Теорема 2. *Пусть* $x_{\max} > 0$ *есть произвольное действительное число,* $I = [-x_{\max}, x_{\max}]$. *Если* $r \le \sqrt{2N + 1.5^2} - 1.5$, *то для любого* $\varepsilon > 0$ *и произвольной полиномиальной функции* $f : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ *степени* r *с* m *переменными вида* (1) *существует сеть прямого распространения* $F : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ *с одним скрытым слоем, содержащим* N *узлов и функцией активации* (2), *которая равномерно аппроксимирует* f *с любой наперед заданной степенью точности на* I^m, *т. е.*

$$\sup_{x \in I^m} |F(x) - f(x)| < \varepsilon.$$

Библиографический список

1. *Галушкин А.* Нейронные сети. Основы теории. М. : Горячая Линия – Телеком, 2012.
2. *Haykin S.* Neural networks : a comprehensive foundation. 2 ed. N. J. : Prentice-Hall, Inc., 1999.
3. *Malakooti B., Zhou Y. Q.* Approximating polynomial functions by feedforward artificial neural networks : capacity analysis and design // Appl. Math. and Comp. 1998. Vol. 90. P. 27–52.
4. *Сидоров С. П.* Об ошибке приближения алгебраических полиномов нейронными сетями прямого распространения // Нейрокомпьютеры : разработка, применение. 2005. № 5. С. 13–17.

Simultaneous Approximation of Polynomial Functions and Its Derivatives by Feedforward Artificial Neural Networks with One Hidden Layer

N. S. Uzentsova, S. P. Sidorov

Saratov State University, Russia, 410012, Saratov, Astrahanskaya st., 83, UzentsovaNS@gmail.com, SidorovSP@info.sgu.ru

In this paper we propose the algorithm for finding weights of feedforward artificial neural networks with one hidden layer to approximate polynomial functions and its derivatives with a given error. We use the rational sigmoidal function as a transfer function.

Key words: neural networks, approximation.

References

1. Galyshkin A. *Neironnye seti. Osnovy teorii* [Neural Networks. The foundations of the theory]. Moscow, Goriachaia Liniia – Telekom, 2012 (in Russian).
2. Haykin S. *Neural Networks : A Comprehensive Foundation*. Second ed., New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1999.
3. Malakooti B., Zhou Y. Q. Approximating Polynomial Functions by Feedforward Artificial Neural Networks : Capacity Analysis and Design. *Appl. Math. and Comp.*, 1998, vol. 90, pp. 27–52.
4. Sidorov S. P. Ob oshibke priblizheniia algebraicheskikh polinomov neironnymi setiami priamogo rasprostraneniia [On the error of approximation of algebraical polynomials by means of artificial feedforward neural networks]. *Neirokomp'iutery : razrabotka, primenenie*, 2005, no. 5, pp. 13–17 (in Russian).

УДК 519.872

МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ МАРШРУТИЗАЦИЕЙ В СЕТЯХ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ПЕРЕМЕННОЙ ТОПОЛОГИЕЙ

Н. П. Фокина[1], И. Е. Тананко[2]

[1]Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры системного анализа и автоматического управления, Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского. FokinaNP.sgu@gmail.com

[2]Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры системного анализа и автоматического управления, Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, TanankoIE@info.sgu.ru

Рассматриваются замкнутые экспоненциальные сети массового обслуживания с изменяющейся топологией. Предложен метод управления маршрутизацией в сетях обслуживания данного типа.

Ключевые слова: сети массового обслуживания, переменная топология, управление маршрутизацией, надежность.

ВВЕДЕНИЕ

Сети массового обслуживания с ненадежными элементами используются для решения задач проектирования, анализа и модификации больших сложных систем с сетевой структурой и стохастическим характером функционирования. Методы анализа сетей обслуживания с ненадежными элементами, используемых в качестве моделей сетей передачи данных, вычислительных сетей, систем баз данных, рассмотрены в обзоре [1].

Разработке точных методов анализа сетей массового обслуживания с отказами и восстановлением приборов систем обслуживания посвящены статьи [2–5]. В этих статьях отказ прибора вызывает прекращение поступления требований в систему и их обслуживания до момента восстановления прибора. При этом все требования, находящиеся в момент отказа прибора в системе обслуживания либо уничтожаются [2], либо ожидают восстановления прибора [3], либо мгновенно переходят в смежные работоспособные системы обслуживания [4]. При выходе из строя систем обслуживания и их восстановлении изменяется маршрутная матрица, в которой учитываются связи только между работоспособными системами. Метод оптимального управления маршрутизацией в замкнутых сетях массового обслуживания с переменным числом систем обслуживания и стационарное распределение вероятностей состояний такой сети приведены в статьях [4, 5].

Разработке приближенных методов анализа сетей массового обслуживания с ненадежными приборами систем обслуживания посвящены статьи [6–9]. В статьях [6, 7] процесс отказа и восстановления приборов систем обслуживания в сети отображается корректировкой интенсивности обслуживания требований. Получены выражения для стационарных средних характеристик систем обслуживания. Метод определения пределов ошибки в характеристиках ненадежных сетей массового обслуживания, не имеющих мультипликативной формы стационарного распределения вероятностей состояний, представлен в статье [8]. В статье [9] рассмотрен приближенный метод анализа открытой сети массового обслуживания с обратными связями между группами систем обслуживания и управлением потоками требований при наличии в сети обслуживания отказавших систем обслуживания.

К особому классу ненадежных сетей обслуживания можно отнести сети массового обслуживания с переменной топологией, которые характеризуются случайными или детерминированными изменениями связей между системами обслуживания. В статье [10] предлагается метод оптимального управления входящим потоком в сеть параллельных систем массового обслуживания со случайно нарушающимися и восстанавливаемыми связями между источником требований и системами обслуживания. В статье [11] исследуется метод управления требованиями, основанный на информации о числе мест ожидания в очередях и времени пребывания требований в системах сети обслуживания с изменяемыми связями между системами обслуживания.

В данной работе рассматривается замкнутая экспоненциальная сеть массового обслуживания с одним классом требований. Через фиксированные интервалы времени случайным образом изменяются связи между системами обслуживания. Для сети с переменной топологией используется метод формирования маршрутных матриц, обеспечивающих одинаковые средние длительности пребывания требований в системах обслуживания. Получены вероятностно-временные характеристики сети обслуживания рассматриваемого типа.

1. ОПИСАНИЕ СЕТИ

Пусть N — замкнутая экспоненциальная сеть массового обслуживания с L системами массового обслуживания S_i, $i = 1, \dots, L$, типа $M/M/1$ с интенсивностями обслуживания μ_i, Q требованиями одного класса и переменной топологией. Обозначим через $W = (w_{ij})$ $i, j = 1, \dots, L$, — матрицу смежности ориентированного графа, определяющую топологию сети N. Вершины графа соответствуют системам обслуживания, а дуги — связям между ними.

Матрица W принимает значения из конечного множества матриц смежности $\{W(k)\}$, $k = 1, \dots, K$, с равными вероятностями, где $W(k) = (w_{ij}(k))$, $i, j = 1, \dots, L$. Обозначим через $N(k)$ сеть N с топологией $W = W(k)$. Эволюция сети N представляет собой последовательность эволюций сетей $N(k)$ фиксированных длительностей τ_k, $k = 1, \dots, K$, соответственно.

Очередное изменение топологии в сети N приводит в действие механизм формирования новой маршрутной матрицы, реализующей в сети маршрутизацию, обеспечивающую равенство математических ожиданий (м. о.) длительностей пребывания требований в системах обслуживания, т. е. $\bar{u}_i = \rho$, $i = 1, \ldots, L$.

Таким образом, каждой сети $N(k)$, $k = 1, \ldots, K$, поставим в соответствие неприводимую маршрутную матрицу $\Theta(k) = (\theta_{ij}(k))$, где

$$\theta_{ij}(k) = \begin{cases} \theta_{ij}(k) \geq 0, & w_{ij}(k) = 1, \\ 0, & w_{ij}(k) = 0. \end{cases}$$

Вектор относительных интенсивностей потоков $\omega = (\omega_i)$, $i = 1, \ldots, L$, является решением уравнения $\omega\Theta(k) = \omega$ с условием нормировки $\sum\limits_{i=1}^{L} \omega_i = 1$.

Обозначим через $s = (s_1, \ldots, s_L)$ состояние сети N, где s_i — число требований в системе S_i, X — множество состояний сети мощности $c_X = |X|$.

Введем следующие обозначения для некоторых стационарных характеристик систем обслуживания сети N, $i = 1, \ldots, L$: $\bar{u}_{i|Q}$ — м. о. длительности пребывания требований в системе S_i при условии, что в сети N находится Q требований; $\bar{s}_{i|Q}$ — м. о. числа требований в системе S_i; $\lambda_{i|Q}$ — интенсивность потока требований в систему S_i; $\Phi = \sum\limits_{i=1}^{L} \mu_i$.

Функционирование сети N можно рассматривать как два протекающих одновременно процесса: 1) процесс смены топологии сети и 2) вложенный в него процесс обслуживания и переходов требований между системами сети обслуживания.

Целью данной работы является определение вероятностно-временных характеристик замкнутых сетей массового обслуживания с переменной топологией, разработка метода управления маршрутизацией в этих сетях. При использовании этого метода сначала находятся векторы относительных интенсивностей потоков требований ω, обеспечивающих равенство математических ожиданий длительностей пребывания требований во всех системах сети $N(k)$, $k = 1, \ldots, K$. Затем для сети $N(k)$ с заданным вектором формируется соответствующая маршрутная матрица $\Theta(k)$.

2. МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ СЕТЬЮ

Приведем выражения для некоторых стационарных характеристик систем обслуживания сети N, $i = 1, \ldots, L$,

$$\bar{u}_{i|Q} = \frac{1}{\mu_i}(\bar{s}_{i|Q-1} + 1), \qquad \bar{s}_{i|Q} = Q\frac{\omega_i \bar{u}_{i|Q}}{\sum\limits_{j=1}^{L} \omega_j \bar{u}_{j|Q}}, \qquad \lambda_{i|Q} = \frac{\bar{s}_{i|Q}}{\bar{u}_{i|Q}}.$$

Пусть в сети N выполняется условие

$$\bar{u}_{i|Q} = \rho_Q, \qquad i = 1, \ldots, L, \tag{1}$$

где ρ_Q — константа. Тогда известно [12], что сеть N будет иметь следующие стационарные характеристики, $i = 1, \ldots, L$,

$$\bar{s}_{i|Q} = Q\omega_i, \tag{2}$$

$$\bar{u}_{i|Q} = \frac{Q + L - 1}{\Phi}, \tag{3}$$

$$\lambda_{i|Q} = \frac{Q\Phi}{Q + L - 1}\omega_i. \tag{4}$$

В работе [12] получено выражение для определения элементов вектора ω:

$$\omega_i = \frac{\mu_i(L + Q) - \Phi}{Q\Phi}, \qquad i = 1, \ldots, L. \tag{5}$$

Выражение (5) дает только приближенные к (2)–(4) значения характеристик $\bar{s}_{i|Q}$, $\bar{u}_{i|Q}$ и $\lambda_{i|Q}$, поскольку получено из допущения, что при больших Q и L выполняется не только (1), но справедливо также выражение $\bar{u}_{i|Q-1} = \rho_{Q-1}$, $i = 1, \ldots, L$.

Математическое ожидание длительности пребывания требований в системе S_i может быть представлено также в виде

$$\bar{u}_{i|Q} = \frac{1}{\mu_i} \sum_{m=1}^{Q} mP_i(m-1)$$

или

$$\frac{\mu_i(Q+L-1)}{\Phi} = \sum_{m=1}^{Q} mP_i(m-1), \qquad i = 1, \ldots, L, \tag{6}$$

где $P_i(m)$ — вероятность того, что в системе S_i находится m требований, определяется

$$P_i(m) = \frac{1}{G(Q,L)} \sum_{\substack{s \in X: \\ s_i = m}} \prod_{j=1}^{L} \left(\frac{\omega_j}{\mu_j}\right)^{s_j},$$

$G(Q,L)$ — нормализующая константа.

Выражения (6) образуют систему нелинейных уравнений относительно неизвестных ω_i, $i = 1, \ldots, L$, которая может быть решена численно.

Маршрутная матрица $\Theta(k)$, $k = 1, \ldots, K$, для заданного вектора ω может быть построена с использованием метода формирования маршрутных матриц, рассмотренного в работе [13]. Необходимо отметить, что не для каждой топологии сети N и вектора ω существует матрица Θ. В этом случае для вектора ω определяется приближенная маршрутная матрица Θ.

Для сетей $N(k)$ с топологиями, определяемыми матрицами $W(k)$, $k = 1, \ldots, K$, будем использовать следующий метод определения вероятностно-временных характеристик.

Обозначим через $s^{(n)} = (s_1^{(n)}, \ldots, s_L^{(n)})$ состояние сети с номером n, где $s_i^{(n)}$ — число требований в системе S_i. Длительность пребывания сети в состоянии $s^{(n)} \in X$ является случайной величиной с экспоненциальным распределением и математическим ожиданием $\beta_n = 1/\alpha_n$, где α_n — параметр ее функции распределения. Эволюция сети $N(k)$ описывается цепью Маркова C^k, с множеством состояний $B = \{1, \ldots, c_X\}$ и непрерывным временем. Длительность пребывания цепи в состоянии n является случайной величиной, имеющей экспоненциальное распределение с параметром $0 < \alpha_n < \infty$. Длительность реализации цепи C^k равна длительности τ_k.

Введем обозначения параметров и характеристик цепи C^k: $A^k = (a_{mn}^k)$, $m, n \in B$, — инфинитезимальный оператор; $P^{(t),k} = (p_{mn}^{(t),k})$ — матрица вероятностей перехода за время t, определяемая известным соотношением $P^{(t),k} = exp(A^k t)$.

Параметры и характеристики цепи C^k будут зависеть от соответствующей маршрутной матрицы $\Theta(k)$. Тогда

$$a_{mn}^k = \varepsilon(s_i^{(m)})\mu_i\theta_{ij}(k), \qquad i,j \in \{1, \ldots, L\}, \qquad i \neq j, \qquad m \neq n, \qquad m,n \in B,$$

$$a_{mm}^k = -\sum_{i=1}^{L} \varepsilon(s_i^{(m)})\mu_i, \qquad m \in B,$$

$$\alpha_m = -a_{mm}^k, \qquad m \in B,$$

Пусть $\pi^k = (\pi_n^k)$, $n \in B$, — распределение вероятностей состояний цепи C^k на момент завершения интервала τ_k; $q_n(k)$, $n \in B$, — средняя вероятность пребывания в состоянии n цепи C^k в течение интервала времени длительности τ_k

$$q_n(k) = \frac{1}{\tau_k} \int_0^{\tau_k} \sum_{m=1}^{c_X} \pi_m p_{mn}^{(t),k} dt, \qquad n \in B, \qquad k = 1, \ldots, K. \tag{7}$$

Обозначим $\bar{\tau} = \sum\limits_{k=1}^{K} \tau_k$. Следовательно, стационарная вероятность пребывания сети N в состоянии $s^{(n)}$ определяется выражением

$$q_n = \sum_{k=1}^{K} \frac{\tau_k}{\bar{\tau}} q_n(k), \qquad s^{(n)} \in X. \tag{8}$$

3. ПРИМЕР

Пусть N — замкнутая экспоненциальная сеть массового обслуживания с $L = 7$ системами массового обслуживания, $Q = 21$ требованиями одного класса, вектором интенсивностей обслуживания требований

$$\mu = (1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.2),$$

$K = 2$ числом топологий сети N, $\tau = (30, 40)$ — вектором длительностей реализаций эволюций сетей $N(k)$, $k = 1, 2$, матрицами смежности:

$$W(1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad W(2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

При заданных параметрах сети решением системы нелинейных уравнений (6) является вектор относительных интенсивностей потоков:

$$\omega = (0.0690, 0.0931, 0.1176, 0.1423, 0.1673, 0.1926, 0.2181).$$

Методом формирования маршрутных матриц получим:

$$\Theta(1) = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.195 & 0 & 0 & 0.242 & 0.563 \\ 0.277 & 0 & 0 & 0.723 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.376 & 0 & 0.624 \\ 0 & 0 & 0.19 & 0 & 0 & 0.81 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0.4 \\ 0.167 & 0 & 0.311 & 0 & 0.522 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Theta(2) = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.3 & 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.34 & 0 & 0.36 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0.13 & 0.37 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 & 0.1 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.188 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.812 & 0 \end{pmatrix}.$$

Используя выражения (7) и (8), а также известные выражения для $\bar{s}_i$, $\bar{u}_i$ и λ_i, $i = 1, \ldots, L$, получим следующие характеристики сети N:

$$\bar{s} = (1.45, 1.96, 2.47, 2.99, 3.51, 4.04, 4.58),$$
$$\bar{u} = (2.41, 2.41, 2.41, 2.41, 2.41, 2.41, 2.41),$$
$$\lambda = (0.60, 0.81, 1.02, 1.24, 1.46, 1.68, 1.90).$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использованный метод формирования маршрутных матриц обеспечивает требуемые значения характеристик сети обслуживания с изменяемой топологией. Сети массового обслуживания с таким свойством могут быть использованы в качестве моделей управляемых дискретных стохастических систем с сетевой структурой (гибких производственных систем, сложных систем с резервными элементами, систем спутниковой связи и т. п.).

Библиографический список

1. *Dijk N. M. van.* Analytic comparison results for communication networks // Computer Communications. 1998. Vol. 21. P. 1495–1508.
2. *Chao X.* A queueing network model with catastrophes and product form solution // Operations Research Letters. 1995. Vol. 18. P. 75–79.
3. *Sauer C., Daduna H.* BCMP networks with unreliable servers. Preprint № 2003-01, Schwerpunkt Mathematische Statistik und Stochastische Prozesse, Universitat Hamburg, 2003.
4. *Тананко И. Е.* Метод оптимального управления маршрутизацией в сетях массового обслуживания с переменной конфигурацией // Автоматика и вычислительная техника. 2006. № 3. С. 71–77.
5. *Тананко И. Е.* О замкнутых сетях массового обслуживания с переменным числом систем обслуживания // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2005. Т. 5, вып. 1. С. 138–141.
6. *Chakka R., Mitrani I.* Approximate solutions for open networks with breakdowns and repairs // Stochastic Networks — Theory and Applications / eds. F. P. Kelly, S. Zachary, I. Ziedins. Oxford : Clarendon Press, 1996. Ch. 16. P. 267–280.
7. *Vinod B., Altiok T.* Approximating unreliable queueing networks under the assumption of exponentiality // J. Opl. Res. Soc. 1986. Vol. 37, №. 3. P. 309–316.
8. *Dijk N. M. van.* Bounds and error bounds for queueing networks // Annals of Operations Research. 1998. Vol. 79. P. 295–319.
9. *Thomas N., Thornley D., Zatschler H.* Approximate solution of a class of queueing networks with breakdowns // Proc. of 17-th European Simulation Multiconference, Nottingham, UK, 9–11 June 2003. Delft, Netherlands : SCS-European Publishing House, 2003. P. 251–256.
10. *Bambos N., Michailidis G.* Queueing networks of random link topology: stationary dynamics of maximal throughput schedules // Queueing Systems. 2005. Vol. 50. P. 5–52.
11. *Tassiulas L.* Scheduling and performance limits of networks with constantly changing topology // IEEE Transactions on Information Theory. 1997. Vol. 43, № 3. P. 1067–1073.
12. *Митрофанов Ю. И.* Синтез сетей массового обслуживания. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 1995. 184 с.
13. *Тананко И. Е.* Метод оптимизации маршрутных матриц открытых сетей массового обслуживания // Автоматика и вычислительная техника. 2002. № 4. С. 39–46.

A Method of Routing Control in Queueing Networks with Changing Topology

N. P. Fokina, I. E. Tananko

Saratov State University, Russia, 410012, Saratov, Astrahanskaya st., 83, FokinaNP.sgu@gmail.com, TanankoIE@info.sgu.ru

Closed exponential queueing networks with changing topology are considered. A method of routing control in given type queueing networks is proposed.

Key words: queueing networks, changing topology, routing control, reliability.

References

1. Dijk N. M. van. Analytic comparison results for communication networks. *Computer Communications*, 1998, vol. 21, pp. 1495–1508.
2. Chao X. A queueing network model with catastrophes and product form solution. *Operations Research Letters*, 1995, vol. 18, pp. 75–79.
3. Sauer C., Daduna H. BCMP networks with unreliable servers. Preprint no. 2003-01, *Schwerpunkt Mathematische Statistik und Stochastische Prozesse*, Universitat Hamburg. 2003.
4. Tananko I. E. A method of optimal routing control in queueing networks with variable configuration. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2006, vol. 40, no. 3, pp. 71–77.
5. Tananko I. E. About of queueing networks with changing number of queues. *Izv. Sarat. Univ. N. S. Ser. Math. Mech. Inform.*, 2005, vol. 5, iss. 1, pp. 138–141 (in Russian).
6. Chakka R., Mitrani I. Approximate solutions for open networks with breakdowns and repairs. *Stochastic*

Networks – Theory and applications. Eds. F. P. Kelly, S. Zachary, I. Ziedins. Oxford, Clarendon Press, 1996, Ch. 16, pp. 267–280.
7. Vinod B., Altiok T. Approximating unreliable queueing networks under the assumption of exponentiality. *J. Opl. Res. Soc.*, 1986. vol. 37, no. 3, pp. 309–316.
8. Dijk N. M. van. Bounds and error bounds for queueing networks. *Annals of Operations Research*, 1998, vol. 79, pp. 295–319.
9. Thomas N., Thornley D., Zatschler H. Approximate solution of a class of queueing networks with breakdowns. *Proc. of 17-th European Simulation Multiconference*, Nottingham, UK, 9–11 June 2003. Delft, Netherlands, SCS-European Publishing House, 2003, pp. 251–256.
10. Bambos N., Michailidis G. Queueing networks of random link topology : stationary dynamics of maximal throughput schedules. *Queueing Systems*, 2005, vol. 50, pp. 5–52.
11. Tassiulas L. Scheduling and performance limits of networks with constantly changing topology. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1997, vol. 43, no. 3, pp. 1067–1073.
12. Mitrophanov Yu. I. *Sintez setej massovogo obsluzhivanija* [Synthesis of queueing networks]. Saratov, Sarat. Univ. Press, 1995, 184 p. (in Russian).
13. Tananko I. E. A method for optimization of routing matrices for open queueing networks. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2002, vol. 36, no. 4, pp. 39–46.

УДК 519.85, 519.712

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЬНОГО ИНВЕСТИРОВАНИЯ

А. А. Хомченко[1], Н. П. Гришина[2], К. Лукас[3], С. П. Сидоров[4]

[1]Аспирант кафедры математической экономики, Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, aahomchenko@gmail.com

[2]Кандидат экономических наук, зам. руководителя Института рисков, Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, riskinstitute@sgu.ru

[3]Профессор, Брунельский университет, Лондон, Великобритания, cormac.lucas@brunel.ac.uk

[4]Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математической экономики, Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, sidorovsp@info.sgu.ru

В настоящей работе рассматривается метаэвристический подход с использованием алгоритма дифференциальной эволюции для нахождения эффективной границы при решении задачи портфельной оптимизации для инвестора с невогнутой функцией полезности, отражающей несимметричное отношение инвестора к потерям и убыткам.

Ключевые слова: эвристический поиск, оптимальное портфельное инвестирование, теория перспектив.

ВВЕДЕНИЕ

Задача оптимального портфельного инвестирования может быть сформулирована как задача нахождения

$$x \in D := \left\{ x = (x_1, \dots, x_n) \in R^n : \sum_{i=1}^{n} x_i = 1,\ x_i \geq 0, i = 1, \dots, n \right\}, \tag{1}$$

максимизирующего математическое ожидание значения функции полезности:

$$\int_{r \in \mathbb{R}} u(r(x)) dP(x) \to \max_{x \in D},$$

$r(x)$ есть доходность портфеля x, $P(x)$ есть распределение доходности портфеля x.

Обычно предполагается, что предпочтения инвесторов описываются квадратичной или степенной функцией полезности u, а доходности активов — нормальным распределением. Но так как, ни характеристики распределений доходностей активов, ни предпочтения лиц, принимающих решения, не соответствуют предположениям классической теории Марковица, то возникают разногласия по поводу того, что такое оптимальное решение. Теория поведенческих финансов приблизилась к определению более реалистичной модели предпочтения и выбора, а это неизбежно приводит к добавлению новых ограничений и рассмотрению задач невыпуклой оптимизации.