ИНФОРМАТИКА

УДК 519.17

ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ ОРГРАФОВ С МАЛЫМ ЧИСЛОМ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ДУГ МИНИМАЛЬНОГО ВЕРШИННОГО 1-РАСШИРЕНИЯ

М. Б. Абросимов[1], **О. В. Моденова**[2]

[1]Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии, Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, mic@rambler.ru

[2]Аспирантка кафедры теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии, Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, oginiel@rambler.ru

Граф G^* называется вершинным 1-расширением графа G, если граф G можно вложить в каждый граф, получающийся из графа G^* удалением любой его вершины вместе с инцидентными ребрами. Вершинное 1-расширение G^* графа G называется минимальным, если граф G^* имеет на одну вершину больше, чем граф G, а среди всех вершинных 1-расширений графа G с тем же числом вершин граф G^* имеет минимальное число ребер. Рассматривается задача описания ориентированных графов, минимальное вершинное 1-расширение которых имеет заданное число дополнительных дуг. Дается решение, когда число дополнительных дуг равно одному или двум.

Ключевые слова: минимальное расширение, точное расширение, отказоустойчивая реализация, граф.

ВВЕДЕНИЕ

Ориентированным графом (далее — просто *орграфом*) называется пара $\overrightarrow{G} = (V, \alpha)$, где V — конечное непустое множество, называемое множеством вершин, а α^* — отношение на множестве вершин V, называемое отношением смежности. Граф с симметричным и антирефлексивным отношением смежности называется *неориентированным графом* (или просто *неографом*). Далее используются основные понятия преимущественно в соответствии с работой [1].

Симметризацией орграфа $\overrightarrow{G} = (V, \alpha)$ называется неограф $G = (V, (\alpha \cup \alpha^{-1}) \backslash \Delta)$, то есть симметризация орграфа получается заменой дуг ребрами и удалением петель.

Граф $G^* = (V^*, \alpha^*)$ называется *минимальным вершинным k-расширением* (МВ-kР) n-вершинного графа $G = (V, \alpha)$, если выполняются следующие условия:

1) граф G^* является вершинным k-расширением G, то есть граф G вложим в каждый подграф графа G^*, получающийся удалением любых его k вершин;

2) граф G^* содержит $n + k$ вершин, то есть $|V^*| = |V| + k$;

3) α^* имеет минимальную мощность при выполнении условий 1) и 2).

Граф $G^* = (V^*, \alpha^*)$ называется *точным вершинным k-расширением* (ТВ-kР) n-вершинного графа $G = (V, \alpha)$, если граф G изоморфен каждому подграфу графа G^*, получающемуся из графа G^* путем удаления любых его k вершин и всех связанных с ними дуг (ребер).

В данной работе мы будем рассматривать в основном случай, когда $k = 1$.

Понятие минимального вершинного k-расширения введено на основе оптимальной k-отказоустойчивой реализации, которое было предложено Хейзом (J. P. Hayes) в работе [2]. Оказалось, что задача является вычислительно сложной [3]. Исследования данной проблемы развивались в двух направлениях. Основное направление — поиск минимальных расширений для интересных классов графов: цепей, циклов, деревьев. Второе — описание графов, минимальные расширения которых имеют заданное число дополнительных дуг или ребер. В работе [4] исследовалась задача описания неографов с заданным числом дополнительных ребер. Были получены следующие результаты (теоремы 1–5).

Теорема 1. *Минимальное вершинное k-расширение, причем единственное с точностью до изоморфизма, вполне несвязного n-вершинного графа O_n есть вполне несвязный $(n + k)$-вершинный граф O_{n+k}. Никакие другие графы не могут иметь минимальных вершинных k-расширений с нулевым числом дополнительных ребер.*

Теорема 2. *Графы со степенным множеством $\{1, 0\}$ и только они имеют минимальное вершинное 1-расширение, которое отличается на одно дополнительное ребро, причем это расширение единственно с точностью до изоморфизма.*

Теорема 3. *Среди связных графов только цепи имеют минимальное вершинное 1-расширение, которое отличается на два дополнительных ребра, причем это расширение единственно с точностью до изоморфизма.*

Теорема 4. *Среди несвязных графов без изолированных вершин только графы вида* $P_n \cup C_{n+1} \cup \ldots \cup C_{n+1}$ *при* $n > 1$ *имеют минимальное вершинное 1-расширение, которое отличается на два дополнительных ребра, причем это расширение имеет вид* $C_{n+1} \cup C_{n+1} \cup \ldots \cup C_{n+1}$, *и оно единственно с точностью до изоморфизма.*

Теорема 5. *Связные графы, имеющие минимальные вершинные 1-расширения с тремя дополнительными ребрами, могут иметь только следующий вид:*

1) полный граф K_3;

2) графы с вектором степеней вида $(3, \ldots, 3, 2, 2, 2)$, *имеющие точное вершинное 1-расширение;*

3) графы с вектором степеней $(3, 3, 3, \ldots, 3, 2, \ldots, 2, 1)$ *особого вида.*

Тема данной работы связана с изучением аналогичного вопроса для ориентированных графов.

В работе [5] показана связь между МВ-1Р неориентированных графов и ориентированных.

Лемма. *Пусть орграф* G^* *есть минимальное вершинное* k*-расширение орграфа* G. *Тогда симметризация орграфа* G^* *является вершинным* k*-расширением симметризации орграфа* G.

Следствие. *Число дополнительных дуг минимального вершинного* k*-расширения орграфа* G — *не менее числа дополнительных ребер минимального вершинного* k*-расширения симметризации орграфа* G.

Очевидно, что для орграфов теорема 1 тоже выполняется.

Теорема 6. *Минимальное вершинное* k*-расширение, причем единственное с точностью до изоморфизма, вполне несвязного* n*-вершинного орграфа* O_n *есть вполне несвязный* $(n+k)$*-вершинный орграф* O_{n+k}. *Никакие другие орграфы не могут иметь минимальных вершинных* k*-расширений с нулевым числом дополнительных дуг.*

1. ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ДУГА В МВ-1Р

Учитывая следствие из леммы, получаем, что орграфы, имеющие одну дополнительную дугу в МВ-1Р, могут быть получены из графов теорем 1 и 2 с помощью ориентации дуг, а также добавления петель и изолированных вершин.

Теорема 7. *Среди орграфов без петель орграфы, полученные объединением* n *2-вершинных цепей с* m *изолированными вершинами, где* $m > 0$, *и только, они имеют минимальные вершинные 1-расширения с одной дополнительной дугой, причем эти расширения единственны с точностью до изоморфизма.*

Доказательство. По условиям теоремы рассматриваем только орграфы без петель. С учетом следствия из леммы получаем, что только ориентации графов из теоремы 2 (рис. 1) могут иметь МВ-1Р с одной дополнительной дугой.

У таких графов есть только одна неизоморфная ориентация.

И МВ-1Р неографов такого вида имеет единственную ориентацию, которая, очевидно, будет МВ-1Р ориентации неографа, причем с одной дополнительной дугой.

Покажем единственность.

Вершины, инцидентной двум дугам, в МВ-1Р такого графа быть не может, так как при удалении такой вершины будут удалены 2 дуги, а при построении расширения была добавлена только одна. Отсюда — МВ-1Р, построенное по предложенной схеме (рис. 2), является единственным с точностью до изоморфизма.

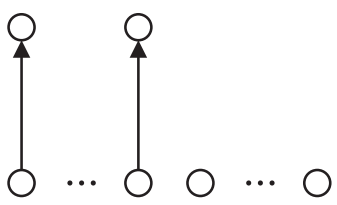


Рис. 1. Ориентация графов из теоремы 2

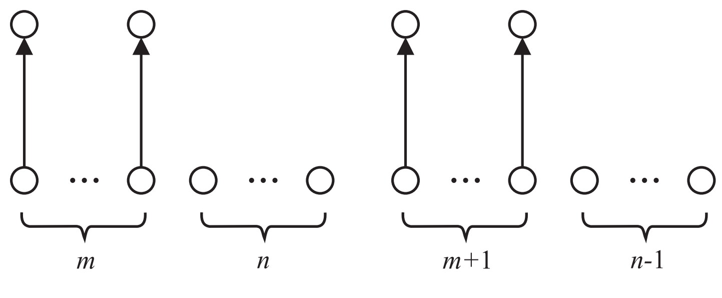


Рис. 2. Орграфы из теоремы 7 и их МВ-1Р

Теорема 8. *Среди орграфов с петлями орграфы, полученные объединением* n *вершин с петлями* $(n > 0)$ *и* m *изолированными вершинами* $(m \geq 0)$, *и только они, имеют минимальное вершинное*

1-расширение с одной дополнительной дугой, причем это расширение единственно с точностью до изоморфизма.

Доказательство. Учитывая следствие леммы, рассмотрим графы из теорем 1 и 2.

1. В графах из теоремы 1 нет ребер. Тогда ориентанция таких графов — вполне несвязные орграфы, для которых уже доказано, что они имеют МВ-1Р с нулевым числом дополнительных дуг.

В теореме рассматриваются графы с петлями. Тогда рассмотрим ографы, получающиеся из вполне несвязных добавлением петель к нескольким (не обязательно всем) вершинам (рис. 3), т. е. получим орграфы, состоящие из n вершин с петлями ($n > 0$) и m изолированных вершин ($m \geq 0$).

Рис. 3. Добавление петель к вершинам графов из теоремы 1

Очевидно, что если добавить ещё одну вершину, а затем провести петлю в любой изолированной вершине, то получим МВ-1Р, отличающееся на одну дополнительную дугу.

Также очевидно, что это расширение единственно с точностью до изоморфизма, так как есть только два варианта добавления дуги — петля и соединение двух вершин. Первый вариант соответствует предложенной схеме. Второй вариант не подходит, так как число петель в МВ-1Р тогда останется таким же, что и в исходном орграфе.

2. Теперь рассмотрим графы из теоремы 2. Уже доказано, что если просто ориентировать такие графы, то их МВ-1Р отличается на одну дополнительную дугу (рис. 4). Но это графы без петель, а в данной теореме рассматриваются графы с петлями. Тогда рассмотрим добавление ненулевого количества петель к такому графу.

Тогда в МВ-1Р должно быть больше на одну петлю и на одну 2-вершинную цепь. Очевидно, что с помощью одной дополнительной дуги такое расширение построить нельзя.

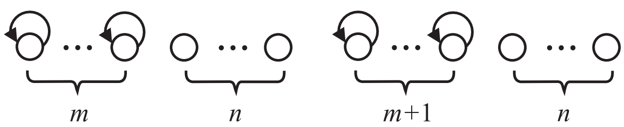


Рис. 4. Орграфы из теоремы 8 и их МВ-1Р

Следствие. *Орграфы, полученные объединением n вершин с петлями ($n > 0$) с m изолированными вершинами ($m \geq 0$), имеют минимальные вершинные k-расширения с k дополнительными дугами, причем эти расширения единственны с точностью до изоморфизма.*

2. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ДУГИ В МВ-1Р

Теорема 9. *Среди связных орграфов только гамильтоновы цепи имеют минимальное вершинное 1-расширение, которое отличается на две дополнительные дуги, причем это расширение единственно с точностью до изоморфизма для цепей с количеством вершин больше двух. Для 2-вершинной цепи существует два неизоморфных МВ-1Р: циклическая и транзитивная тройки.*

Доказательство. Так как мы рассматриваем только связные графы, то с учетом следствия из леммы необходимо рассмотреть только ориентации графов из теоремы 3, то есть ориентации цепей.

Очевидно, что у гамильтоновой цепи МВ-1Р будет гамильтонов цикл. Причем если в цепи 3 и более вершин, то расширение единственно, если $n = 2$, то легко проверить, что существует два неизоморфных МВ-1Р — циклическая и транзитивная тройки.

Теперь нужно показать, что никакие другие ориентации цепей не имеют МВ-1Р с двумя дополнительными дугами. Допустим обратное, что существует некая цепь, негамильтоновая, МВ-1Р которой имеет две дополнительные дуги. Очевидно, что симметризация такого расширения должна быть циклом.

Как минимум, одна из вершин такой цепи будет стоком или источником. Предположим, что эта вершина — источник, обозначим ее v_i (рис. 5).

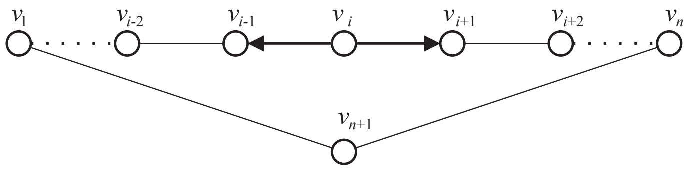


Рис. 5. Пример цепи с вершиной-источником

Рассмотрим два варианта удаления вершин — удаление вершины v_{i-1} и v_{i-2}. Если v_i — источник, то в первом случае получаем, что один конец цепи имеет полустепени (1,0), а во втором получаем, что второй конец цепи имеет полустепени (0,1).

Теперь при удалении v_{i-2} запишем цепь, начиная с конца с полустепенями (0,1): $v_{i-1}, v_i, v_{i+1}, v_{i+2}\cdots$

При удалении v_{i+2} тоже запишем цепь, начиная с конца с полустепенью (0,1): $v_{i+1}, v_i, v_{i-1}, v_{i-2}, \ldots$ Сравнивая эти 2 цепи (рис. 6), получим, что v_{i-1} и v_{i+1} должны иметь одинаковые степени. Тогда у цепи, получающейся удалением v_i, будут одинаковые полустепени концов. Получили противоречие. Следовательно, среди ориентаций цепей только гамильтоновы цепи имеют МВ-1Р с двумя дополнительными дугами. □

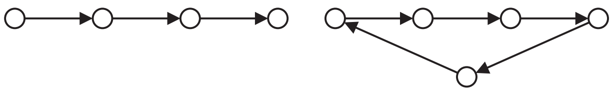


Рис. 6. 4-вершинная гамильтонова цепь и ее МВ-1Р

Теорема 10. *Среди несвязных орграфов без изолированных вершин и без петель при* $n > 2$ *только орграфы вида* $P_n \cup C_{n+1} \cup \ldots \cup C_{n+1}$*, где графы* C_{n+1} *являются контурами, а граф* P_n *— гамильтоновой цепью, имеют минимальное вершинное 1-расширение, отличающееся на две дополнительные дуги, причем это расширение имеет вид* $C_{n+1} \cup \ldots \cup C_{n+1}$*, где* C_{n+1} *— контуры, и оно единственно с точностью до изоморфизма. При* $n = 2$ *существует два орграфа (объединение 2-вершинной цепи и транзитивных троек, объединение 2-вершинной цепи и циклических троек), МВ-1Р которых отличаются на две дополнительные дуги.*

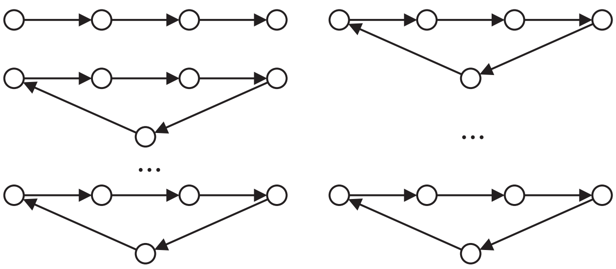


Рис. 7. Пример орграфа из теоремы 10 и его расширение

Доказательство. Учитывая следствие из леммы и условия теоремы, что рассматриваем несвязные орграфы без петель и изолированных вершин, будем проверять только ориентации графов из теоремы 4 (рис. 7). Выше доказано, что только гамильтоновы цепи имеют МВ-1Р с двумя дополнительными дугами. Отсюда очевидным образом получается утверждение теоремы. □

Теорема 11. *Среди несвязных орграфов с изолированными вершинами и без петель МВ-1Р с двумя дополнительными дугами имеют только орграфы вида:*

1) объединение гамильтоновых n*-вершинных цепей* $(n > 1)$ *с любым количеством изолированных вершин. При* $n > 2$ *МВ-1Р единственно с точностью до изоморфизма, при* $n = 2$ *существует два неизоморфных МВ-1Р;*

2) объединение 3-вершинной негамильтоновой цепи и m *изолированных вершин, где* $m \geq 2$ *(МВ-1Р — объединение двух изоморфных цепей и* $m\breve{\ }2$ *изолированных вершин, единственно с точностью до изоморфизма);*

3) объединение орграфов вида $P_n \cup C_{n+1} \cup \ldots \cup C_{n+1}$ *при* $n > 2$*, где графы* C_{n+1} *являются контурами, а граф* P_n *— гамильтоновой цепью, с изолированными вершинами (МВ-1Р единственно с точностью до изоморфизма);*

4) объединение 2-вершинной цепи с транзитивными или циклическими тройками и любым количеством изолированных вершин (расширение будет единственным с точностью до изоморфизма).

Доказательство. Учитывая следствие из леммы, рассмотрим графы из теорем 1–4.

В графах теоремы 1 нет ребер, а графы из теоремы 2 допускают единственную ориентацию, которая имеет МВ-1Р, отличающееся на 1 дополнительную дугу.

Случай 1 очевидным образом получается из теоремы 9.

Случай 2. По теореме 9 негамильтоновы цепи не имеют МВ-1Р с двумя дополнительными дугами. Однако если объединить 3-вершинную негамильтонову цепь и, как минимум 2, изолированные вершины, то можно постоить МВ-1Р с двумя дополнительными дугами: нужно добавленную вершину соединить с двумя изолированными так, чтобы получилась точно такая же цепь (рис. 8).

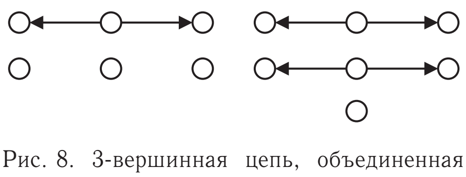


Рис. 8. 3-вершинная цепь, объединенная с изолированными вершинами, и ее МВ-1Р

Случаи 3 и 4 очевидным образом получаются из теоремы 10. □

Следствие. *Объединение* n*-вершинных негамильтоновых цепей с* $n-1$ *изолированными вершинами имеет вершинные 1-расширения с* $n-1$ *дополнительными дугами.*

Теорема 12. *Среди несвязных орграфов с изолированными вершинами и с петлями только орграфы следующего вида имеют минимальные вершинные 1-расширения с двумя дополнительными дугами:*

1) объединение n $(n > 0)$ 2-вершинных цепей с петлями в источниках с m $(m \geq 0)$ 2-вершинными цепями, с p $(p \geq 0)$ вершинами с петлями и r $(r > 0)$ изолированными вершинами;

2) объединение n $(n > 0)$ 2-вершинных цепей с петлями в стоках с m $(m \geq 0)$ 2-вершинными цепями, с p $(p \geq 0)$ вершинами с петлями и r $(r > 0)$ изолированными вершинами;

3) объединение n $(n > 0)$ 2-вершинных цепей с петлями на концах с m $(m > 0)$ вершинами с петлями и p $(p \geq 0)$ изолированными вершинами;

4) объединение n $(n > 0)$ 2-вершинных цепей с m $(m > 0)$ вершинами с петлями и p $(p > 0)$ изолированными вершинами.

Доказательство. С учетом леммы рассмотрим только ориентации графов из теорем 1–4. Графы из теоремы 1 являются вполне несвязными, и добавление петель приведет к орграфам, МВ-1Р которых отличаются на 1 дополнительную дугу. А ориентации графов из теорем 3 и 4 уже имеют 2 дополнительные дуги в МВ-1Р, и, очевидно, добавление хотя бы одной петли к таким графам приведетк тому, что в МВ-1Р будет, как минимум, 3 дополнительные дуги.

Поэтому будем использовать только результаты теоремы 2. Выше доказано, что ориентации таких графов единственны и имеют МВ-1Р, отличающиеся на 1 дополнительную дугу.

Рассмотрим различные варианты добавления петель к таким графам (рис. 9–13).

1. Добавление петель к изолированным вершинам (см. рис. 9, *а*). В таком орграфе $m > 0$, $n > 0$, $p \geq 0$.

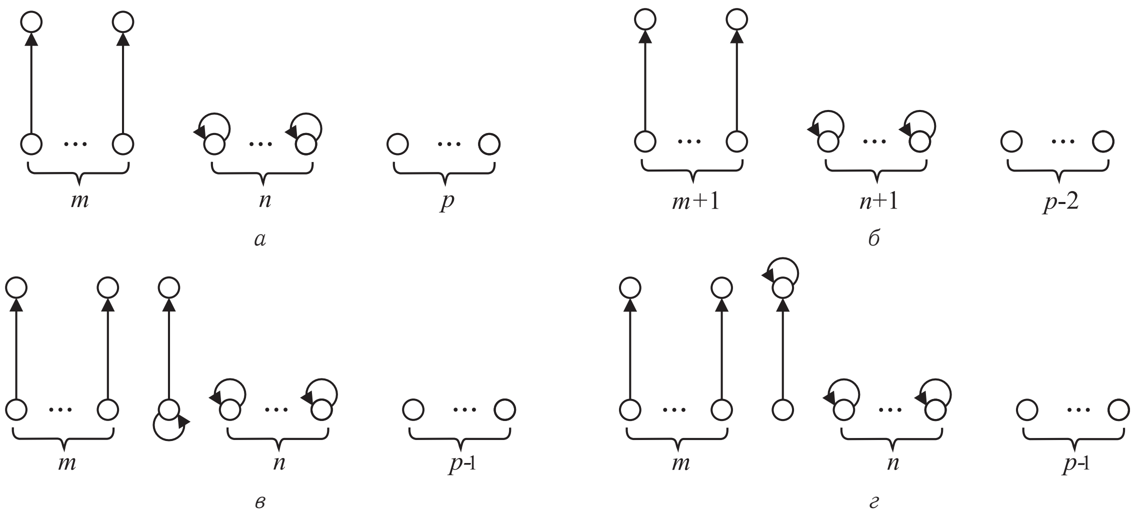


Рис. 9. Орграф (*а*) и 3 его неизоморфных МВ-1Р (*б–г*)

Очевидно, что в МВ-1Р должно быть: а) больше на одну 2-вершинную цепь; б) больше на одну петлю. Для этого как раз требуется 2 дополнительные дуги. Причем можно построить 3 неизоморфных орграфа, обладающих такими свойствами.

Легко убедиться, что приведенные орграфы являются МВ-1Р, отличающимися на 2 дополнительные дуги. Следует отметить, что число изолированных вершин в исходном орграфе обязательно должно быть больше 0. Если в таком орграфе не будет изолированных вершин, то получается, что каждая вершина инцидентна, как минимум, 1 дуге. В МВ-1Р такого графа, отличающегося на 2 дополнительные дуги, обязательно будут такие же вершины, инцидентные 1 дуге. А следовательно, удаляя смежные вершины, мы будет получать изолированные вершины. Очевидно, что такой граф не будет МВ-1Р.

Если $p = 1$, то у орграфа только 2 неизоморфных расширения, если $p > 1$, то 3 (см. рис. 9, *б–г*).

2. Добавление петель к вершинам цепей.

Рассмотрим случай, когда петли добавлены к источникам некоторых цепей (см. рис. 10). В этом случае считаем, что $m > 0$, $n \geq 0$, $r > 0$.

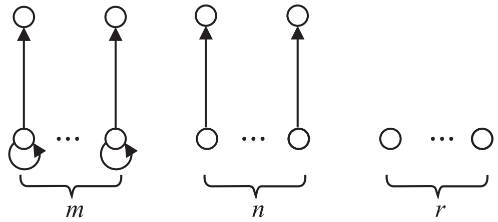
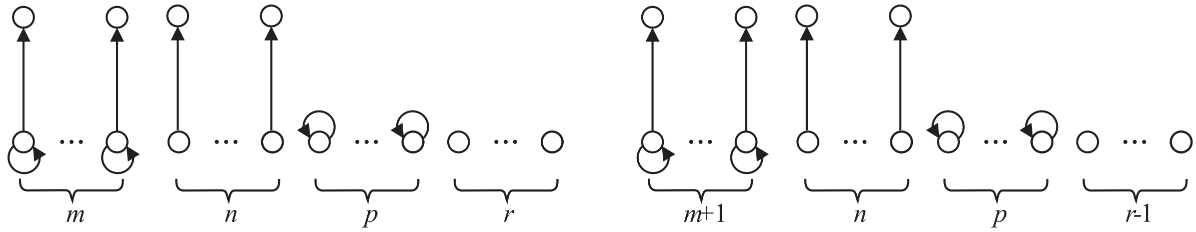


Рис. 10. Орграф из пункта 2) доказательства теоремы 12

Легко видеть, что МВ-1Р такого орграфа можно построить следующим образом: добавить новую вершину, соединить ее с одной из изолированных, и в источник получившейся цепи добавить петлю. И такое МВ-1Р отличается как раз на 2 дополнительные дуги.

Данное семейство орграфов можно расширить ещё. Если добавить петли к некоторым изолированным вершинам (но не более $r-1$), то МВ-1Р такого орграфа будет строиться аналогичным образом (см. рис. 11, *а*, *б*). Здесь $m>0$, $n\geq 0$, $p\geq 0$, $r>0$.



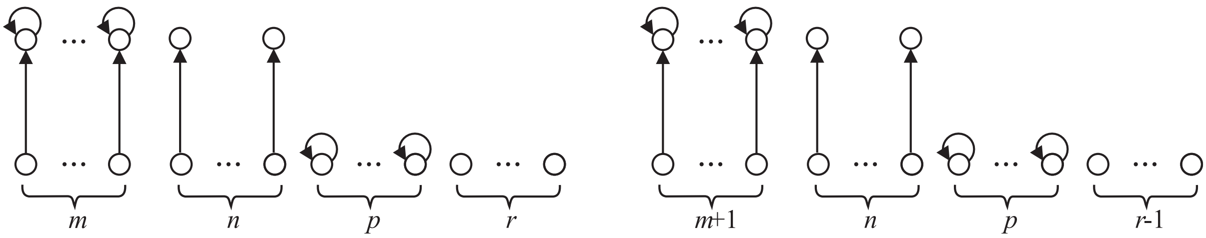
а *б*

Рис. 11. Орграф с петлями в изолированных вершинах и источниках (*а*) и его МВ-1Р (*б*)

Аналогично доказывается для случая, когда петли добавляются не к источникам, а к стокам орграфа.

Рассмотрим случай, когда у одних цепей петли в источниках, а у других — в стоках. Тогда в МВ-1Р должно быть больше на одну цепь с петлей в источнике и на одну цепь с петлей в стоке. Либо в МВ-1Р должна быть цепь с петлей и в стоке, и в источнике. И по условиям теоремы можно добавить только две дуги. Очевидно, что для построения новой цепи (цепей) в исходном графе должны быть вершины в петлями, не входящие ни в какую цепь. Тогда в МВ-1Р вершин с петлями, не входящими ни в какую цепь, будет на одну или на две больше (в зависимости от выбранного варианта построения расширения). Тогда, удаляя вершину с петлей из какой-либо цепи исходного графа, получим, что все 2-вершинные цепи вкладываются, а вершин с петлями, не входящих в цепи, не хватает. Следовательно, такие графы не имеют МВ-1Р с двумя дополнительными дугами.

Рассмотрим последний случай, когда к 2-вершинным цепям добавляются петли и в источник, и в сток (у одной и той же цепи). Очевидно, что в таком ографе должны быть вершины с петлями, не входящие в состав цепей, потому что по условию в МВ-1Р должно быть две дополнительные дуги (см. рис. 12, *а*, *б*). Здесь $m>0$, $n>0$, $p\geq 0$.



а *б*

Рис. 12. Орграф с петлями в изолированных вершинах и стоках (*а*) и его МВ-1Р (*б*)

Заметим, что такие орграфы не могут содержать 2-вершинных цепей без петель, что доказывается аналогично предыдущему случаю. Легко видеть, что МВ-1Р таких орграфов (см. рис. 13, *а*) можно построить с помощью двух дополнительных дуг по схеме, приведенной на рис. 13, *б*.

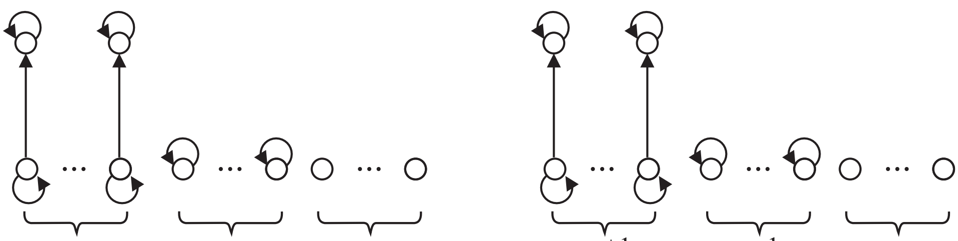


Рис. 13. Орграф из пункта 3) теоремы 12 (*а*) и его МВ-1Р (*б*)

Библиографический список

1. *Абросимов М. Б.* Графовые модели отказоустойчивости. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2012. 192 с.
2. *Hayes J. P.* A graph model for fault-tolerant computing system // IEEE Trans. Comput. 1976. Vol. C.25, № 9. P. 875–884.
3. *Абросимов М. Б.* О сложности некоторых задач, связанных с расширениями графов // Мат. заметки. 2010. Т. 88, № 5. С. 643–650.
4. *Абросимов М. Б.* Характеризация графов с заданным числом дополнительных ребер минимального вершинного 1-расширения // Прикладная дискретная математика. 2012. № 1. С. 111–120.
5. *Абросимов М. Б.* Минимальные вершинные расширения направленных звезд // Дискретная математика. 2011. Т. 23, № 2. С. 93–102. DOI: 10.4213/dm1144.

Characterization of Graphs with a Small Number of Additional Arcs in a Minimal 1-vertex Extension

M. B. Abrosimov, O. V. Modenova

Saratov State University, Russia, 410012, Saratov, Astrahanskaya st., 83, mic@rambler.ru, oginiel@rambler.ru

A graph G^* is a k-vertex extension of a graph G if every graph obtained from G^* by removing any k vertices contains G. k-vertex extension of a graph G with $n+k$ vertices is called minimal if among all k-vertex extensions of G with $n+k$ vertices it has the minimal possible number of arcs. We study directed graphs, whose minimal vertex 1-extensions have a specific number of additional arcs. A solution is given when the number of additional arcs equals one or two.

Key words: minimal vertex extension, exact extension, fault tolerance, graph theory.

References

1. Abrosimov M. B. *Grafovye modeli otkazoustoichivosti* [Graph models of fault tolerance]. Saratov, Saratov Univ. Press, 2012, 192 p. (in Russian).
2. Hayes J. P. A graph model for fault-tolerant computing system. *IEEE Trans. Comput.*, 1976, vol. C.25, no. 9, pp. 875–884.
3. Abrosimov M. B. On the Complexity of Some Problems Related to Graph Extensions. *Math. Notes*, 2010, vol. 88, no. 5, pp. 619—625.
4. Abrosimov M. B. Characterization of graphs with a given number of additional edges in a minimal 1-vertex extension. *Prikladnaya Diskretnaya Matematika* [Applied Discrete Mathematics], 2012, no. 1, pp. 111–120 (in Russian).
5. Abrosimov M. B. Minimal vertex extensions of directed stars. *Diskr. Mat.*, 2011, vol. 23, no. 2, pp. 93–102 (in Russian). DOI: 10.4213/dm1144.

УДК 629.78

К ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОНОМНОЙ СИСТЕМЫ УГЛОВОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ РЕАКТИВНОГО СНАРЯДА ЗАЛПОВОГО ОГНЯ

Д. К. Андрейченко[1], К. П. Андрейченко[2], В. В. Кононов[3]

[1] Доктор физико-математических наук, зав. кафедрой математического обеспечения вычислительных комплексов и информационных систем, Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, AndreichenkoDK@info.sgu.ru

[2] Доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики и системного анализа, Саратовский государственный технический университет, kp_andreichenko@renet.ru

[3] Ассистент кафедры математического обеспечения вычислительных комплексов и информационных систем, Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, valentin.kononov@gmail.com

Проведено исследование влияния продольного ускорения на устойчивость дискретно-континуальной модели одноканальной системы угловой стабилизации с запаздывающим аргументом упругого вращающегося стержня. Развиты методы построения областей асимптотической устойчивости и анализа импульсных переходных функций рассматриваемой комбинированной динамической системы, уравнения движения которой могут быть проанализированы лишь на основе численных методов либо методов асимптотического интегрирования. Определены критические значения продольного ускорения.

Ключевые слова: комбинированные динамические системы, системы стабилизации.