



Библиографический список

1. Абросимов М. Б. Графовые модели отказоустойчивости. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2012. 192 с.
2. Hayes J. P. A graph model for fault-tolerant computing system // *IEEE Trans. Comput.* 1976. Vol. C.25, № 9. P. 875–884.
3. Абросимов М. Б. О сложности некоторых задач, связанных с расширениями графов // *Мат. заметки.* 2010. Т. 88, № 5. С. 643–650.
4. Абросимов М. Б. Характеризация графов с заданным числом дополнительных ребер минимального вершинного 1-расширения // *Прикладная дискретная математика.* 2012. № 1. С. 111–120.
5. Абросимов М. Б. Минимальные вершинные расширения направленных звезд // *Дискретная математика.* 2011. Т. 23, № 2. С. 93–102. DOI: 10.4213/dm1144.

Characterization of Graphs with a Small Number of Additional Arcs in a Minimal 1-vertex Extension

M. B. Abrosimov, O. V. Modenova

Saratov State University, Russia, 410012, Saratov, Astrahanskaya st., 83, mic@rambler.ru, oginiel@rambler.ru

A graph G^* is a k -vertex extension of a graph G if every graph obtained from G^* by removing any k vertices contains G . k -vertex extension of a graph G with $n + k$ vertices is called minimal if among all k -vertex extensions of G with $n + k$ vertices it has the minimal possible number of arcs. We study directed graphs, whose minimal vertex 1-extensions have a specific number of additional arcs. A solution is given when the number of additional arcs equals one or two.

Key words: minimal vertex extension, exact extension, fault tolerance, graph theory.

References

1. Abrosimov M. B. *Grafovye modeli otkazoustoichivosti* [Graph models of fault tolerance]. Saratov, Saratov Univ. Press, 2012, 192 p. (in Russian).
2. Hayes J. P. A graph model for fault-tolerant computing system. *IEEE Trans. Comput.*, 1976, vol. C.25, no. 9, pp. 875–884.
3. Abrosimov M. B. On the Complexity of Some Problems Related to Graph Extensions. *Math. Notes*, 2010, vol. 88, no. 5, pp. 619–625.
4. Abrosimov M. B. Characterization of graphs with a given number of additional edges in a minimal 1-vertex extension. *Prikladnaya Diskretnaya Matematika* [Applied Discrete Mathematics], 2012, no. 1, pp. 111–120 (in Russian).
5. Abrosimov M. B. Minimal vertex extensions of directed stars. *Diskr. Mat.*, 2011, vol. 23, no. 2, pp. 93–102 (in Russian). DOI: 10.4213/dm1144.

УДК 629.78

К ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОНОМНОЙ СИСТЕМЫ УГЛОВОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ РЕАКТИВНОГО СНАРЯДА ЗАЛПОВОГО ОГНЯ

Д. К. Андрейченко¹, К. П. Андрейченко², В. В. Кононов³

¹Доктор физико-математических наук, зав. кафедрой математического обеспечения вычислительных комплексов и информационных систем, Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, AndreichenkoDK@info.sgu.ru

²Доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики и системного анализа, Саратовский государственный технический университет, kp_andreichenko@renet.ru

³Ассистент кафедры математического обеспечения вычислительных комплексов и информационных систем, Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, valentin.kononov@gmail.com

Проведено исследование влияния продольного ускорения на устойчивость дискретно-континуальной модели однокачественной системы угловой стабилизации с запаздывающим аргументом упругого вращающегося стержня. Развита методика построения областей асимптотической устойчивости и анализа импульсных переходных функций рассматриваемой комбинированной динамической системы, уравнения движения которой могут быть проанализированы лишь на основе численных методов либо методов асимптотического интегрирования. Определены критические значения продольного ускорения.

Ключевые слова: комбинированные динамические системы, системы стабилизации.



ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] сформирована комбинированная динамическая модель реактивного снаряда в виде вращающегося вдоль продольной оси упруговязкого стержня, на концах которого закреплены абсолютно жесткие тела реактивного двигателя и головной части снаряда. При этом удалось развить известные методы [2] теории газореактивных систем стабилизации упругодеформируемых конструкций применительно к реактивным снарядам залпового огня. Применительно к снарядам с дальностью стрельбы до 200 км и более весьма актуальными становятся исследование влияния продольного ускорения на области асимптотической устойчивости системы стабилизации, а также определение критических значений продольного ускорения. Но данная математическая модель может быть проанализирована лишь на основе численных методов [3] либо на основе методов асимптотического интегрирования [4].

1. МОДЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КОМБИНИРОВАННОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

После приведения к безразмерным переменным и параметрам [1] в пренебрежении величинами высшего порядка малости модельные уравнения автономной системы стабилизации упругодеформируемого реактивного снаряда залпового огня принимает вид

$$\begin{aligned} \tau_0 \dot{\varphi} + \varphi &= -\tau_0(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2), & m_1 \ddot{w}_0 + b\varphi_1 &= N_1 + P_1, \\ J_1 \ddot{\varphi}_1 &= L_1 - \xi_1 N_1, & J_2(\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_2) &= L_2 + \xi_2 N_2, \\ m_2[\ddot{w}_0 + \ddot{w}_1 - (1 + \xi_1 + \xi_2)\ddot{\varphi}_1] &= N_2 - ne^{i(\Omega t - \theta)}\varphi(t - \tau) - m_2 a_z \varphi_2, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \ddot{u} + (1 - i\gamma\Omega)u'''' + \gamma\dot{u}'''' + a_z[(m_2 + 1 - z)u'' - u'] &= -\ddot{w}_0 + (z + \xi_1)\ddot{\varphi}_1, \\ u(0, t) = 0, & u'(0, t) = 0, & u(1, t) = w_1(t), & u'(1, t) = -\varphi_2(t), \\ N_1 &= -(1 - i\gamma\Omega)u''''(0, t) - \gamma\dot{u}''''(0, t), & N_2 &= (1 - i\gamma\Omega)u''''(1, t) + \gamma\dot{u}''''(1, t), \\ L_1 &= -(1 - i\gamma\Omega)u''(0, t) - \gamma\dot{u}''(0, t), & L_2 &= (1 - i\gamma\Omega)u''(1, t) + \gamma\dot{u}''(1, t), \\ \varphi(0) = \varphi_i(0) = \dot{\varphi}_i(0) &= 0, & i &= 1, 2, \\ w_0(0) = w_1(0) = \dot{w}_0(0) = \dot{w}_1(0) &= 0, & u(z, 0) = \dot{u}(z, 0) &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= -\beta(t) + i\alpha(t), & u(z, t) &= x(z, t) + iy(z, t), & w_j(t) &= x_j(t) + iy_j(t), & \varphi_j(t) &= -\beta_j(t) + i\alpha_j(t), \\ N_j(t) &= N_{x_j}(t) + iN_{y_j}(t), & L_j(t) &= -L_{y_j}(t) + iL_{x_j}(t), & j &= 1, 2, & P_1(t) &= P_{x_1}(t) + iP_{y_1}(t), \end{aligned} \quad (3)$$

z — индивидуальная пространственная координата; α_0, β_0 — углы, определяющие направление пуска, вращающегося с угловой скоростью Ω вокруг продольной оси снаряда; α_1, β_1 и α_2, β_2 — углы Эйлера–Крылова отклонения оси z_1 от z_0 и оси z_2 от z_1 ; α, β — углы, задающие положение вектора кинетического момента ротора гироскопа; (x_0, y_0, z_0) — координаты точки O_1 в системе $O_0x_0y_0z_0$; (x, y, z) — координаты точек срединной линии стержня; $(x_1, y_1, 1)$ — координаты конечной точки O_ℓ срединной линии; N_{x_j}, N_{y_j} и L_{x_j}, L_{y_j} ($j = 1, 2$) — соответственно силы и моменты сил реакций стержня, действующие на тела 1 и 2; P_{x_1}, P_{y_1} — поперечные возмущающие силы; τ_0 — постоянная времени гироскопа; θ — угол опережения установки газореактивных исполнительных двигателей относительно осей выходных сигналов гироскопического датчика угловых перемещений; τ — время запаздывания газореактивных исполнительных двигателей; n — коэффициент обратной связи; a_z — безразмерное продольное ускорение; m_j, J_j ($j = 1, 2$) — соответственно масса и экваториальный момент инерции абсолютно жестких тел 1 и 2; $(\cdot)' = \partial(\cdot)/\partial z$; точкой сверху обозначено дифференцирование по времени t . Уравнения (1) образуют комбинированную [5] динамическую систему (КДС), содержащую обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных, граничные условия, условия связи и начальные условия. При $a_z < 1$ уравнения (2) переходят в аналогичные уравнения из [1]. Набор величин $\mathbf{x}(t) = (P_{x_1}(t), P_{y_1}(t))^T$ рассматривается как входная вектор-функция, а набор величин $\mathbf{y}(t) = (\alpha_1(t), \beta_1(t), x_0(t), y_0(t))^T$ представляет собой выходную вектор-функцию КДС. Поскольку система уравнений (2) линейна, в ней выполняется одностороннее



интегральное преобразование Лапласа $\tilde{f}(\lambda) = L[f(t)] = \int_0^\infty f(t)e^{-\lambda t} dt$ и далее исключается величина $\tilde{\varphi}(\lambda)$ (символ « \sim » над изображением Лапласа далее опущен). Поскольку аналог краевая задачи (2) в изображениях Лапласа линейным образом зависит от величин $\lambda^2 w_0(\lambda)$, $w_1(\lambda)$, $\lambda^2 \varphi_1(\lambda)$, $\varphi_2(\lambda)$, то

$$N_k(\lambda) = [1 + \gamma(\lambda - i\Omega)][N_k^{(1)}(\lambda)\lambda^2 w_0(\lambda) + N_k^{(2)}(\lambda)w_1(\lambda) + N_k^{(3)}(\lambda)\lambda^2 \varphi_1(\lambda) + N_k^{(4)}(\lambda)\varphi_2(\lambda)], \quad (4)$$

$$L_k(\lambda) = [1 + \gamma(\lambda - i\Omega)][L_k^{(1)}(\lambda)\lambda^2 w_0(\lambda) + L_k^{(2)}(\lambda)w_1(\lambda) + L_k^{(3)}(\lambda)\lambda^2 \varphi_1(\lambda) + L_k^{(4)}(\lambda)\varphi_2(\lambda)], \quad k = 1, 2.$$

Входящие в выражения (4) функции $N_k^{(j)}(\lambda)$, $L_k^{(j)}(\lambda)$, $k = 1, 2$, $j = 1, 2, 3, 4$, являются решением следующих вспомогательных линейных краевых задач:

$$\begin{aligned} \lambda^2 u(z, \lambda) + [1 + \gamma(\lambda - i\Omega)]u''''(z, \lambda) + a_z[(m_2 + 1 - z)u''(z, \lambda) - u'(z, \lambda)] &= -\delta_j^1 + \delta_j^3(z + \xi_1), \\ u(0, \lambda) = 0, \quad u'(0, \lambda) = 0, \quad u(1, \lambda) = \delta_j^2, \quad u'(1, \lambda) = -\delta_j^4, \\ N_1^{(j)}(\lambda) = -u''''(0, \lambda), \quad N_2^{(j)}(\lambda) = u''''(1, \lambda), \quad L_1^{(j)}(\lambda) = -u''(0, \lambda) \\ L_2^{(j)}(\lambda) = u''(1, \lambda), \quad j = 1, 2, 3, 4, \quad \delta_j^\nu - \text{символ Кронекера.} \end{aligned} \quad (5)$$

Аналогично [1] из (1) в изображениях Лапласа и (4) следуют выражения для передаточных функций системы стабилизации по угловой ошибке φ_1 и поперечному смещению w_0

$$\Pi(\lambda) = \frac{\Delta_{\varphi_1}(\lambda)}{\Delta(\lambda)}, \quad \Pi^0(\lambda) = \frac{\Delta_{w_0}(\lambda)}{\lambda \Delta(\lambda)}, \quad \varphi_1(\lambda) = \Pi(\lambda)P_1(\lambda), \quad w_0(\lambda) = \Pi^0(\lambda)P_1(\lambda),$$

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} \psi_{11}(\lambda) & \psi_{12}(\lambda) & \lambda\psi_{13}(\lambda) & \psi_{14}(\lambda) \\ \psi_{21}(\lambda) & \psi_{22}(\lambda) & \psi_{23}(\lambda) & \psi_{24}(\lambda) \\ \psi_{31}(\lambda) & \psi_{32}(\lambda) & \lambda\psi_{33}(\lambda) & \psi_{34}(\lambda) \\ \psi_{41}(\lambda) & \psi_{42}(\lambda) & \lambda\psi_{43}(\lambda) & \psi_{44}(\lambda) \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{\varphi_1}(\lambda) = -\det[\psi_{\nu j}(\lambda)], \quad \nu = 1, 3, 4, \quad j = 1, 2, 4,$$

$$\Delta_{w_0}(\lambda) = -\det[\psi_{\nu j}(\lambda)], \quad \nu = 1, 3, 4, \quad j = 2, 3, 4;$$

$$\begin{aligned} \psi_{11}(\lambda) &= [1 + \gamma(\lambda - i\Omega)][\xi_1 N_1^{(1)}(\lambda) - L_1^{(1)}(\lambda)], & \psi_{12}(\lambda) &= [1 + \gamma(\lambda - i\Omega)][\xi_1 N_1^{(2)}(\lambda) - L_1^{(2)}(\lambda)], \\ \psi_{13}(\lambda) &= \lambda[J_1 + (1 + \gamma(\lambda - i\Omega))(\xi_1 N_1^{(3)}(\lambda) - L_1^{(3)}(\lambda))], & \psi_{14}(\lambda) &= [1 + \gamma(\lambda - i\Omega)][\xi_1 N_1^{(4)}(\lambda) - L_1^{(4)}(\lambda)], \\ \psi_{21}(\lambda) &= m_1 - [1 + \gamma(\lambda - i\Omega)]N_1^{(1)}(\lambda), & \psi_{22}(\lambda) &= -[1 + \gamma(\lambda - i\Omega)]N_1^{(2)}(\lambda), \\ \psi_{23}(\lambda) &= b - [1 + \gamma(\lambda - i\Omega)]\lambda^2 N_1^{(3)}(\lambda), & \psi_{24}(\lambda) &= -[1 + \gamma(\lambda - i\Omega)]N_1^{(4)}(\lambda), \\ \psi_{31}(\lambda) &= -[1 + \gamma(\lambda - i\Omega)][\xi_2 N_2^{(1)}(\lambda) + L_2^{(1)}(\lambda)], & \psi_{32}(\lambda) &= -[1 + \gamma(\lambda - i\Omega)][\xi_2 N_2^{(2)}(\lambda) + L_2^{(2)}(\lambda)], \\ \psi_{33}(\lambda) &= \lambda[J_2 - (1 + \gamma(\lambda - i\Omega))(\xi_2 N_2^{(3)}(\lambda) + L_2^{(3)}(\lambda))], \\ \psi_{34}(\lambda) &= J_2 \lambda^2 - [1 + \gamma(\lambda - i\Omega)][\xi_2 N_2^{(4)}(\lambda) + L_2^{(4)}(\lambda)], \\ \psi_{41}(\lambda) &= (1 + \tau_0 \lambda)(m_2 - [1 + \gamma(\lambda - i\Omega)]N_2^{(1)}(\lambda)), \\ \psi_{42}(\lambda) &= (1 + \tau_0 \lambda)(m_2 \lambda^2 - [1 + \gamma(\lambda - i\Omega)]N_2^{(2)}(\lambda)), \\ \psi_{43}(\lambda) &= -m_2(1 + \xi_1 + \xi_2)\lambda(1 + \tau_0 \lambda) - n\tau_0 e^{-i\theta - \tau(\lambda - i\Omega)} - [1 + \gamma(\lambda - i\Omega)]\lambda N_2^{(3)}(\lambda)(1 + \tau_0 \lambda), \\ \psi_{44}(\lambda) &= m_2 a_z(1 + \tau_0 \lambda) - n\tau_0 e^{-i\theta - \tau(\lambda - i\Omega)} - (1 + \tau_0 \lambda)[1 + \gamma(\lambda - i\Omega)]N_2^{(4)}(\lambda). \end{aligned}$$

Компоненты изображений Лапласа входной $\mathbf{x}(\lambda) = (P_{x_1}(\lambda), P_{y_1}(\lambda))^T$ и выходной $\mathbf{y}(\lambda) = (\alpha_1(\lambda), \beta_1(\lambda), x_0(\lambda), y_0(\lambda))^T$ вектор-функций связаны следующим образом:

$$\begin{bmatrix} -\beta_1(\lambda) \\ \alpha_1(\lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_{11}(\lambda) & \Pi_{12}(\lambda) \\ \Pi_{21}(\lambda) & \Pi_{22}(\lambda) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{x_1}(\lambda) \\ P_{y_1}(\lambda) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_0(\lambda) \\ y_0(\lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_{11}^0(\lambda) & \Pi_{12}^0(\lambda) \\ \Pi_{21}^0(\lambda) & \Pi_{22}^0(\lambda) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{x_1}(\lambda) \\ P_{y_1}(\lambda) \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \Pi_{11}(\lambda) &= \Pi_{22}(\lambda) = [\Pi(\lambda) + \overline{\Pi(\bar{\lambda})}]/2 = Q_1(\lambda)/D(\lambda), \\ \Pi_{12}(\lambda) &= -\Pi_{21}(\lambda) = i[\Pi(\lambda) - \overline{\Pi(\bar{\lambda})}]/2 = Q_2(\lambda)/D(\lambda), \\ \Pi_{11}^0(\lambda) &= \Pi_{22}^0(\lambda) = [\Pi^0(\lambda) + \overline{\Pi^0(\bar{\lambda})}]/2 = Q_1^0(\lambda)/\lambda D(\lambda), \\ \Pi_{12}^0(\lambda) &= -\Pi_{21}^0(\lambda) = i[\Pi^0(\lambda) - \overline{\Pi^0(\bar{\lambda})}]/2 = Q_2^0(\lambda)/\lambda D(\lambda), \end{aligned}$$



причем характеристический и возмущающие квазимногочлены суть

$$\begin{aligned} D(\lambda) &= \Delta(\lambda)\overline{\Delta(\bar{\lambda})}, & Q_1(\lambda) &= \left[\Delta_{\varphi_1}(\lambda)\overline{\Delta(\bar{\lambda})} + \overline{\Delta_{\varphi_1}(\bar{\lambda})}\Delta(\lambda) \right] / 2, \\ Q_2(\lambda) &= i \left[\Delta_{\varphi_1}(\lambda)\overline{\Delta(\bar{\lambda})} - \overline{\Delta_{\varphi_1}(\bar{\lambda})}\Delta(\lambda) \right] / 2, & Q_1^0(\lambda) &= \left[\Delta_{w_0}(\lambda)\overline{\Delta(\bar{\lambda})} + \overline{\Delta_{w_0}(\bar{\lambda})}\Delta(\lambda) \right] / 2, \\ & & Q_2^0(\lambda) &= i \left[\Delta_{w_0}(\lambda)\overline{\Delta(\bar{\lambda})} - \overline{\Delta_{w_0}(\bar{\lambda})}\Delta(\lambda) \right] / 2, \\ D(\bar{\lambda}) &= \overline{D(\lambda)}, & Q_\nu(\bar{\lambda}) &= \overline{Q_\nu(\lambda)}, & Q_\nu^0(\bar{\lambda}) &= \overline{Q_\nu^0(\lambda)}, & \nu &= 1, 2. \end{aligned}$$

2. РЕШЕНИЕ МОДЕЛЬНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

При умеренных и средних значениях $|\lambda|$ выполнялось численное решение краевой задачи (5) на основе проекционного метода Галеркина в предположении

$$u(z, \lambda) \approx \sum_{k=0}^{N+4} u_k T_k(2z - 1), \quad 0 \leq z \leq 1. \quad (6)$$

Здесь $T_k(z) = \cos(k \arccos z)$ — ортогональные полиномы Чебышева 1-го рода. Краевая задача (5) сводилась к дискретному аналогу — системе линейных уравнений относительно Фурье-коэффициентов u_k , $k = 0, 1, \dots, N_u + 4$. Выражения для вспомогательных функций $N_k^{(j)}(\lambda), L_k^{(j)}(\lambda)$, $k = 1, 2$, $j = 1, 2, 3, 4$, не имеют особенностей в конечной подобласти правой комплексной полуплоскости (λ), если там нет нулей определителя дискретного аналога (5), что достаточно просто проверяется на основе принципа аргумента. Во всех рассмотренных ниже случаях вспомогательные функции $N_k^{(j)}(\lambda), L_k^{(j)}(\lambda)$, $k = 1, 2$, $j = 1, 2, 3, 4$, не имели особенностей в правой комплексной полуплоскости (λ). Приближенное вычисление вспомогательных функций $N_1^{(j)}(\lambda), N_2^{(j)}(\lambda), L_1^{(j)}(\lambda), L_2^{(j)}(\lambda)$, $j = 1, 2, 3, 4$, при $|\lambda| > 1$, $\operatorname{Re} \lambda \geq -\sigma_0$, $0 < \sigma_0 < \infty$, удобно выполнять на основе асимптотического интегрирования вспомогательных линейных краевых задач (5) по методу Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ) [4]. Частные решения однородного уравнения (5) представляются в виде $e^{\pm kV(z, \pm k)}$, $e^{\pm ikV(z, \pm ik)}$, где $k = k(\lambda) = [-\lambda^2 / (1 + \gamma(\lambda - i\Omega))]^{1/4}$, и используется асимптотическое разложение:

$$V(z, k) = V_0(z) + k^{-1}V_1(z) + k^{-2}V_2(z) + k^{-3}V_3(z) + \dots$$

В результате при $|\lambda| > 1$, $\operatorname{Re} \lambda \geq -\sigma_0$, $0 < \sigma_0 < \infty$ функции $N_k^{(j)}(\lambda), L_k^{(j)}(\lambda)$, $k = 1, 2$, $j = 1, 2, 3, 4$, являются аналитическими функциями λ , причем

$$\begin{aligned} \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \lambda^{-14} D(\lambda) &= (m_1 m_2 \tau_0 J_1 J_2)^2, & \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \lambda^{-47/4} Q_1(\lambda) &= \sqrt{2} \xi_1 \gamma^{1/4} m_1 \tau_0 J_1 (m_2 J_2)^2, \\ \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \lambda^{-13} Q_1^0(\lambda) &= \tau_0 m_1 (m_2 J_1 J_2)^2, & \operatorname{Re} \lambda &> -\infty, \end{aligned}$$

а обобщенные степени возмущающих квазимногочленов $Q_2(\lambda)$ и $Q_2^0(\lambda)$ характеризуются величинами, меньшими 47/4 и 13 соответственно.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ КОМБИНИРОВАННОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Из теорем об устойчивости КДС [5] следует, что система стабилизации будет устойчива при выполнении условия

$$\Delta_{0 \leq \omega < \infty} \arg D(i\omega) = 7\pi$$

и неустойчива — в других случаях. Для управляемых КДС характеристический квазимногочлен является функцией не только комплексного параметра λ , но и параметров обратных связей

$$D(\lambda, \theta, n) = \Delta(\lambda, \theta, n) \overline{\Delta(\bar{\lambda}, \theta, n)}.$$

Аналогично [1] параметрические уравнения возможных границ области устойчивости на плоскости параметров (θ, n) принимают вид

$$\operatorname{Re} \Delta(i\omega, \theta, n) = 0, \quad \operatorname{Im} \Delta(i\omega, \theta, n) = 0, \quad \operatorname{Re} \Delta(-i\omega, \theta, n) = 0, \quad \operatorname{Im} \Delta(-i\omega, \theta, n) = 0, \quad 0 \leq \omega < \infty.$$



Рассмотрим модель системы стабилизации с параметрами $\tau_0 = 7$, $\gamma = 0.06$, $m_1 = 0.06$, $m_2 = 0.1$, $J_1 = 0.015$, $J_2 = 0.02$, $\xi_1 = 0.03$, $\xi_2 = 0.05$, $\tau = 0.07$, $p_{y_1} = 0.01$, $p_0 = 0.01$ при $\Omega = 5$, $b = 0.02$ и $\Omega = 9$, $b = 0.0648$ для значений коэффициента внутреннего трения $\gamma = 0.06$ и $\gamma = 0.01$.

На рис. 1 представлены границы областей устойчивости для значений перегрузки $a_z = 0, 2, 5, 10$ и $\gamma = 0.06$. При увеличении значения перегрузки a_z область устойчивости постепенно смещается вправо на плоскости параметров (θ, n) .

Аналогичные результаты для границ областей устойчивости для значений коэффициента внутреннего трения $\gamma = 0.01$ представлены на рис. 2.

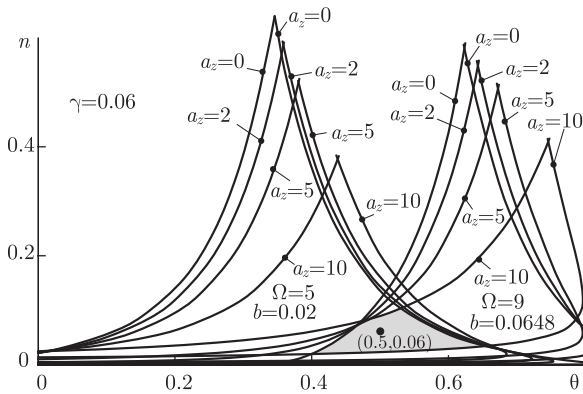


Рис. 1. Область устойчивости модели при $\gamma = 0.06$

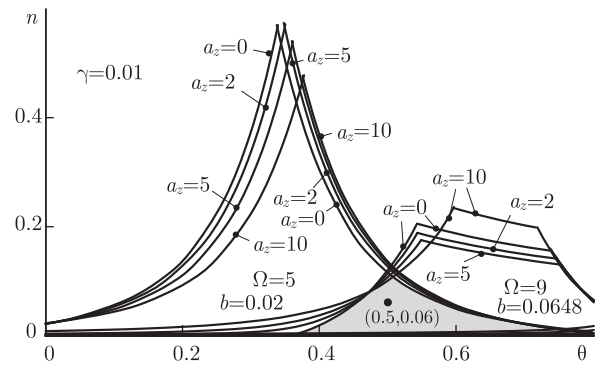


Рис. 2. Область устойчивости модели при $\gamma = 0.01$

Как видно, изменение коэффициента внутреннего трения γ при возрастании угловой скорости вращения снаряда Ω значительно сокращает области устойчивости. Для реактивных снарядов залпового огня представляет интерес увеличение массы m_2 головной части снаряда.

На рис. 3, а, б для системы стабилизации с параметрами $\tau_0 = 7$, $m_1 = 0.06$, $J_1 = 0.015$, $\xi_1 = 0.03$, $\xi_2 = 0.05$, $\tau = 0.07$ при $\Omega = 5, 7, 8, 9$ и $b = 0.02(\Omega/5)^2$ для значений коэффициента внутреннего трения $\gamma = 0.06$ и $\gamma = 0.01$ приведены графики критических перегрузок a_z в зависимости от массы головной части снаряда m_2 (при пропорциональном изменении момента инерции головной части снаряда $J_2 = 0.2m_2$). Критические значения перегрузок a_z , при которых происходит потеря устойчивости системы стабилизации, находились методом бисекции с оптимизацией интервала поиска. Как следует из представленных на рис. 3 результатов, увеличение массы m_2 головной части снаряда приводит к значительному ограничению на величину угловой скорости Ω вращения снаряда.

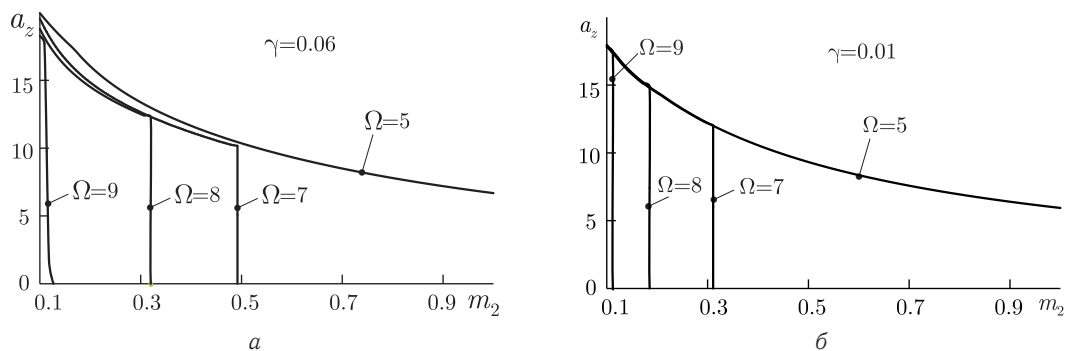


Рис. 3. Значения критических перегрузок модели при $\gamma = 0.06$ (а) и $\gamma = 0.01$ (б)

Библиографический список

1. Андрейченко Д. К., Андрейченко К. П. К теории автономных системы угловой стабилизации реактивных снарядов залпового огня // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2009. № 3. С. 141–156.
2. Андрейченко Д. К., Андрейченко К. П. К теории стабилизации спутников с упругими стержнями // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2004. № 6. С. 150–163.



3. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. М. : Мир, 1988. 352 с.
4. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. М. : Мир, 1972. 274 с.
5. Андрейченко Д. К., Андрейченко К. П. К теории комбинированных динамических систем // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2000. № 3. С. 54–69.

On Stability Theory of Autonomous Angular Stabilization System for Combined Dynamical Systems

D. K. Andreichenko¹, K. P. Andreichenko², V. V. Kononov¹

¹Saratov State University, Russia, 410012, Saratov, Astrahanskaya st., 83, AndreichenkoDK@info.sgu.ru, valentin.kononov@gmail.com

²Saratov State Technical University, Russia, 410054, Saratov, Polytechnicheskaya st., 77, kp_andreichenko@renet.ru

Studied the effect on the stability of the longitudinal acceleration discretely-continuum model of single-channel angular stabilization system with of delayed argument. Methods of construction asymptotic stability areas and analysis of impulse transition functions are developed. The critical values of the longitudinal acceleration are defined.

Key words: combined dynamical systems, stabilization systems.

References

1. Andreichenko D. K., Andreichenko K. P. On the theory of autonomous angular stabilization systems of missiles for salvo firing. *J. of Computer and Systems Sciences Intern.*, 2009, vol. 48, no. 3, pp. 465–480. DOI: 10.1134/S1064230709030137.
2. Andreichenko D. K., Andreichenko K. P. On the theory of stabilization of satellites having elastic rods. *J. of Computer and Systems Sciences Intern.*, 2004, vol. 43, no. 6, pp. 973–986.
3. Fletcher K. *Chislennye metody na osnove metoda Galjorkina* [Numerical methods based on the Galerkin method]. Moscow, Mir, 1988, 352 p.
4. Cole J. D. *Perturbation methods in applied mathematics*. Blaisdell Publishing Co. Ginn and Co., Waltham, Mass.-Toronto, Ont.-London, 1968, 260 p. (Rus. ed.: Cole J. *Metody vozmushhenij v prikladnoj matematike*. Moscow, Mir, 1972, 274 p.)
5. Andreichenko D. K., Andreichenko K. P. On the theory of hybrid dynamical systems. *J. of Computer and Systems Sciences Intern.*, 2000, vol. 39, no. 3, pp. 383–398.

УДК 519.95

ИДЕНТИФИКАЦИЯ СТРУКТУРЫ АВТОМАТА ФРАГМЕНТАМИ ПОВЕДЕНИЯ

С. А. Богомолов

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики, Саратовский государственный социально-экономический университет, Alexbogomolov@ya.ru

Изучается задача идентификации структуры автомата конечным фрагментом его поведения. Под поведением автомата понимается множество различных о.-д. функций, реализуемых в автомате, а под конечным фрагментом поведения — следы о.-д. функций и автоматов. Ведено понятие идентифицирующего следа для автомата, «неизбыточного» относительно его реализации. Предложен подход, позволяющий в множестве следов, идентифицирующих автомат, выделить и описать конечное множество «неизбыточных» следов, содержащих только необходимую информацию для идентификации автомата.

Ключевые слова: автомат, эксперимент с автоматом, подэксперимент эксперимента, след о.-д. функции и автомата, идентифицирующий след автомата, операция редукции следа, избыточный идентифицирующий след автомата.

ВВЕДЕНИЕ

Обширный класс как фундаментальных, так и прикладных проблем анализа дискретных систем допускает их естественное сведение к проблемам идентификации. Л. Льюинг [1] отмечал: «Формирование моделей на основе результатов наблюдений и исследование их свойств — вот по существу основное содержание науки». Модели могут быть более или менее формализованными, но все они