



УДК 517.11

## Тестирование нечетких линейных автоматов

Д. В. Сперанский

Сперанский Дмитрий Васильевич, доктор технических наук, профессор кафедры железнодорожной автоматики, телемеханики и связи, Российский университет транспорта (МИИТ), Россия, 125993, Москва, ул. Часовая, д. 22/2, Speranskiy.dv@gmail.com

В статье рассматривается задача синтеза тестов для нечетких линейных автоматов (НЛА). Сейчас известно несколько разновидностей НЛА, используемых в качестве моделей реальных нечетких систем. В статье вводится и исследуется одна конкретная разновидность НЛА. Она предполагает проявление нечеткости поведения автомата за счет использования в характеристических матрицах элементов специального вида. Каждый такой элемент представляет собой некоторое множество элементов поля, над которым задан НЛА. В процессе функционирования автомата такой альтернативный элемент матрицы замещается случайным образом одним из элементов упомянутого множества на каждом такте. Для НЛА вводится понятие допустимой неисправности. Содержательно она состоит в замещении множества альтернативных элементов матриц одним элементом этого множества. Предложенный в статье метод синтеза тестов для обнаружения неисправностей указанного вида сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений. Метод ориентирован на  $\mu$ -определенные и синхронизируемые НЛА и синтезирует тесты достаточно короткой длины, не превосходящей его размерности.

*Ключевые слова:* нечеткие линейные автоматы, обнаружение неисправностей, метод синтеза тестов.

Поступила в редакцию: 25.02.2018 / Принята: 11.11.2018 / Опубликовано онлайн: 28.05.2019

DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-2-233-240>

### ВВЕДЕНИЕ

Известно, что детерминированный автомат во многих случаях является удобной и адекватной моделью многих реальных процессов и систем. Вместе с тем модели их функционирования могут носить приближенный характер. Это связано с тем, что соответствующая информация по объективным причинам порою формулируется в терминах плохо формализуемых понятий (например, «мало», «много», «высокий», «низкий» и т. п.). Понятно, что представление подобной информации на традиционном математическом языке, включающем классические понятия (множества, отношения, двузначная логика и т. п.), приводит к огрублению математической модели.

Очевидно, что для адекватного отражения нечеткости исходной информации требуется соответствующий математический инструментарий. Важным шагом на пути его получения явилось создание Л. Заде теории нечетких множеств [1]. Подтверждением полезности и эффективности концепции нечеткости (размытости) являются многочисленные практические приложения теории в различных предметных областях.

В последние годы значительный интерес проявляется к агрегированным системам. Отдельные компоненты таких систем могут быть как детерминированными, так и нечетко функционирующими блоками. В таких системах появляются новые качества, не сводящиеся к качествам их частей по отдельности. Это позволяет создавать более адекватные модели реальных сложных систем. Упомянутая нечеткость может



относиться и к алгоритмам функционирования, и к исходным данным, и к значениям на выходах системы. Сейчас известны различные разновидности нечетких автоматов, используемых в качестве моделей систем. Одна из них для произвольных автоматов предложена в [2]. Конкретизация этой разновидности для случая нечетких линейных автоматов (НЛА) описана в [3] и использована нами в предлагаемой статье.

Целью нашего исследования является изучение проблемы тестирования нечетких дискретных линейных систем, описываемых моделями НЛА. Важность этой проблемы в практическом аспекте не нуждается в комментариях.

## 1. ОПИСАНИЕ НЛА

Напомним вначале понятие детерминированного линейного автомата (ЛА), заданного над полем  $GF(p)$ , подробное описание которого имеется в [4, 5]. ЛА — это система с  $l$  входами и  $m$  выходами. Входные и выходные сигналы ЛА — это элементы поля  $GF(p)$ , где  $p$  — простое число. Состояниями ЛА являются упорядоченные совокупности элементов задержек, входящих в состав ЛА. Обозначим число задержек ЛА через  $n$ , которое называют размерностью ЛА. Функции переходов и выходов ЛА над полем  $GF(p)$  задаются уравнениями

$$\bar{s}(t+1) = A\bar{s}(t) + B\bar{u}(t), \quad (1)$$

$$\bar{y}(t) = C\bar{s}(t) + D\bar{u}(t). \quad (2)$$

Здесь  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ ,  $B = [b_{ij}]_{n \times l}$ ,  $C = [c_{ij}]_{m \times n}$ ,  $D = [d_{ij}]_{m \times l}$  — характеристические матрицы с элементами из поля  $GF(p)$ . Входной вектор  $\bar{u}(t) = [u_1(t), \dots, u_l(t)]'$ , выходной вектор  $\bar{y}(t) = [y_1(t), \dots, y_m(t)]'$ , вектор состояний  $\bar{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_n(t)]'$  представляют собой упорядоченные столбцы из элементов того же поля. Известно [4, 5], что конечное состояние ЛА и его выходная реакция в результате подачи на его входы последовательности длины  $t+1$  из начального состояния  $\bar{s}(0)$  вычисляются по формулам

$$\bar{s}(t+1) = A^{t+1}\bar{s}(0) + A^t B\bar{u}(t) + \dots + AB\bar{u}(t-1) + B\bar{u}(t), \quad (3)$$

$$\bar{y}(t) = CA^t\bar{s}(0) + CA^{t-1}B\bar{u}(0) + \dots + CB\bar{u}(t-1) + D\bar{u}(t). \quad (4)$$

Перейдем теперь к определению НЛА. Вначале отметим, что все сказанное выше о ЛА в полной мере относится и к НЛА. Что же касается нечеткости функционирования НЛА, то ее можно реализовать, закладывая соответствующий механизм в любую комбинацию из четырех матриц, фигурирующих в уравнениях (1)–(4). Поясним принцип работы такого механизма на примере одной матрицы, участвующей в реализации нечеткости функционирования совместно с некоторыми другими матрицами из уравнений (1)–(4). Пусть, например, нечеткость функционирования НЛА моделируется с использованием матрицы  $B$ . Элементы матрицы  $B$  будем записывать в форме  $b_{ij} = b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_f$ , где  $b_i$  ( $i = 1, \dots, f$ ) — символьная запись элементов из поля  $GF(p)$ , над которым задан НЛА. Эта запись означает, что на любом такте дискретного времени функционирования НЛА элемент  $b_{ij}$  может оказаться замещенным любым из элементов  $b_1, b_2, \dots, b_f$ . Отсюда следует, что форма записи уравнений переходов (1) и выходов (2) НЛА не изменится, так же как и вид формул (3) и (4).

Заметим, что описанный механизм возникновения нечеткости функционирования автомата вполне согласуется с ситуацией, имеющей место в реальных дискретных устройствах. Проиллюстрируем это на примере  $RS$  — триггера. Известно, что комбинация входных сигналов  $R = 1, S = 1$  является для него запрещенной. Причиной



запрета служит неопределенность состояния триггера (0 или 1), в котором он может оказаться после ее подачи. Иными словами, если запрещенная комбинация на входы триггера не попадает, то дискретное устройство, содержащее его в своем составе, функционирует как детерминированное. В случае возникновения на входах триггера запрещенной комбинации это же устройство превращается в нечетко функционирующее.

Операции умножения и сложения матриц в приведенных формулах (1)–(4) выполняются как обычные матричные операции, но с учетом символьной формы записи элементов матриц-операндов. Отметим, что в символьных записях в формулах (1)–(4) участвуют три операции — умножения ( $\cdot$ ), сложения ( $+$ ) и ( $\vee$ ), которую назовем операцией выбора.

Две первые операции — это классические операции над элементами поля  $GF(p)$ . При вычислениях по упомянутым формулам предполагается, что операция выбора « $\vee$ » обладает свойствами коммутативности, ассоциативности и дистрибутивности (относительно операций умножения и сложения). Конечной целью вычислений является перевод символьных выражений из формы  $\prod \sum$  в форму  $\sum \prod$ .

Проиллюстрируем сказанное на примере умножения двух следующих матриц с элементами в символьном представлении:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} (p_1 \vee p_2) & (p_4 \vee p_5) & p_7 \\ p_3 & p_6 & (p_8 \vee p_9) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \vee r_2 \\ r_3 \\ r_4 \vee r_5 \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} (p_1 \vee p_2)(r_1 \vee r_2) + (p_4 \vee p_5)r_3 + p_7(r_4 \vee r_5) \\ p_3(r_1 \vee r_2) + p_6 r_3 + (p_8 \vee p_9)(r_4 \vee r_5) \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} (p_1 r_1 \vee p_1 r_2 \vee p_2 r_1 \vee p_2 r_2) + (p_4 r_3 \vee p_5 r_3) + (p_7 r_4 \vee p_7 r_5) \\ (p_3 r_1 \vee p_3 r_2) + p_6 r_3 + (p_8 r_4 \vee p_8 r_5 \vee p_9 r_4 \vee p_9 r_5) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Пусть эти матрицы состоят из элементов поля  $GF(2) = \{0, 1\}$  и элементы  $p_i$  и  $r_j$  таковы:  $p_1 = 1, p_2 = 0, p_4 = 0, p_5 = 1, p_7 = 1, p_3 = 1, p_6 = 1, p_8 = 0, p_9 = 1, r_1 = 0, r_2 = 1, r_3 = 0, r_4 = 1, r_5 = 0$ .

Тогда матрица-результат, поскольку операции сложения и умножения выполняются по правилам двоичной арифметики, примет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} (0 \vee 1 \vee 0 \vee 0) + (0 \vee 0) + (1 \vee 0) \\ (0 \vee 1) + 0 + (0 \vee 0 \vee 1 \vee 0) \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Эта матрица интерпретируется как множество матриц-столбцов вида  $[a_{11} a_{12}]'$ , элементы  $a_{11}$  которых получаются при всех возможных вариантах выбора трех слагаемых из первой строки в (5). Легко подсчитать, что этот элемент может быть получен из  $16 = 4 \times 2 \times 2$  возможных вариантов сумм, элемент  $a_{12}$  — из  $8 = 2 \times 1 \times 4$  вариантов. Таким образом, общее число различных способов получения матрицы-результата равно  $16 \times 8 = 128$ . Понятно, что среди них могут быть совпадающие. Следовательно, число различных матриц-результатов может оказаться значительно меньше. Так, в нашем примере первое слагаемое в  $a_{11}$  имеет два возможных варианта выбора ( $0 \vee 1$ ), второе — один вариант (0) и третье — два варианта ( $0 \vee 1$ ). Аналогично дело обстоит и с элементом  $a_{12}$  — в нем те же варианты выбора. Поэтому матрица (5) упрощается

и принимает вид  $\begin{bmatrix} (0 \vee 1) + (0) + (0 \vee 1) \\ (0 \vee 1) + (0) + (0 \vee 1) \end{bmatrix}$ .



Понятно, что из нее матрица-результат может быть получена 16 различными способами. Ясно, что и среди этих матриц также могут быть совпадающие. В нашем примере, как легко проверить, попарно различных результатов будет четыре:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

На основе матриц с элементами последнего вида за счет выбора различных альтернатив элемента можно получить все множество вариантов матриц, соответствующих исходной НЛА.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Далее рассматривается следующая задача. Пусть задан НЛА  $A$  и некоторая его неисправная модификация из множества допустимых. Требуется построить такую входную последовательность (тест), которая эту неисправность обнаруживает.

Опишем множество допустимых неисправностей. Предполагается, что появление неисправностей в НЛА приводит к замещению некоторых элементов матриц НЛА другими. Если замещаемый элемент имеет множество альтернатив (например  $b_{ij} = b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_f$ ), то он замещается каким-либо одним конкретным элементом из соответствующего множества. Если элемент матрицы не имеет альтернативных вариантов, то он замещается некоторым конкретным элементом поля  $GF(p)$  в случае возникновения соответствующей неисправности. В противном случае элемент матрицы сохраняет свое прежнее значение. Таким образом, описанный процесс представляет собой механизм порождения неисправностей в НЛА. Неисправности введенного типа вполне естественно трактовать как традиционные константные неисправности дискретных устройств. Понятно, что возникающие неисправности преобразуют исходный НЛА в детерминированный ЛА.

Отметим, что любому НЛА  $A$  можно поставить в соответствие множество  $G() = \{A_1, A_2, \dots, A_q\}$  детерминированных ЛА, полученных из  $A$  фиксацией в его матрицах одного из конкретных вариантов выбора альтернативных элементов. Иными словами, множество  $G(A)$  есть множество детерминированных ЛА, которые в совокупности моделируют все возможные варианты поведения исходного НЛА.

Исходя из сказанного, естественно считать проверяемый НЛА  $A$  исправным, если в результате тестирования будет установлено, что его реакция на тест совпадает с реакцией на тот же тест одного из ЛА, входящих в состав множества  $G(A)$ . Если же реакция на тест проверяемого НЛА  $A$  не совпадет с реакцией на тот же тест ни с одним из детерминированных ЛА из множества  $G(A)$ , то проверяемый НЛА будем считать неисправным.

## 3. МЕТОД СИНТЕЗА ТЕСТОВ ДЛЯ НЛА

Задача, аналогичная сформулированной выше, была рассмотрена в [6] для детерминированных ЛА. В основу описываемого ниже метода положен подход, использованный в [6]. Для простоты изложения ограничимся рассмотрением задачи для так называемых  $\mu$ -определенных и синхронизируемых НЛА.

Напомним, что детерминированный ЛА имеет конечную память глубины  $\mu$ , если для любого  $t$  справедливо соотношение

$$\bar{y}(t) = f(\bar{u}(t), \bar{u}(t-1), \dots, \bar{u}(t-\mu), \bar{y}(t-1), \dots, \bar{y}(t-\mu)),$$



где  $\bar{u}(t)$  и  $\bar{y}(t)$  — входные и выходные векторы ЛА. Из [4, 5] известно, что каждый ЛА имеет конечную память глубины  $\mu$ , где  $\mu$  — размерность ЛА.

ЛА называется  $\mu$ -определенным, если его выход  $\bar{y}(t)$  зависит только от предыдущих  $\mu$  входов:

$$\bar{y}(t) = g(\bar{u}(t), \bar{u}(t-1), \dots, \bar{u}(t-\mu)).$$

Известно [4, 5], что необходимым и достаточным условием  $\mu$ -определенности ЛА  $A$  является выполнение равенства  $CA^\mu = [0]$ , где  $[0]$  — нулевая матрица (вектор),  $C$ ,  $A$  — матрицы, фигурирующие в формулах (1) и (2).

Напомним [4, 5], что входная последовательность ЛА называется синхронизирующей (СП), если независимо от начального состояния ЛА она переводит его в одно и то же конечное состояние. В [5] доказано, что необходимым и достаточным условием для существования СП длины  $\mu$  ЛА  $A$  является выполнение равенства  $A^\mu = [0]$ . Отсюда вытекает, что каждый синхронизируемый ЛА является одновременно и  $\mu$ -определенным.

Введем теперь аналогичные понятия для нечетких автоматов. НЛА  $A$  будем называть  $\mu$ -определенным (синхронизируемым), если таковыми являются все ЛА из множества  $G(A) = \{A_1, A_2, \dots, A_q\}$ , введенного выше.

Пусть  $A^*$ ,  $B^*$ ,  $C^*$ ,  $D^*$  — матрицы некоторого тестируемого НЛА, а  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$ ,  $D_0$  являются матрицами какого-либо конкретного ЛА  $A_{i_0}$  из множества  $G(A)$ , соответствующего исправному НЛА. Далее оба этих автомата предполагаются  $\mu$ -определенными и синхронизируемыми. В общем случае они имеют разную глубину памяти —  $\mu_1$  и  $\mu_2$  соответственно. Положим  $\mu = \max(\mu_1, \mu_2)$ , тогда легко понять, что  $CA^k = [0]$  и  $C^*(A^*)^k = [0]$  для всех  $k \geq \mu$ .

Если на исправный и неисправный ЛА подать одну и ту же входную последовательность  $T = \bar{u}(0), \bar{u}(1), \dots, \bar{u}(\mu)$  длины  $\mu + 1$ , то с учетом только что приведенных равенств и формулы (4) полной реакции детерминированного линейного автомата реакции тестируемого и исправного автомата  $A_{i_0}$  независимо от их начальных состояний имеют вид

$$\begin{aligned} \bar{y}^*(\mu) &= C^*(A^*)^{\mu-1}B^*\bar{u}(0) + C^*(A^*)^{\mu-2}B^*\bar{u}(1) + \dots + C^*B^*\bar{u}(\mu-1) + D^*\bar{u}(\mu), \\ \bar{y}(\mu) &= CA^{\mu-1}B\bar{u}(0) + CA^{\mu-2}B\bar{u}(1) + \dots + CB\bar{u}(\mu-1) + D\bar{u}(\mu). \end{aligned}$$

Произведя вычитание, получим

$$\bar{y}(\mu) - \bar{y}^*(\mu) = [CA^{\mu-1}B\bar{u}(0) - C^*(A^*)^{\mu-1}B]\bar{u}(0) + \dots + [D - D^*]\bar{u}(\mu). \quad (6)$$

Понятно, что тестируемый автомат не идентичен автомату  $A_{i_0}$ , если их реакции различны, т. е. разность  $\bar{y}(\mu) - \bar{y}^*(\mu)$  отлична от нуля. Равенство (6) будем рассматривать как систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно координат вектора  $\hat{u} = [\bar{u}_1(0), \dots, \bar{u}_l(0), \dots, \bar{u}_1(\mu), \dots, \bar{u}_l(\mu)]$ . Обозначим через  $Q$  матрицу системы (6), тогда она примет вид

$$Q \cdot \hat{u} = \hat{y}, \quad (7)$$

где  $\hat{y}$  — некоторый  $m$ -мерный ненулевой вектор.

Решая эту систему при всевозможных ненулевых векторах  $\hat{y}$ , получим все множество тестов  $T$ , различающих тестируемый НЛА и автомат  $A_{i_0}$ . Если описанным способом построить тесты, различающие тестируемый автомат и каждый линейный автомат из множества  $G(A)$ , то совокупность всех этих тестов, очевидно, и есть



полный тест, обнаруживающий неисправность в НЛА. Напомним, что неисправность НЛА трактуется нами так, как это было определено выше.

Поскольку множество всех ненулевых векторов  $\hat{u}$  велико даже при небольших значениях  $p$ ,  $l$ ,  $\mu$ , то процесс поиска решений СЛАУ (7) может оказаться очень трудоемким. Чтобы избавиться от этого недостатка, рассмотрим только одну однородную СЛАУ с матрицей  $Q$ . Найдем ее решение, которое обозначим как  $U_0$ , тогда множество векторов  $U/U_0$ , где  $U$  есть множество всех векторов  $\hat{u}$  размерности  $\mu + 1$ , очевидно, и есть искомый тест. Таким образом, задача свелась к решению одной однородной системы.

Заметим, что предложенный метод синтеза тестов предполагает, что неисправные НЛА сохраняют свойства  $\mu$ -определенности или синхронизируемости. Вместе с тем это требование, по-видимому, не является слишком ограничительным. В самом деле, оно заведомо выполняется, если возникающие в НЛА неисправности сказываются только на характеристических матрицах  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Однако не всякое изменение матрицы  $A$  сохраняет упомянутые свойства.

Отметим, что по аналогии с [6] можно предложить метод синтеза тестов для произвольных НЛА, не требуя наличия у них свойств  $\mu$ -определенности или синхронизируемости. Этот метод, так же как и в [6] для случая детерминированного ЛА, базируется на том, что любой ЛА имеет конечную память.

Из описания предложенного метода синтеза тестов следует, что построенные с его применением тесты имеют длину  $\mu + 1$ , где  $\mu$  — глубина памяти ЛА. Известно [4, 5], что  $\mu \leq n$ , где  $n$  — размерность ЛА, т.е. метод строит достаточно короткие по длине тесты.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проблема тестирования цифровых устройств является одной из важных и сложных. В частности, известны работы, например [7, 8], посвященные тестированию устройств, описываемых моделью детерминированного линейного автомата. Однако методы, предложенные в них для синтеза тестов даже для более простых, чем нечетко функционирующие, устройств, предполагают ряд существенных ограничений. К числу таких ограничений относится, к примеру, наличие информации о начальном состоянии устройства или требование специальной его технической реализации. Следует отметить, что первое ограничение практически почти никогда не выполняется, а второе требует дополнительных затрат.

Предложенный в статье метод не имеет указанных ограничений и при этом синтезирует достаточно короткие тесты. К числу преимуществ этого метода относится также то, что он сводит исследуемую задачу к решению СЛАУ, для чего имеется эффективный математический аппарат.

## Библиографический список

1. Zadeh L. A. Fuzzy sets // Information and Control. 1965. Vol. 8, iss. 3. P. 338–353. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)
2. Сперанский Д. В. Эксперименты с нечеткими автоматами // Автоматика и телемеханика. 2015. № 2. С. 107–124.
3. Speranskiy D. V. Synchronization of fuzzy linear automata // Automatic Control and Computer Sciences. 2016. Vol. 50, iss. 2. P. 72–79. DOI: <https://doi.org/10.3103/S014641161602005X>
4. Гилл А. Введение в теорию конечных автоматов. М. : Наука, 1966. 288 с.



5. Сперанский Д. В. Лекции по теории экспериментов с конечными автоматами. М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. 287 с.
6. Сперанский Д. В. О тестировании линейных автоматов // Автоматика и телемеханика. 2000. № 5. С. 157–165.
7. Агибалов Г. П., Юфат А. Г. О простых экспериментах для линейных инициальных автоматов // Автоматика и вычислительная техника. 1972. № 2. С. 17–19.
8. Колесов Н. В. Построение проверяющего теста для линейного конечного автомата // Автоматика и телемеханика. 1982. № 2. С. 61–66.

---

**Образец для цитирования:**

Сперанский Д. В. Тестирование нечетких линейных автоматов // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2019. Т. 19, вып. 2. С. 233–240. DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-2-233-240>

---

## Fuzzy Linear Automata Testing

D. V. Speranskiy

Dmitriy V. Speranskiy, <https://orcid.org/0000-0002-6882-0297>, Russian University of Transport (MIIT), 22/2 Chasovaja St., Moscow 125993, Russia, [Speranskiy.dv@gmail.com](mailto:Speranskiy.dv@gmail.com)

The article deals with the problem of synthesis of tests for fuzzy linear automata (FLA). Now several varieties of FLA are used as models of real fuzzy systems. The article introduces and investigates one particular type of FLA. The fuzziness of the behavior of the automaton is suggested to appear due to the use of elements of a special type in the characteristic matrices. Each such element is a certain set of elements of the field over which the FLA is given. During the functioning of the FLA (at each clock cycle) an alternative matrix element is replaced randomly by one of the elements of the alternative set. The notion of the FLA acceptable fault is introduced. Substantially it means replacing the alternative elements of matrices by one element of the sets corresponding to them. The method of the tests synthesis for detecting faults of this type is proposed. This method reduces to solving systems of linear algebraic equations. The method is oriented to  $\mu$ -definite and synchronized FLA and synthesizes tests of sufficiently short length (not more than FLA dimension).

*Keywords:* fuzzy linear automata, fault detection, test synthesis method.

Received: 25.02.2018 / Accepted: 11.11.2018 / Published online: 28.05.2019

### References

1. Zadeh L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, 1965, vol. 8, iss. 3, pp. 338–353. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)
2. Speranskii D. V. Experiments with fuzzy finite state machines. *Autom. Remote Control*, 2015, vol. 76, iss. 2, pp. 278–291. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0005117915020071>
3. Speranskiy D. V. Synchronization of fuzzy linear automata. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2016, vol. 50, iss. 2, pp. 72–79. DOI: <https://doi.org/10.3103/S014641161602005X>
4. Gill A. *Introduction to the theory of finite-state machines*. New York, McGraw-Hill, 1962. 207 p. (Russ. ed.: Moscow, Nauka, 1966. 288 p.).
5. Speranskiy D. V. *Lektsii po teorii eksperimentov s konechnymi avtomatami* [Lectures on the theory of experiments with finite automata]. Moscow, BINOM. Laboratoriya znaniy Publ., 2010. 287 p. (in Russian).



6. Speranskii D. V. A test for linear automata. *Autom. Remote Control*, 2000, vol. 61, iss. 5, pp. 858–865 (in Russian).
7. Agibalov G. P., Yufat A. G. O prostykh eksperimentakh dlya lineinykh initsial'nykh avtomatov [On simple experiments for linear initial automata]. *Avtomatika i vychislitel'naya tekhnika* [Automatic Control and Computer Sciences], 1972, no. 2, pp. 17–19 (in Russian).
8. Kolesov N. V. Designing a checking test for a linear finite automaton. *Autom. Remote Control*, 1982, vol. 43, iss. 2, pp. 185–189.

---

**Cite this article as:**

Speranskiy D. V. Fuzzy Linear Automata Testing. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Math. Mech. Inform.*, 2019, vol. 19, iss. 2, pp. 233–240 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-2-233-240>

---