy of turbulence and its dissipation, additional terms for the kinetic energy, caused by pulsations of bubbles are introduced. As the main forces, the following components are considered: Archimedes force, resistance force, attachment force, Magnus rotational force, near-wall frictional force. To describe the bubble size distribution in a two-phase flow, an equation for preservation of the number of particles, taking into account the processes of coalescence and breakup is written. To solve the number of bubbles conservation equation, an approach based on the method of fractions is applied. The particle size distribution spectrum is divided into a number of fractions with fixed boundaries. It is assumed that bubbles can be exchanged between different fractions as a result of coalescence and breakups. In the framework of this method, the bubble size distribution is approximated by a piecewise equiprobable. Thus, the problem of describing the spectrum of drops by size reduces to the solution of equations for the volume concentrations of individual fractions. The effect of changes in the degree of dispersion of the gas phase volumetric gas flow rate, the velocity of the dispersed phase to the local structure and surface friction in a two-phase flow are numerically investigated. Comparison of the simulation results with experimental data showed that the developed approach allows to adequately describe turbulent gas-liquid flows in a wide range of gas content and initial bubble sizes.

**Keywords:** multi-phase flow, turbulence, Euler method, pressure drop.

Received: 07.07.2018 / Accepted: 11.11.2018 / Published online: 28.05.2019

### References

1. Brounchtein B. I., Chegolev B. B. *Gidrodinamika, masso-teploobmen v kolonnykh apparatax* [Hydrodynamics, mass and heat transfer in bubble columns]. Leningrag, Khimia, 1988. 336 p. (in Russian).
2. Butterworth D., Hewitt G. F. *Two-phase flow and heat transfer*. Oxford Press, 1977. 321 p. (Russ. ed.: Moscow, Energiya, 1980. 328 p.).
3. Nigmatulin R. I. *Osnovy mekhaniki geterogennykh sred* [Fundamentals of multiphase media]. Moscow, Nauka, 1978. 336 p. (in Russian).
4. Burdukov A. P., Valukina N. V., Nakoryakov V. E. Special characteristics of the flow of a gas-liquid bubble-type mixture with small Reynolds number. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 1975, vol. 16, iss. 4, pp. 592–597. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00858302>



5. Tarasova N. V., Leontiev A. I. Gidravlichesкое soprotivlenie pri techenii parovodianoj smesi v obogrevaemoj trube [Hydraulic resistance when the flow of steam-water mixture in a heated tube]. *Teploviz. Vys. Temp.*, 1965, vol. 3, no. 1, pp. 115–123 (in Russian).
6. Ganchev B. G., Peresadko V. G. Processes of hydrodynamics and heat exchange in descending bubble flows. *Journal of Engineering Physics*, 1985, vol. 49, iss. 2, pp. 879–885. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00872635>
7. Gorelik P. C., Kashinsky O. N., Nakoryakov V. E. Study of downward bubbly flow in a vertical pipe. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 1987, vol. 28, iss. 1, pp. 64–67. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00918774>
8. Kashinsky O. N., Lobanov P. D., Pakhomov M. A. Experimental and numerical study of downward bubbly flow in a pipe. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2006, vol. 49, pp. 3717–3722. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.02.004>
9. Zaichik L. I., Mukin R. V., Strizhov V. F. Development of a diffusion-inertia model for calculating bubble turbulent flows: isothermal polydispersed flow in a vertical pipe. *High Temperature*, 2012, vol. 50, iss. 5, pp. 665–675. DOI: <https://doi.org/10.1134/s0018151x12040220>
10. Paxomov M. A., Terexov V. I. Modeling of the turbulent flow structure of an upward a polydisperse gas-liquid flow. *Fluid Dynamics*, 2015, vol. 50, iss. 2, pp. 229–239. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0015462815020076>
11. Pflieger D., Gomes S., Wagner G. H., Gilbert N. Hydrodynamics simulations of laboratory scale bubble columns: fundamentals studies on the eulerian-eulerian modeling approach. *Chem. Eng. Sci.*, 1999, vol. 54, no. 4, pp. 5091–5095. DOI: [https://doi.org/10.1016/s0009-2509\(99\)00261-4](https://doi.org/10.1016/s0009-2509(99)00261-4)
12. Sato Y., Sadatomi M., Sekoguchi K. Momentum and heat transfer in two-phase bubble flow-I. Theory. *Int. J. Multiphase Flow*, 1981, vol. 7, pp. 167–177. DOI: [https://doi.org/10.1016/0301-9322\(81\)90003-3](https://doi.org/10.1016/0301-9322(81)90003-3)
13. Luo H., Svendsen H. Theoretical model for drop and bubble breakup in turbulent dispersions. *AIChE J.*, 1996, vol. 46, pp. 1225–1231. DOI: <https://doi.org/10.1024/aic.712452004>
14. Prince M. J., Blanch H. W. Bubble coalescence and break-up in air sparged bubble Columns. *AIChE J.*, 1990, vol. 36, pp. 1485–1489. DOI: <https://doi.org/10.1002/aic.690361004>
15. Muller-Steinhagen H., Heck K. A simple friction pressure drop correlation for two-phase flow in pipes. *Chem. Eng. Prog.*, 1986, vol. 26, pp. 297–308. DOI: [https://doi.org/10.1016/0255-2701\(86\)80008-3](https://doi.org/10.1016/0255-2701(86)80008-3)
16. Weller N. G., Tabor G., Jasak H. A tensorial approach to computational continuum mechanics using object oriented techniques. *Computers in Physics*, 1998, vol. 12, pp. 620–624. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.168744>
17. Hibiki T., Ishii M., Xiao Z. Axial interfacial area transport of vertical bubble flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2001, vol. 44, pp. 1869–1871. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(00\)00232-5](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(00)00232-5)

---

**Cite this article as:**

Snigerev B. A. The Effect of Bubbles on the Structure of Flow and the Friction in Upward Turbulent Gas–Liquid Flow. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Math. Mech. Inform.*, 2019, vol. 19, iss. 2, pp. 182–195 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-2-182-195>

---