



УДК 531.1; 531.66; 004.942

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ УДАРНОЙ СИСТЕМЫ С УДАРАМИ О ЖЕСТКИЕ ПРЕГРАДЫ

А. А. Дозоров¹, В. К. Манжосов²

¹Аспирант кафедры теоретической и прикладной механики, Ульяновский государственный технический университет, a.dozorov@bk.ru

²Доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой теоретической и прикладной механики, Ульяновский государственный технический университет, tpm@ulstu.ru, v.manjosov@ulstu.ru

Разработана модель движения ударной системы с упругим элементом при периодическом силовом воздействии с учетом ударов о жесткие преграды. Для моделирования движения ударной системы разработана программа, обеспечивающая численное решение дифференциальных уравнений движения с учетом условий периодичности и условий соударения, графическое и числовое воспроизведение параметров движения в процессе моделирования. Осуществлено моделирование режимов движения ударной системы. В процессе вычислительного эксперимента производится анализ и корректировка параметров по результатам отклика системы.

Ключевые слова: моделирование, периодический удар, модель удара, ударная система, движение с ударами о преграды, периодический режим движения, вычислительный эксперимент.

ВВЕДЕНИЕ

Использование удара широко применяется в технических системах, связанных с деформированием или разрушением технологической среды [1]. Реализация периодического удара осуществляется с использованием виброударных систем [2, 3]. Исследователи обращаются к динамической схеме изучаемых систем, представляя ее в виде движущегося вдоль оси тела массой m , на которое действует некоторое переменное во времени возмущение, а также в виде ограничителя, моделирующего технологическую среду.

Данная модель была рассмотрена в работах [4, 5]. Показано, что теоретически возможно рассчитать параметры ударной системы под действием периодической силы релейного типа, реализующей режим движения ударной массы, когда обеспечивается один удар за период, а переключение силы происходит в момент нанесения удара по ограничителю.

Поддержать выполнение данного условия для ударной системы проблематично без специальных мер стабилизации. При внешних возмущениях (в ряде случаев даже малых) происходит «затягивание» движения в режим, когда удар по ограничителю наносится до момента переключения силы. При этом скорость удара существенно меньше расчетной.

В случае, если время переключения силы для отвода ударника от ограничителя запаздывает по отношению к моменту нанесения удара, возникает вероятность многократных ударов массы об ограничитель (явление «дребезга»).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной работе рассмотрена модель ударной системы (рис. 1, а), представленная в виде движущегося вдоль оси x тела массой m , на которое действуют периодическая пульсирующая сила $P(t)$ (рис. 1, б) и усилие пружины жесткостью c .

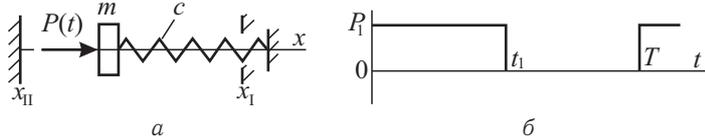


Рис. 1. Схема ударной системы с упругим элементом и ограничителями

и усилие пружины жесткостью c .

При движении тела массой m вдоль оси x происходит его столкновение с ограничителями (левым и правым), положение которых определяется координатами x_I и x_{II} . Задача ударной системы — обеспечить периодические удары с заданной скоростью

по правому ограничителю, моделирующему свойства технологической среды. С энергетических позиций модель ударной системы с двумя ограничителями представляется предпочтительной, так как торможение ударника после отхода от технологической преграды (правого ограничителя) осуществляется пассивным буферным устройством (левым ограничителем), а не активной силой P_1 .



2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УДАРНОЙ СИСТЕМЫ

Периодический режим движения ударной системы, который целесообразно реализовать, опишем следующим образом, ориентируясь на схему рис. 1, а, б.

В момент начала действия силы P_1 ударник находится у левого ограничителя ($x = x_{II}$), и скорость ударника равна \dot{x}_2^+ . Под действием силы P_1 ударник, преодолевая силу упругосжимаемой пружины, перемещается в направлении правого ограничителя. При $t = t_1$ ударник достигает правого ограничителя ($x = x_I$) и наносит удар со скоростью \dot{x}_1^- .

Используем стереомеханическую модель удара, в соответствии с которой удар считается мгновенным, а скорость ударника после нанесения удара принимает значение $\dot{x}_1^+ = -k_1\dot{x}_1^-$ (где k_1 — коэффициент восстановления скорости при ударе о правый ограничитель).

На интервале $t_1 \leq t < T$ сила $P_1 = 0$ и ударник перемещается к левому ограничителю под действием силы упругосжатой пружины. В момент времени $t = T$ ударник достигнет левого ограничителя ($x = x_{II}$), имея перед столкновением с ним скорость \dot{x}_2^- .

При столкновении с левым ограничителем ($t = T$) скорость ударника принимает значение $\dot{x}_2^+ = -k_2\dot{x}_2^-$ (где k_2 — коэффициент восстановления скорости при ударе о левый ограничитель). В этот момент на ударник вновь начинает действовать сила P_1 . Далее процесс движения повторяется.

Движение ударной массы с учетом условий периодичности и условий соударения о жесткие ограничители описывается уравнениями:

$$m\ddot{x} = \begin{cases} P(t) - c(\Delta + x), & \text{если } (i-1)T \leq t < (i-1)T + t_1, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \\ -c(\Delta + x), & \text{если } (i-1)T + t_1 \leq t < iT, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \end{cases} \quad (1)$$

$$P(t) = P_1, \Delta = \Delta_0 - x_{II}, \quad (2)$$

$$x = x_{II}, \dot{x} = \dot{x}_2^+, \quad \text{если } t \in [(i-1)T, i = 1, 2, 3, \dots], \quad (3)$$

$$x = x_I, \dot{x} = \dot{x}_1^-, \quad \text{если } \dot{x}_1^- > 0, \quad t \in [(i-1)T + t_1, i = 1, 2, 3, \dots], \quad (4)$$

$$x = x_I, \dot{x} = \dot{x}_1^+ = -k_1\dot{x}_1^-, \quad \text{если } \dot{x}_1^- > 0, \quad t \in [(i-1)T + t_1, i = 1, 2, 3, \dots], \quad (5)$$

$$x = x_{II}, \dot{x} = \dot{x}_2^-, \quad \text{если } \dot{x}_2^- < 0, \quad t \in [iT, i = 1, 2, 3, \dots], \quad (6)$$

$$x = x_{II}, \dot{x} = \dot{x}_2^+ = -k_2\dot{x}_2^-, \quad \text{если } \dot{x}_2^- < 0, \quad t \in [iT, i = 1, 2, 3, \dots]. \quad (7)$$

где i — номер цикла; Δ — максимальная осадка пружины; Δ_0 — осадка пружины при расположении ударной массы у левого ограничителя.

На режим движения ударной массы оказывает влияние множество факторов, к числу которых можно отнести силы, разгоняющие массу для нанесения удара и отводящие ее в исходное состояние, заданный период между ударами, время переключения сил, восстановление скорости ударника и другие. Эффективный анализ влияния этих факторов и построение требуемого режима движения ударной системы могут быть достигнуты при моделировании движения ударной системы.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ УДАРНОЙ СИСТЕМЫ

Для моделирования движения ударной системы разработана программа для ЭВМ, обеспечивающая численное решение дифференциальных уравнений (1) с учетом условий периодичности (3), (6) и условий соударения (5), (7); графическое и числовое воспроизведение параметров движения в процессе моделирования. Общий вид интерфейса программы представлен на рис. 2.

Созданная программа позволяет визуально наблюдать за реализуемым режимом движения при заданных исходных параметрах. К таким параметрам относятся: x_0 — начальное положение ударной массы, м; v_0 — начальная скорость ударной массы, м/с; c — жесткость пружины, Н/м; Δ — максимальная осадка пружины, м; m — величина ударной массы, кг; P_1 — величина силы, Н; t_1 — длительность действия силы P_1 , с; T — период, с; k_1 и k_2 — коэффициенты восстановления скорости ударника при столкновении с ограничителями; x_I и x_{II} — координаты положения правого и левого ограничителей, м.

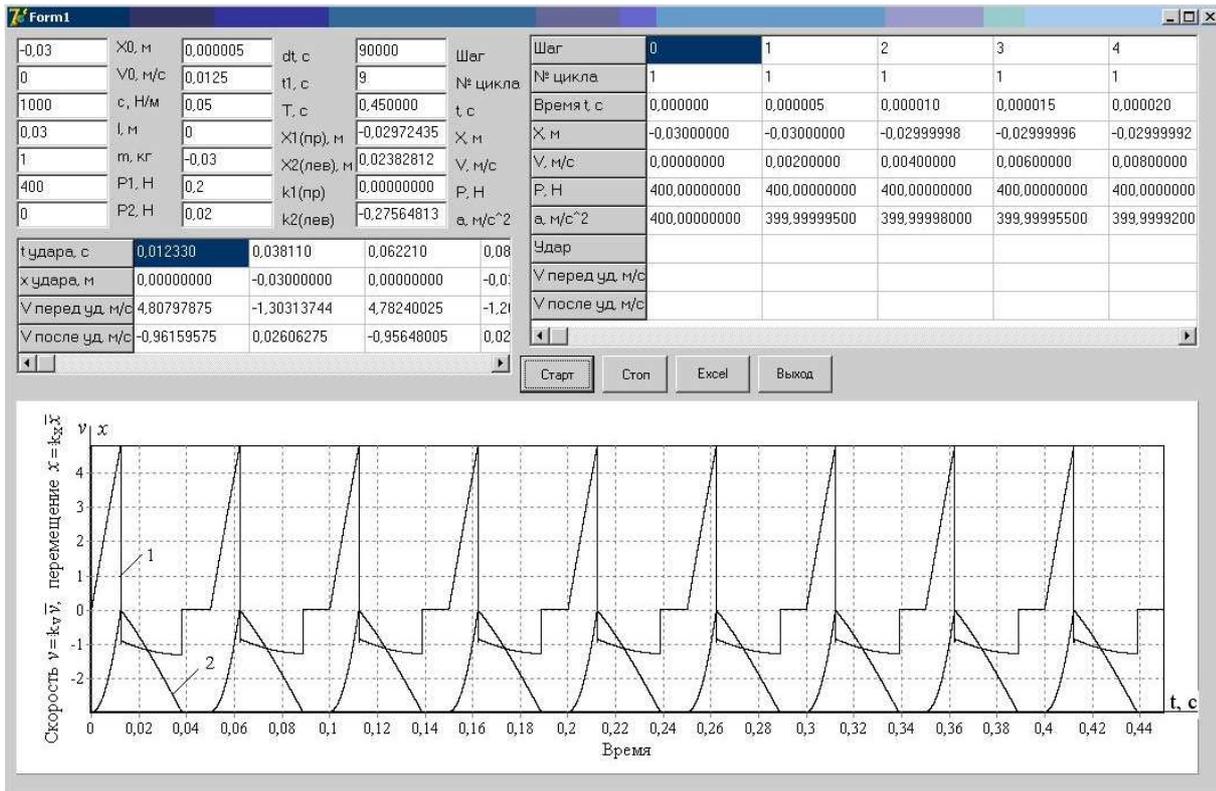


Рис. 2. Общий вид интерфейса программы: 1 — диаграмма скорости v ударной массы при $k_v = 1$ м/с; 2 — диаграмма перемещения ударной массы x при $k_x = 0.01$ м

После остановки процедуры расчета отображаются диаграммы перемещения и скорости объекта. По оси абсцисс откладывается расчетное время t , с. Значение скорости и перемещения объекта определяется как:

$$v = k_v \cdot \bar{v}, \quad x = k_x \cdot \bar{x},$$

где k_v — коэффициент, определяющий масштаб диаграммы скорости ($k_v = 1$ м/с); \bar{v} — числовое значение скорости на оси ординат; k_x — коэффициент, определяющий масштаб диаграммы перемещения ($k_x = 0.01$ м); \bar{x} — числовое значение перемещения на оси ординат.

Для проведения анализа результатов моделирования при запуске процедуры численного расчета результаты выводятся в виде двух таблиц.

В первой таблице отображаются результаты пошагового расчета: номер шага расчета; номер цикла; время t , с; координата объекта x , м; скорость объекта v , м/с; величина силового воздействия P , Н; ускорение объекта a , м/с²; сигнализация удара о левый или правый ограничители; предупредная скорость объекта \dot{x}_1^- или \dot{x}_2^- , м/с; послеударная скорость объекта \dot{x}_1^+ или \dot{x}_2^+ , м/с.

Во второй таблице отображаются значения параметров удара объекта об ограничители: время нанесения удара $t_{\text{удара}}$, с; координата объекта в момент удара $x_{\text{удара}}$, м; предупредная скорость объекта \dot{x}_1^- или \dot{x}_2^- , м/с; послеударная скорость объекта \dot{x}_1^+ или \dot{x}_2^+ , м/с. Немаловажным при проведении численного эксперимента является запись числовых значений параметров движения системы в процессе моделирования. С этой целью в вычислительной программе реализована возможность сохранения числовых значений параметров системы (номер шага расчета, время t , координата объекта x , скорость объекта v , ускорение объекта a в таблицу Excel.

Параметры виброударной системы с реализацией режима движения, представленного на рис. 2, приняты такими, что они обеспечивают устойчивый периодический режим с соударениями об ограничители ($x_0 = -0.03$ м; $v_0 = 0$; $c = 1000$ Н/м; $\Delta = -0.03$ м; $m = 1$ кг; $P_1 = 400$ Н; $t_1 = 0.0125$ с; $T = 0.05$ с; $k_1 = 0.2$; $k_2 = 0.02$; $x_I = 0$; $x_{II} = -0.03$ м).

В процессе моделирования обеспечивается возможность анализа влияния параметров системы на реализуемый режим движения. Так, например, как следует из диаграмм на рис. 3, снижение жесткости упругого элемента для выбранного сочетания параметров практически не влияет на режим движения ударника.

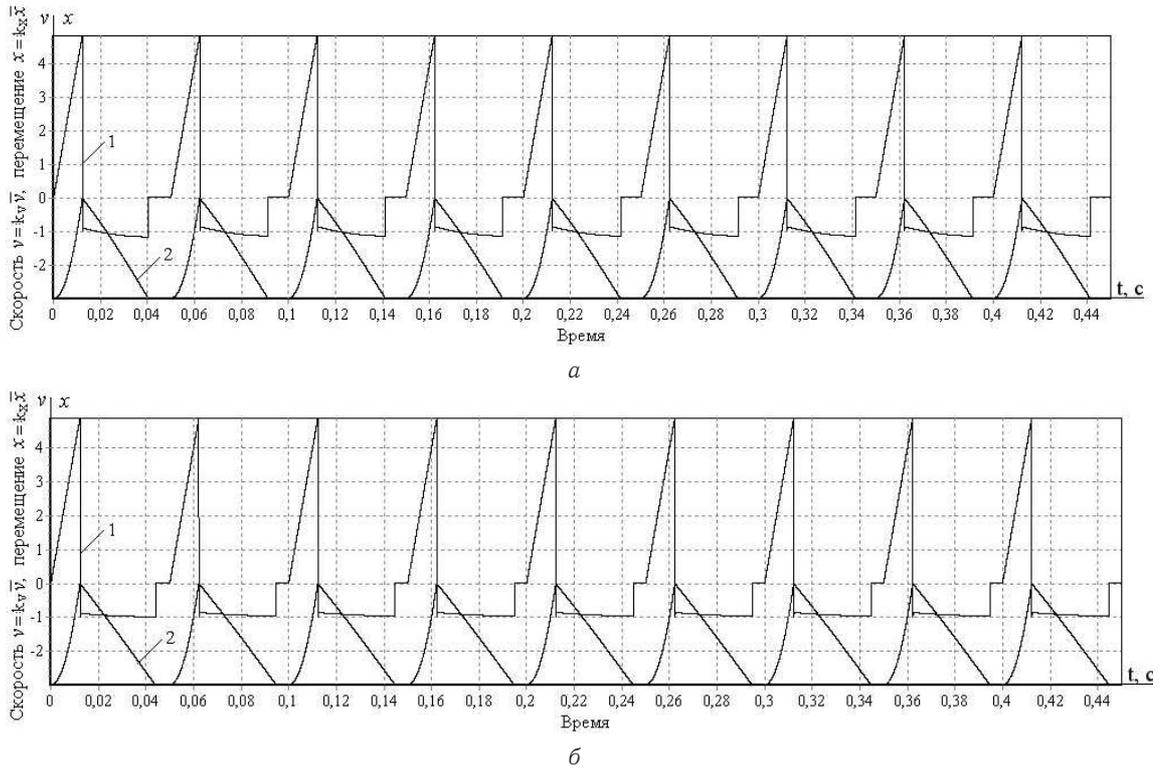


Рис. 3. Диаграммы скорости v (диаграмма 1 при $k_V = 1$ м/с) и перемещения x (диаграмма 2 при $k_x = 0.01$ м) $P_1 = 400$ Н; $m = 1$ кг; $t_1 = 0.0125$ с; $T = 0.05$ с: а — при $c = 600$ Н/м, б — при $c = 200$ Н/м

Переходной процесс заканчивается практически уже на втором цикле движения. К заметным отличиям от диаграмм, приведенных на рис. 2, можно отнести уменьшение зоны покоя ударника у левого ограничителя при снижении жесткости c , а также снижение скорости удара \dot{x}_2^- о левый ограничитель ($\dot{x}_2^- = -1.12$ м/с при $c = 200$ Н/м).

Появление зоны покоя ударника у левого ограничителя (зоны залипания) связано с тем, что происходит запаздывание включения силы P_1 . Длительность зоны залипания составляет величину порядка 0.005 с. Если период цикла $T = 0.05$ с уменьшить до 0.045 с, то при принятых параметрах системы реализуется периодический режим движения, близкий к идеальному (рис. 4).

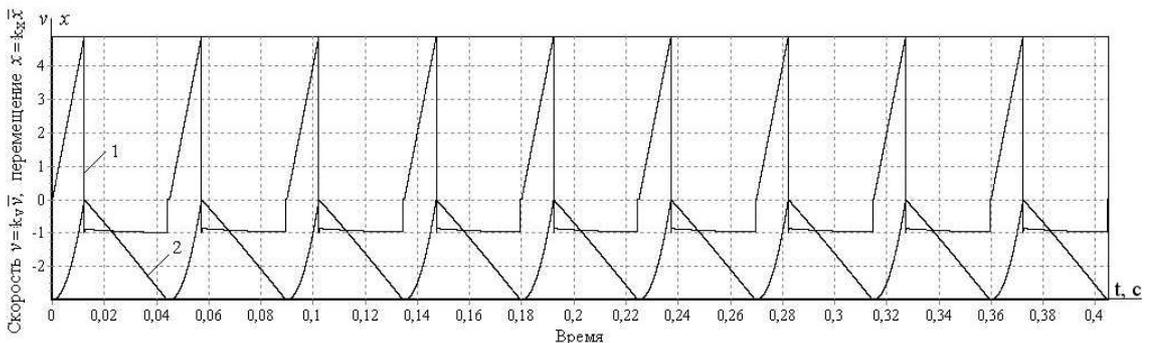
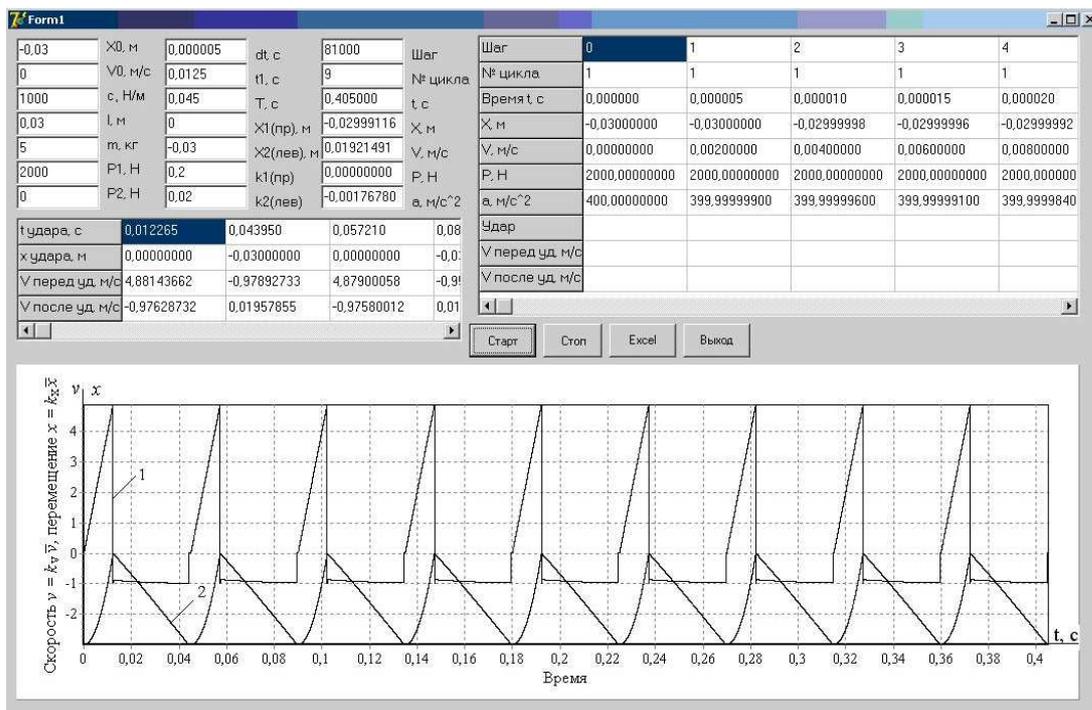


Рис. 4. Диаграммы скорости v (диаграмма 1 при $k_V = 1$ м/с) и перемещения x (диаграмма 2 при $k_x = 0.01$ м), $c = 200$ Н/м, $P_1 = 400$ Н, $m = 1$ кг, $t_1 = 0.0125$ с, $T = 0.045$ с

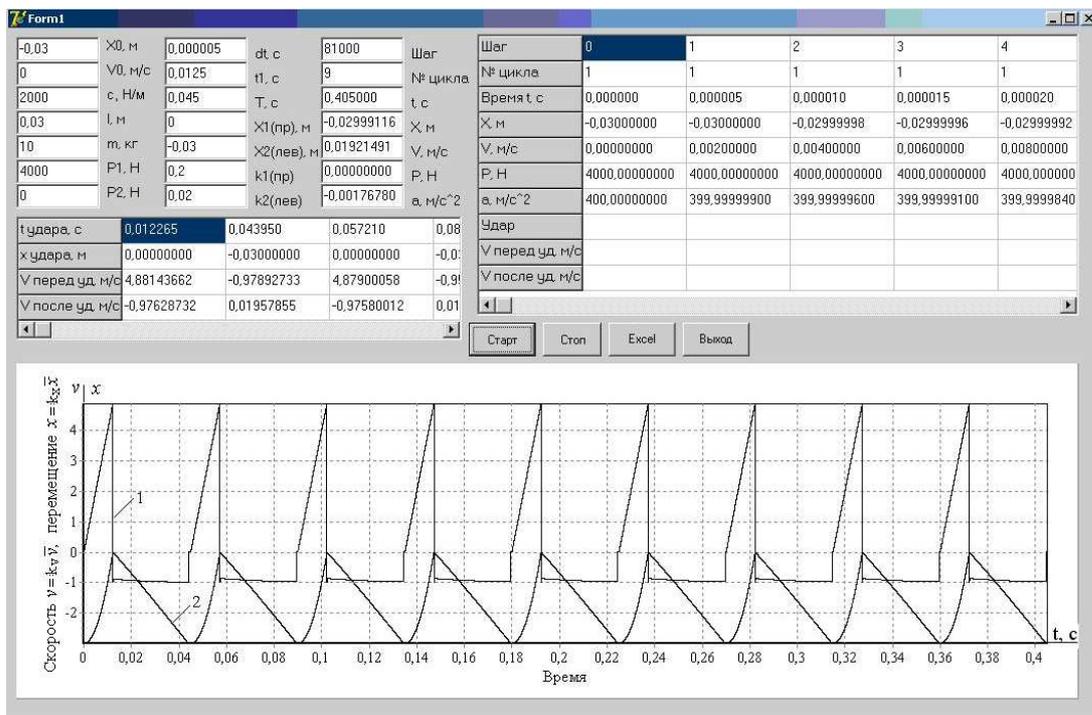
Созданная система позволяет осуществлять корректировку вычислительного эксперимента для поиска более рациональных значений тех или иных параметров.

Рассматриваемый класс виброударных систем имеет свойства инвариантности. Так, если рассматривать системы с постоянным соотношением таких параметров, как $P_1/m = \text{const}$ и $c/m = \text{const}$ при сохранении значений остальных параметров, то обнаруживаем, что они идентичны.

На рис. 5, а представлена реализация процесса движения ударной системы, когда $m = 5$ кг, $P_1 = 2000$ Н, $c = 1000$ Н/м; а на рис. 5, б — когда $m = 10$ кг, $P_1 = 4000$ Н, $c = 2000$ Н/м (при этом $P_1/m = 400$ м/с², $c/m = 200$ с⁻²).



а



б

Рис. 5. Диаграммы скорости v (диаграмма 1 при $k_V = 1$ м/с) и перемещения x (диаграмма 2 при $k_x = = 0.01$ м): а – при $c = 1000$ Н/м, $P_1 = 2000$ Н, $m = 5$ кг, $t_1 = 0.0125$ с, $T = 0.045$ с; б – при $c = = 2000$ Н/м, $P_1 = 4000$ Н, $m = 10$ кг, $t_1 = 0.0125$ с, $T = 0.045$ с

Сравнивая диаграммы движения, приведенные на рис. 5, констатируем, что эти процессы совершенно идентичны. Это позволяет результаты моделирования, выполненные для заданного сочетания параметров, распространять и на другие ударные системы при изменении P_1 , m и c таким образом, чтобы соотношения P_1/m и c/m сохранялись постоянными.

При моделировании возможно проведение анализа чувствительности системы на изменения тех или иных параметров. Так, сокращение периода T до значения $T = 0.04$ с (вместо $T = 0.045$ с)



для параметров виброударной системы, представленных на рис. 4, приводит к заметному снижению скорости удара \dot{x}_1^- о правый ограничитель, а также к торможению ударника силой P_1 .

Заданная скорость удара о правый ограничитель (порядка 4.8 м/с) реализуется только на первом цикле движения. После удара объект перемещается к левому ограничителю. Но из-за малой жесткости пружины он не успевает достигнуть левой преграды к моменту окончания цикла. Включается сила P_1 , которая начинает тормозить ударник. Возникает периодический режим движения без удара о левый ограничитель.

Данную ударную систему можно довести до рационального режима движения, если, сохраняя длительность периода $T = 0.04$ с, увеличить жесткость пружины до значения $c = 1000$ Н/м.

Разработанная вычислительная программа и представленная процедура моделирования процесса движения виброударной системы позволяют в процессе вычислительного эксперимента производить анализ и корректировку параметров по результатам отклика системы, обеспечивая поиск их рациональных значений.

ВЫВОДЫ

Разработана модель движения ударной системы с упругим элементом при периодическом силовом воздействии с учетом ударов о жесткие преграды.

Для моделирования движения ударной системы разработана программа для ЭВМ, обеспечивающая численное решение дифференциальных уравнений с учетом условий периодичности и условий соударения, графическое и числовое воспроизведение параметров движения в процессе моделирования.

Разработанная программа и представленная процедура моделирования процесса движения виброударной системы позволяют в процессе вычислительного эксперимента производить анализ и корректировку параметров по результатам отклика системы, обеспечивая поиск их рациональных значений.

Результаты моделирования показывают, что в зависимости от соотношения параметров системы реализуются самые разнообразные режимы движения. Важным представляется разработка процедуры выбора параметров, реализующая заданный режим. Разработка такой процедуры требует специальной постановки задачи исследования, а предложенная вычислительная программа позволяет подойти к решению таких задач.

Библиографический список

1. Алимов О. Д., Манжосов В. К., Еремьянц В. Э. Удар. Распространение волн деформаций в ударных системах. М. : Наука, 1985. 354 с.
2. Алимов О. Д., Басов С. А. Гидравлические виброударные системы. М. : Наука, 1990. 352 с.
3. Крупенин В. Л. Ударные и виброударные машины и устройства // Вест. науч.-техн. развития. 2009. № 4(20). С. 3–32.
4. Манжосов В. К., Новиков Д. А. Моделирование режимов движения ударной системы при периодическом силовом воздействии // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2010. Т. 10, вып. 4. С. 65–71.
5. Манжосов В. К., Новиков Д. А. Предельные циклы движения ударной системы при действии силы релейного типа и ударе в момент переключения силы // Автоматизация процессов управления. 2011. № 3(25). С. 14–20.

Modeling of the Shock System Motion with Impacts about Hard Barriers

A. A. Dozorov, V. K. Manzhosov

Ulyanovsk State Technical University, Russia, 432027, Ulyanovsk, Severniy Venec st., 32, tpm@ulstu.ru, a.dozorov@bk.ru, v.manjosov@ulstu.ru

We have developed a model of a shock system with a resilient member under periodic force action including impacts about hard barriers. In order to model the shock system we have developed a program providing a computational solution for differential equations of a subject motion taking into account conditions of periodicity and collision, graphical and numerical reproduction of motion parameters in the simulation process. We have performed simulation of modes of the shock system. In the process of computational experiments parameters of the system response have been estimated and corrected upon the results.

Key words: modeling, periodic impact, model of the impact, shock system, motion with impacts about barriers, periodic motion mode, computational experiment.



References

1. Alimov O. D., Manzhosov V. K., Eremiants V. E. *Udar. Rasprostranenie voln deformacij v udarnyh sistemah* [Shock. Propagation of strain waves in shock systems]. Moscow, Nauka, 1985, 354 p. (in Russian).
2. Alimov O. D., Basov S. A. *Gidraulicheskie vibroudarnye sistemy* [Hydraulic vibroimpact systems]. Moscow, Nauka, 1990, 352 p. (in Russian).
3. Krupenin V. L. *Udarnye i vibroudarnye mashiny i ustrojstva* [Shock and vibroimpact machine and devices]. *Vestnik nauchno-tehnicheskogo razvitija*, 2009, no. 4 (20), pp. 3–32 (in Russian).
4. Manzhosov V. K., Novikov D. A. Impact system motion modes simulation at periodic force effect. *Izv. Sarat. Univ. N.S. Ser. Math. Mech. Inform.*, 2010, vol. 10, iss. 4, pp. 65–71 (in Russian).
5. Manzhosov V. K., Novikov D. A. Limit cycles of motion of a shock system in case of relay-type force and shock action at the moment of force switching. *Avtomatizacija processov upravlenija*, 2011, no. 3(25), pp. 14–20 (in Russian).

УДК 539.374

ПОЛЕВЫЕ УРАВНЕНИЯ И d -ТЕНЗОРЫ ТЕРМОУПРУГОГО КONTИНУУМА С «ТОНКОЙ» МИКРОСТРУКТУРОЙ

В. А. Ковалев¹, Ю. Н. Радаев²

¹Доктор физико-математических наук, зав. кафедрой прикладной математики и аналитической поддержки принятия решений, Московский городской университет управления Правительства Москвы, vlad_koval@mail.ru

²Доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва, radayev@ipmnet.ru, y.radayev@gmail.com

Рассматривается новая нелинейная математическая модель термоупругого континуума с «тонкой» микроструктурой. Построение модели выполнено в терминах 4-ковариантного лагранжева формализма теории поля. Микроструктура континуума задается микроструктурными d -тензорами, которые вводятся в теоретико-полевую схему как экстраполевые переменные (d -переменные). Указывается «естественная» плотность вариационного интегрального функционала термоупругого действия и сформулирован соответствующий вариационный принцип наименьшего действия. Ковариантные уравнения термоупругого поля в континууме с микроструктурой получаются в канонической форме Эйлера–Лагранжа. Обсуждаются определяющие уравнения поля и их место в схеме теоретико-полевого подхода. Выполнен учет инерционности микроструктурной «составляющей» поля. Вариационные симметрии интегрального функционала термоупругого действия применяются для построения ковариантных канонических тензоров термомеханики и 4-токов. Даны канонические формы дивергентных законов сохранения термоупругого поля в плоском 4-пространстве-времени.

Ключевые слова: термоупругость, микроструктура, поле, экстраполе, действие, лагранжиан, ковариантность, симметрия, закон сохранения, d -тензор, 4-ток, тензор энергии-импульса.

1. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Под микроструктурой континуума обычно понимается существование нескольких различных физических масштабов (структурных уровней), определяющих состояние континуума, их самосогласованное взаимодействие и возможность передачи энергии с одного структурного уровня на другой. Теория таких континуумов основывается на необходимости допустить существование дополнительных (экстра) степеней свободы и возможности исследовать физически бесконечно малый объем не как материальную точку, а как существенно более сложный объект, с присущими ему дополнительными степенями свободы (ротационными, осцилляционными), как своего рода микроконтинуум, обладающий возможностью дополнительной микродеформации.

Вопросы, связанные с изучением континуума с микроструктурой, находятся в русле тех течений в механике деформируемого твердого тела, которые отдают приоритет структурному моделированию. При этом необходимо учитывать, что существенной особенностью современного состояния естественных наук является явно просматриваемая тенденция решения нелинейных проблем (в том числе и проблем механики деформируемого твердого тела) вне рамок имеющегося физически надежно обоснованного набора математических моделей. Конечной целью математического моделирования обычно ставится формулировка замкнутых систем уравнений, без чего в принципе невозможны постановка