References

1. Gill A. *Lineinye posledovatel'nostnye mashiny* [Linear sequential machines]. Moscow, Nauka, 1974. 298 p. (in Russian).
2. Faradgev R. G. *Lineinye posledovatel'nostnye mashiny* [Linear sequential machines]. Moscow, Sovetskoje Radio, 1975, 248 p. (in Russian).
3. Agibalov G. P. Recognition of operators realized by linear autonomous automata. *Izv. AN USSR. Tech. Cybernetika*, 1970, no. 3, pp. 99–108 (in Russian).
4. Agibalov G. P., Jufit Ya.G. O prostykh eksperimentakh dlia lineinykh initsial'nykh avtomatov [On simple experiments for linear initial automata]. *Avtomatica i vychisliteljnaja technika*, 1972, no. 2, pp. 17–19 (in Russian).
5. Speranskij D. V. *Eksperimenty s lineinymi i bi-lineinymi konechnymi avtomatami* [Experiments with linear and bi-linear finite automata]. Saratov, Saratov. Univ. Press, 2004. 144 p. (in Russian).
6. Kurosh A.G. *Lektsii po obshchei algebre* [Lectures in general algebra]. Moscow, Nauka, 1973, 400 p. (in Russian).
7. Skobelev V. V., Skobelev V. G. Analiz shifrsistem [Analysis of ciphersystems]. Donetsk, IAMM NASU, 2009, 479 p. (in Russian).
8. Skobelev V. V., Glazunov N. M., Skobelev V. G. *Mnogoobraziia nad kol'tsami. Teoriia i prilozhenie* [Varieties over rings. Theory and applications]. Donetsk, IAMM NASU, 2011, 323 p. (in Russian).
9. Skobelev V. V., Skobelev V. G. Analysis of non-linear automata with lag 2 over finite ring. *Prikladnaja discretnaja matematika*, 2010, no. 1, pp. 68–85 (in Russian).
10. Skobelev V. V. Complexity of identification of non-linear 1-dimensional automata with lag 2 over finite ring. *Computernaja mathematika*, 2011, vol. 2, pp. 81–89 (in Russian).
11. Kuznetsov S. P. *Dinamicheskii khaos* [Dynamical chaos]. Moscow, Fizmatlit, 2001. 296 p. (in Russian).
12. Skobelev V. V., Skobelev V. G. On the complexity of analysis of automata over a finite ring. *Cybernet. Systems Anal.*, 2010, vol. 46, no. 4, pp. 533–545.
13. Skobelev V. V. On systems of polynomial equations over finite rings. *Naukovi zapysky NaU-KMA. Ser. Computerny nauky*, 2012, vol. 138, pp. 15–19.
14. Skobelev V. V. On subsets of automata over finite ring determined via terms of ideals. *Visn., Ser. Fiz.-Mat. Nauky, Kyïv. Univ. Im. Tarasa Shevchenka*, 2011, no. 3, pp. 212–218 (in Ukrainian).
15. Skobelev V. V. Simulation of automata over a finite ring by the automata with finite memory. *J. of Automation and Information Sci.* 2012, vol. 44, no. 5, pp. 57–66.
16. Skobelev V. V. Analysis of the problem of recognition of automaton over some ring. *Dopov. Nats. Akad. Nauk Ukr., Mat., Pryr., Tekh. Nauky*, 2012, no. 9, pp. 29–35 (in Russian).
17. Skobelev V. V. On automata determined over varieties over some ring. *Tr. Inst. Prikl. Mat. Mekh.*, 2012, vol. 24, pp. 190–201 (in Russian).
18. Skobelev V. V. Automata over vatieties with some algebra. *Visn., Ser. Fiz.-Mat. Nauky, Kyïv. Univ. Im. Tarasa Shevchenka*, 2012, no 2, pp. 234–238 (in Ukrainian).
19. Skobelev V. V. Analysis of automata determined over parametric varieties over an associative ring. *Visn., Ser. Fiz.-Mat. Nauky, Kyïv. Univ. Im. Tarasa Shevchenka*, 2012, no. 3, pp. 239–244.
20. Skobelev V. V. On automata determined over polynomially parametric varieties over some finite ring. *Tr. Inst. Prikl. Mat. Mekh.* 2012, vol. 25, pp. 185–195 (in Russian).
21. Skobelev V. V. On homomorphisms of automata over varieties over some ring. *Dopov. Nats. Akad. Nauk Ukr., Mat., Pryr., Tekh. Nauky*, 2013, no. 1, pp. 42–46 (in Russian).
22. Skobelev V. V. Analysis of automata determined over elliptic curves. *Visn., Ser. Fiz.-Mat. Nauky, Kyïv. Univ. Im. Tarasa Shevchenka*, 2012, no. 1, pp. 223–230 (in Ukrainian).
23. Skobelev V. V. Analysis of families of hash functions defined by automata over a finite ring. *Cybernet. Systems Anal.*, 2013, vol. 49, no. 2, pp. 209–216.

УДК 62-50

ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ С НЕЧЕТКИМИ АВТОМАТАМИ

Д. В. Сперанский

Доктор технических наук, профессор кафедры высшей и прикладной математики, Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), Speranskiy.DV@gmail.com

Для нечетких автоматов введено понятие обобщенной диагностической последовательности. Предложен метод ее построения. Метод базируется на использовании конструкции диагностического дерева. Установлено, что задача синтеза обобщенной диагностической последовательности является многокритериальной задачей оптимизации.

Ключевые слова: нечеткий автомат, диагностический эксперимент.

ВВЕДЕНИЕ

Напомним, что экспериментом с детерминированным автоматом [1] принято называть процесс подачи на автомат последовательности входных сигналов, наблюдения реакции на эту последовательность и вывода заключений о его состоянии (начальном, промежуточном или конечном). Модель такого автомата во многих случаях является вполне приемлемой для многих реальных систем. Однако информация о функционировании систем часто носит приближенный и субъективный характер, а потому приводит к огрублению модели. Для адекватного отражения нечеткости исходной информации требуется подходящий математический аппарат, созданный Л.Заде на основе понятия нечеткого множества [2]. Полезность и эффективность концепции нечеткости (размытости) подтверждается многочисленными практическими приложениями разработанных на этой базе теорий нечетких алгоритмов, нечетких отношений, нечеткой логики, нечетких графов в различных предметных областях. Понятно, что это справедливо и для теории нечетких автоматов. В настоящее время известны несколько модификаций понятия нечеткого конечного автомата, каждое из которых адаптировано к конкретному классу рассматриваемых задач. Ниже исследуются так называемые диагностические эксперименты для нечетких автоматов (НА).

1. МОДЕЛЬ НЕЧЕТКОГО АВТОМАТА

Определим модель НА, которая будет использоваться в дальнейшем.

Нечетким конечным автоматом назовем пятерку:

$$A = (S, X, Y, \delta, \lambda),$$

где $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_n\}$ — конечное множество состояний, $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}$ — конечное множество входов, $Y = \{y_1, y_2, \ldots, y_p\}$ — конечное множество выходов, $\delta : S \times X \times [0,1] \to S$ — функция переходов, $\lambda : S \times X \times [0,1] \to Y$ — функция выходов. Функция δ имеет следующую интерпретацию: НА, находящийся в состоянии s, под воздействием входа x переходит в состояние s', причем значение функции принадлежности элемента (s, x, s') нечеткому подмножеству $S \times X \times S$ равно некоторой величине $q \in [0,1]$.

Функция δ, введенная выше, фактически, порождает множество нечетких матриц $T(x)$ для каждого входа $x \in X$:

$$T(x) = [\mu_x(s_i, s_j)], \qquad 1 \leqslant i, j \leqslant n.$$

Каждая такая матрица является квадратной, ее строки и столбцы соответствуют состояниям множества S. На пересечении i-ой строки и j-го столбца стоит величина $\mu_x(s_i, s_j) \in [0,1]$, являющаяся оценкой степени возможности перехода НА из состояния s_i в состояние s_j при воздействии входа x.

Некоторые классические определения различных типов автоматов (например, недетерминированного) являются частными случаями приведенного определения НА.

По аналогии с [3] введем функцию выхода $\lambda : S \times X \times [0,1] \to Y$, имеющую следующую интерпретацию: НА, перешедший в состоянии s под воздействием входа x, инициирует выход y, причем значение функции принадлежности элемента (s, x, y) нечеткому подмножеству $S \times X \times Y$ равно некоторой величине $q \in [0,1]$.

Введенная нами функция λ, фактически, порождает множество матриц $\Lambda(x)$ для каждого входа $x \in X$:

$$\Lambda(x) = [\nu_x(s_i, y_j)]\,, \qquad 1 \leqslant i \leqslant n,\ 1 \leqslant j \leqslant p.$$

Каждая такая матрица является прямоугольной, ее строки соответствуют состояниям множества S, а столбцы — выходам НА из множества Y. На пересечении i-й строки и j-го столбца стоит величина $\nu_x(s_i, y_j) \in [0,1]$, являющаяся оценкой степени возможности выхода y_j НА при переходе его из состояния s_i при воздействии входа x.

Рассмотрим пример НА, имеющего множество состояний $S = \{1,2,3,4\}$ и множество входов

$X = \{0, 1\}$. Предположим, что матрицы $T(x)$ для этого НА имеют следующий вид:

$$T(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0.6 & 0.4 & 0 \end{bmatrix}, \qquad T(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Как следует из содержимого этих матриц, например при входе $x = 0$ НА переходит из состояния 1 в состояние 2 со значением $\mu_0(1, 2) = 0.5$, а из состояния 1 в состояние 3 со значением $\mu_0(1, 3) = 0.8$. Аналогично, переход НА при входе $x = 0$ из состояния 4 в состояние 2 и $\mu_0(4, 2) = 0.6$, переход из состояния 4 в состояние 3 со значением $\mu_0(4, 3) = 0.4$.

Условимся далее указанные переходы $\delta(s, x)$ записывать в следующем виде:

$$\delta(1, 0) = \{(2|0.5), (3|0.8)\}, \qquad \delta(4, 0) = \{(2|0.6), (3|0.4)\}.$$

Введем также следующие обозначения:

1. $\delta_S(s, x) = \{s_{i_1}, s_{i_2}, \ldots, s_{i_k}\}$ — это подмножество состояний НА, в которые он переходит из состояния s под воздействием входа x. Так, для нашего примера $\delta_S(1, 0) = \{2, 3\}$, $\delta_S(4, 0) = \{2, 3\}$.
2. $\delta_\mu(s, x) = \{\mu_{i_1}, \mu_{i_2}, \ldots, \mu_{i_k}\}$ — степени возможности перехода НА из состояния s под воздействием входа x в соответствующие состояния из множества $\delta_S(s, x)$. Так, для нашего примера $\delta_\mu(1, 0) = \{0.5, 0.8)\}$, $\delta_\mu(4, 0) = \{0.6, 0.4\}$
3. $\delta_\mu(s, x, s') = \mu(s, s')$ — степень возможности перехода из состояния s в состояние s' при входе x. Так, для нашего примера $\delta_\mu(1, 0, 2) = \{0.5\}$, $\delta_\mu(4, 0, 3) = \{0.4\}$.

Условимся далее вместо слов «степень возможности перехода из состояния s в состояние s'» писать «степень перехода...».

Пусть $S' = \{s_{j_1}, s_{j_2}, \ldots, s_{j_\nu}\}$ есть некоторое подмножество множества S состояний НА. Переход НА из состояний подмножества S' при входе x определим следующим образом:

$$\delta(S', x) = \left\{ \bigcup_{i=1}^{\nu} \delta(s_{j_i}, x) \right\}.$$

Пусть для нашего примера $S' = \{s_1, s_2\}$, тогда $\delta(\{s_1, s_2\}, 0) = \{\delta(s_1, 0) \cup \delta(s_2, 0)\} = \{(2|0.5), (3|0.8), (4|0.3)\}$.

В соответствии с введенным выше обозначением для этого S' имеем:

$$\delta_\mu(\{1, 2\}, 0) = \{0.5, 0.8, 0.3\} \quad \text{и} \quad \delta_S(\{1, 2\}, 0) = \{2, 3, 4\}.$$

Множество состояний, в которые НА переходит из состояния s под воздействием входной последовательности $u = x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_b}$ определяется так:

$$\delta_S(s, u) = \delta_S(\ldots \delta_S(\delta_S(s, x_{i_1}), x_{i_2}) \ldots, x_{i_b}).$$

Вернемся к нашему примеру. Пусть $u = x_{i_1}$, $x_{i_2} = 0, 1$ и $s = 1$. В соответствии со сказанным выше

$$\delta_S(1, u) = \delta_S(\delta_S(1, 0), 1) = \delta_S(\{2, 3\}, 1) = \{\delta_S(2, 1)\} \cup \{\delta_S(3, 1)\} = \{\{1\} \cup \{1\}\} = \{1\}. \tag{1}$$

Понятно, что переход НА из состояния s в некоторое фиксированное состояние $s' \in \delta_S(s, u)$ возможен по различным траекториям (путям). Так, формула (1) показывает, что из состояния 1 в состояние $\delta_S(1, u) = 1$ возможно перейти по двум различным траекториям: $1 \to 2 \to 1$ и $1 \to 3 \to 1$. Каждому переходу в этих траекториях соответствует некоторая конкретная степень перехода. Так, для траектории $1 \to 2 \to 1$ переходу $1 \to 2$ соответствует $\mu_0(1, 2) = 0.5$, а для перехода $2 \to 1$ эта степень есть $\mu_1(2, 1) = 0.4$.

Рассмотрим входную последовательность $u = x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_b}$. Зафиксируем некоторое состояние НА $s \in S$ и некоторое состояние $s' \in \delta_S(s, u)$. Среди всех возможных траекторий перехода этого НА из состояния s в состояние s' под воздействием указанной входной последовательности u выделим, например, траекторию, проходящую следующим образом: $s \to s_{t_1} \to s_{t_2} \to \cdots \to s_{t_{b-1}} \to s'$. Этой траектории поставим в соответствие число $M(u, q)$, которое назовем степенью перехода по зафиксированной траектории, где $q = s, s_{t_1}, s_{t_2}, \ldots, s'$.

Для того чтобы выразить $M(u, q)$ через заданную функцию переходов НА, можно воспользоваться одним из следующих вариантов, ранее использованных в ряде работ:

$$M_1(u, q) = \min[\delta_\mu(s, x_{i_1}, s_{t_1}), \delta_\mu(s_{t_1}, x_{i_2}, s_{t_2}), \ldots, \delta_\mu(s_{t_b}, x_{i_b}, s')],$$

$$M_2(u, q) = \max[\delta_\mu(s, x_{i_1}, s_{t_1}), \delta_\mu(s_{t_1}, x_{i_2}, s_{t_2}), \ldots, \delta_\mu(s_{t_b}, x_{i_b}, s')].$$

Заметим, что приведенные варианты определения значения $M(u, q)$связаны с возможными вариантами определения композиции двух нечетких отношений [4].

2. ПОСТРОЕНИЕ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В теории детерминированных автоматов [1] исследовалась диагностическая задача, заключающаяся в определении неизвестного начального состояния автомата по наблюдаемой реакции на специальную входную последовательность, называемую диагностической. Диагностическая задача считается разрешимой, если искомое начальное состояние, которое предполагается принадлежащим заранее оговоренному множеству допустимых начальных состояний, определяется однозначно.

Ниже рассматривается аналогичная задача для нечетких автоматов. В отличие от классической задачи здесь будет исследоваться возможность минимизации неопределенности, касающейся состава множества возможных стартовых (начальных) состояний автомата, порождающих наблюдаемую экспериментатором реакцию.

Для поиска диагностической последовательности, используемой при решении диагностической задачи для заданного НА и заданного множества допустимых начальных состояний, воспользуемся конструкцией дерева преемников (ДП), аналогичной введенной в [1].

По аналогии с [1] далее используется понятие σ-множества состояний автомата — произвольной конечной совокупности его состояний. Подчеркнем, что элементы σ-множества не обязательно различны. σ-множество назовем простым (кратным), если оно состоит из единственного элемента (содержит два или более одинаковых элементов).

Назовем σ-множество однородным, если все его элементы одинаковы. Отметим, что простое σ-множество есть частный случай однородного.

Под A-группой далее понимается множество σ-множеств. Назовем A-группу простой (однородной), если все σ-множества в ней просты (однородны).

Используемые далее понятие $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_l}$-преемника A-группы в целом совпадает с введенным в [1], а незначительные отличия легко видеть из примера на приведенном ниже рисунке.

Конструкция ДП бесконечна по своему протяжению. Ниже будет дано определение усеченного варианта ДП, которое назовем диагностическим деревом (ДД). Для формулировки правил «усечения» ДП введем еще одно понятие.

Пусть g есть σ-множество некоторой A-группы G', связанной с ветвью k-го уровня ($k \geqslant 1$), являющегося преемником по входному символу x некоторых σ-множеств из A-группы G уровня $(k-1)$. Множество состояний σ-множеств A-группы G, из которых можно перейти по входному символу x в состояния из множества g (это их состояния-«предшественники»), обозначим через g^{-1}. Величину $|g^{-1}|$ назовем мерой неопределенности σ-множества g (по символу x) и обозначим через $UN(g)$. Мерой неопределенности A-группы G' (по символу x), которую обозначим через $UN(G')$, назовем максимум из значений мер неопределенностей всех σ-множеств, входящих в состав A-группы G'. Условимся считать, что мера неопределенности множества S_0, связанного с нулевой ветвью ДД, равна $|S_0|$.

Перейдем теперь к определению ДД, конструируемого для заданного НА. ДД есть дерево преемников, в котором ветвь b k-го уровня становится конечной, если удовлетворяется одно из следующих условий:

1. Мера неопределенности A-группы, связанной с b, равна 1;

2. Мера неопределенности A-группы k-го уровня ($k \geq 1$), связанной с b, больше меры неопределенности некоторой A-группы уровня, предшествующего k-му;
3. A-группа, связанная с b, связана с некоторой ветвью уровня, предшествующего k-му.

Понятно, что выполнение условия 1 означает, что для исследуемого НА его начальное состояние по наблюдаемой реакции определяется однозначно. Выполнение условия 2 указывает на то, что продолжение построения ДП по направлению ветви b не имеет смысла, так как неопределенность при определении начального состояния по этому направлению возрастает. Выполнение условия 3 означает бесперспективность построения ДП по этому направлению: в уже построенном на предыдущем этапе фрагменте ДД имеется возможность найти более короткую ДП.

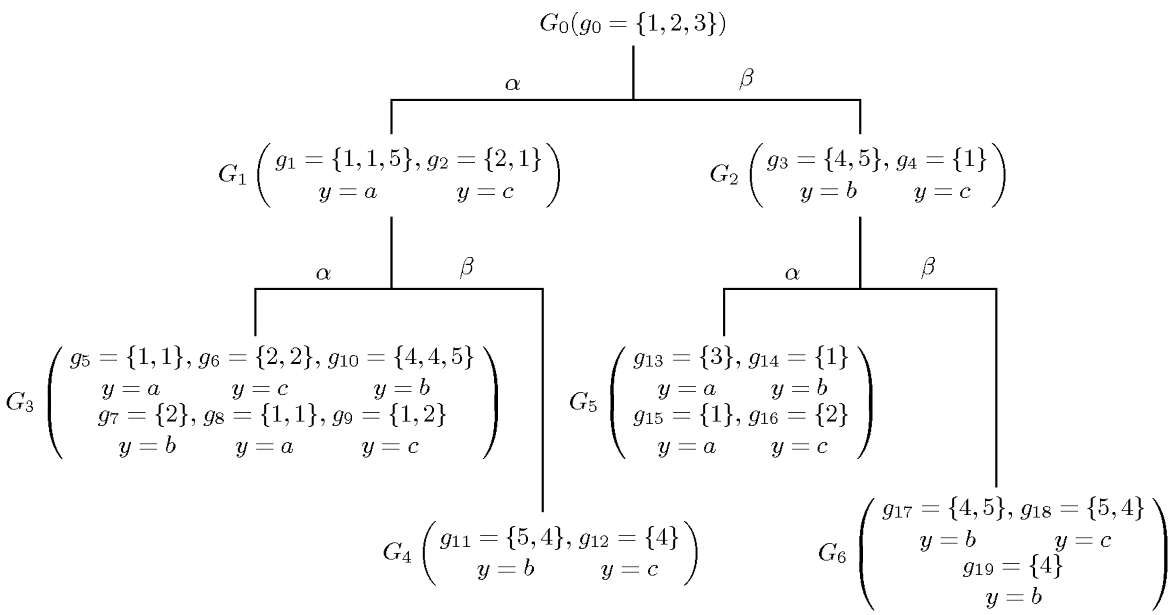
Нетрудно доказать, что построение ДД есть конечный процесс.

Рассмотрим пример построения ДД для НА, у которого $S = \{1, 2, 3, 4\}$, $X = \{\alpha, \beta\}$, $Y = \{a, b, c\}$, множество допустимых начальных состояний есть $S_0 = \{1, 2, 3\}$, а матрицы переходов и выходов $T(x)$ и $\Lambda(x)$ таковы:

$$T(\alpha) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \qquad \Lambda(\alpha) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0.5 \\ 0.2 & 0 & 0.6 \\ 0.4 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 \end{bmatrix};$$

$$T(\beta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0.9 \end{bmatrix}; \qquad \Lambda(\beta) = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0.1 \\ 0 & 0.6 & 0.2 \end{bmatrix}.$$

Диагностическое дерево для этого НА изображено на рисунке.



Диагностическое дерево

Заметим, что терминология и понятия для ДП, такие как путь по дереву, входная последовательность, соответствующая пути, траектория движения НА и т. д., в полной мере относятся и к ДД.

Введенные выше значения меры неопределенности A-групп для построенного ДД, как легко проверить, таковы:

$$UN(G_0) = UN(G_1) = 3, \qquad UN(G_2) = UN(G_3) = UN(G_4) = UN(G_6) = 2, \qquad UN(G_5) = 1.$$

Из этих данных вытекают следующие факты: ветвь ДД, связанная с A-группой G_5, является конечной в силу условия 1 определения ДД; ветви G_3,G_4 и G_6 являются конечными в силу условия 2 определения ДД. Понятно, что движение НА по различным траекториям порождает различные реакции. Рассмотрим, например, входное слово $p = \beta, \alpha$. В ДД на рисунке ему соответствуют пути (траектории) из A-группы G_0 в различные σ-множества A-группы G_5. Принимая во внимание, что $S_0 = \{1, 2, 3\}$, для рассматриваемого НА его движение может осуществляться по следующим четырем траекториям:

$$q_1 = g_0, g_3, g_{13}; \qquad q_2 = g_0, g_3, g_{14}; \qquad q_3 = g_0, g_4, g_{15}; \qquad q_4 = g_0, g_4, g_{16}.$$

Далее множество всех возможных траекторий движения НА при подаче входного слова p будем обозначать как $Q(p)$.

Введем теперь понятие обобщенной диагностической последовательности (ОДП) для нечеткого автомата.

Определение. Входное слово p назовем *ОДП* для заданного НА с множеством допустимых начальных состояний S_0, если и только если

$$\forall\ q_i, q_j \in Q(p) \qquad \lambda(S_0, q_i) = \lambda(S_0, q_j) \to \max(UN(\delta(S_0, q_i), \qquad \delta(UN(S_0, q_j)) < |S_0|. \tag{2}$$

Здесь $\delta(S_0, q_i)$ обозначает σ-множество, в одном из состояний которого оказывается НА после подачи входного слова p при движении по траектории q_j.

Смысл использования ОДП состоит в уменьшении неопределенности (размытости) множества состояний НА, из которых он мог стартовать при наблюдаемой экспериментатором реакции на его выходе.

Вообще говоря, исходя из определения ОДП, можно рассматривать различные постановки диагностической задачи. Одна из них, которая рассматривается далее, формулируется следующим образом: для заданного НА и заданного множества допустимых начальных состояний построить такую входную последовательность, подача которой позволяет по наблюдаемой реакции НА найти минимальное по мощности множество его возможных начальных состояний.

Другая постановка диагностической задачи связана с построением ОДП, когда в качестве критерия оптимизации используются значение степени переходов. Перейдем теперь к описанию метода построения ОДП для решения диагностической задачи в первой из представленных выше постановок. Ее решение будет получено с использованием конструкции ДД. Нетрудно сообразить, что минимизация мощности возможных стартовых состояний рассматриваемого НА будет достигнута на пути в ДД из A-группы G_0, связанной с нулевой ветвью ДД, в A-группу, для которой достигается минимум величины $\max(UN(\delta(S_0, q_i), \delta(UN(S_0, q_j))$, фигурирующей в определении ОДП. Напомним, что эта величина есть не что иное как мера неопределенности A-группы, в состав которой входят σ-множества, являющиеся конечными вершинами траекторий, соответствующих некоторому входному слову p.

Отсюда становится понятным метод решения исследуемой задачи: среди всех A-групп ДД необходимо найти такую A-группу G, которая доставляет минимум мере неопределенности $UN(G)$, тогда входное слово p, соответствующее пути по ДД из A-группы G_0 в эту A-группу G, и является решением рассматриваемой задачи.

Проиллюстрируем метод на примере НА, для которого ДД изображено на рисунке. Поскольку в этом ДД минимальное значение величины $UN(G)$=1 достигается для A-группы G_5, то входное слово $p = \beta, \alpha$, соответствующее пути по ДД из G_0 в G_5, дает искомую ОДП. В самом деле, вычисленные выходные реакции при движении по всем возможным траекториям, приведенным выше и представленным в таблице, подтверждают, что использование ОДП $p = \beta, \alpha$ позволяет однозначно определить стартовое состояние рассматриваемого НА.

Траектория	Реакция НА	Стартовое состояние
q_1	ba	1
q_2	bb	2
q_3	ca	3
q_4	cc	3

Заметим, что входное слово $p = \beta, \beta$, которое соответствует пути по ДД из A-группы G_0 в A-группу G_6, также является ОДП. В самом деле, $UN(G_6) = 2 < UN(G_0) = 3$, т. е. упомянутое входное слово удовлетворяет неравенству (2) в определении ОДП. Вместе с тем, наблюдение реакции НА именно на это слово не всегда дает возможность однозначно восстановить его стартовое состояние. Легко убедиться, что слово $p = \beta, \beta$ дает одну и ту же реакцию b, b, если НА стартует в состоянии 1 или 2 ($1 \xrightarrow{\beta/b} 4 \xrightarrow{\beta/b} 4$, $2 \xrightarrow{\beta/b} 5 \xrightarrow{\beta/b} 4$). Можно проверить, что входные слова α, α и α, β также являются ОДП для рассматриваемого НА, но оба они позволяют определить стартовые состояния только как одно из двух возможных.

Из сказанного следует, что для рассматриваемого НА существует четыре различных ОДП длины два, но только одна из них ($p = \beta, \alpha$) позволяет однозначно восстановить его стартовое состояние.

Заметим, что в диагностической задаче оптимизация ОДП возможна по трем возможным критериям.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из изложенного выше вытекает, что между диагностической задачей для детерминированного автомата и аналогичной задачей для нечеткого автомата имеется принципиальное различие. Для НА эта задача в общем случае является многокритериальной, а для детерминированного автомата при сравнение двух ДП используется лишь один критерий (либо длина, либо вес).

Для решения многокритериальных задач необходима формализация, которая требует экспертных оценок самих критериев и выявления отношений между ними. Дело в том, что используемые критерии могут либо противоречить друг другу, либо действовать в одном направлении, либо быть независимыми.

В настоящее время известен ряд подходов к решению многокритериальных задач. Первый из них связан с выделением наиболее важного критерия и поиска решения оптимизационной задачи для одного критерия. В этом случае остальные критерии рассматриваемой задачи играют роль дополнительных ограничений. Второй подход основан на упорядочении заданного множества критериев и выполнения последовательной оптимизации по каждому из критериев. Третий подход базируется на сведении заданного множества критериев к одному. Обычно такое сведение осуществляется путем введения весовых коэффициентов для каждого критерия. Сами весовые коэффициенты представляют собой экспертные оценки. Отметим, что разработке упомянутых подходов и методологии поиска решений многокритериальных задач посвящено много работ, в которых различные аспекты этой проблемы достаточно детально исследованы.

Библиографический список

1. *Гилл А.* Введение в теорию конечных автоматов. М. : Наука, 1966. 272 с.
2. *Zadeh L. A.* Fuzzy sets // Inf. Control. 1965. Vol. 8. P. 338–353.
3. *Dubois D., Prade H.* Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications. N. Y. : Academy Press, 1980. 392 p.
4. *Кофман А.* Введение в теорию нечетких множеств. М. : Радио и связь, 1982. 432 с.

On Diagnostic Experiments for Fuzzy Automata

D. V. Speranskiy

Moscow State University of Railway Engineering, Russia, 127994, Moscow, Obraztsova st., 9, bld. 9, Speranskiy.DV@gmail.com

The concept of a generalized diagnostic experiment for fuzzy automata is introduced. A method constructing diagnostic experiments for fuzzy automata is proposed. The method is based on diagnostic tree structure. It is establish that the problem of diagnostic experiment synthesis is a multi-criteria optimization problem.

Key words: diagnostic experiment, fuzzy automata.

References

1. Gill A. Introduction to the Theory of Finite-state Machines. New-York, San-Francisco, Toronto, London, McGrow Hill Book Company, 1962 (Rus. ed.: Gill A. *Vvedenie v teoriiu konechnykh avtomatov*. Moscow, Nauka, 1966, 272 p.)
2. Zadeh L. A. Fuzzy sets. *Inf. Control.*, 1965, vol. 8, pp. 338–353.
3. Dubois D., Prade H. *Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications*. New York, Academy Press, 1980. 392 p.
4. Kaufmann A. Introduction à la théorie des sous-ensembles flous à l’usage des ingénieurs (fuzzy sets theory). Paris, Masson, 1977 (in French). (Rus. ed.: Kofman A. *Vvedenie v teoriiu nechetkikh mnozhestv*. Moscow, Radio i sviaz’, 1982, 432 p.)