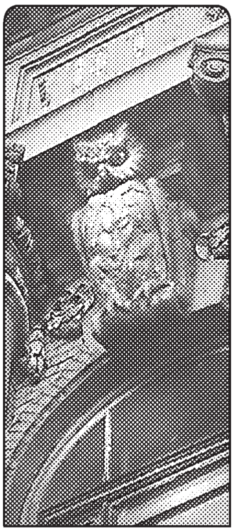

МАТЕМАТИКА

УДК 514.764

СЛОЕНИЯ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЯХ С ФИНСЛЕРОВОЙ МЕТРИКОЙ

А. В. Букушева

Кандидат педагогических наук, доцент кафедры геометрии, Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, bukusheva@list.ru

На гладком многообразии M задается распределение D с допустимой финслеровой метрикой. Пусть F — слоение, заданное на M. На распределении D как на гладком многообразии слоению F соответствует слоение TF, с помощью этого слоения и связности над распределением определяется аналог внешнего дифференциала, применимый к формам специального вида.

Ключевые слова: субфинслерово многообразие, внутренняя связность, почти контактное метрическое пространство, когомологии.

Касательное расслоение к финслерову многообразию богато естественным образом возникающими на нем геометрическими структурами. В последние годы особый интерес вызывает исследование слоений, определяемых на касательных расслоениях [1, 2]. С другой стороны, в самое последнее время введено [3] понятие распределения D с допустимой финслеровой метрикой. По аналогии с касательным расслоением на распределении D как на гладком многообразии возникают структуры, порождаемые структурами на базе. В частности, как показано в [3], на D определяется структура почти контактного метрического многообразия. В настоящей работе по аналогии с тем, как это делается в [1], рассматривается слоение, заданное на D, и изучаются его свойства.

Пусть M — гладкое многообразие нечетной размерности n, $\Xi(M)$ — $C^\infty(M)$-модуль гладких векторных полей на M. Все многообразия, тензорные поля и другие геометрические объекты предполагаются гладкими класса C^∞. Для упрощения изложения тензорное поле в дальнейшем иногда называется тензором.

Определим совокупность $(\vec{\xi}, \eta)$ тензорных полей на M, где $\vec{\xi}$ и η вектор и ковектор соответственно так, что $\eta(\vec{\xi}) = 1$, $d\eta(\vec{X}, \vec{\xi}) = 0$ для всех $\vec{X}, \vec{Y} \in \Xi(M)$.

Пусть D — гладкое распределение коразмерности 1, определяемое формой η, $D^\perp = \mathrm{span}(\vec{\xi})$ — его оснащение. В дальнейшем будем полагать, что ограничение формы $\omega = d\eta$ на распределении D является невырожденной формой. В этом случае вектор $\vec{\xi}$ однозначно определяется из условий $\eta(\vec{\xi}) = 1$, $\ker\omega = \mathrm{span}(\vec{\xi})$, и называется вектором Риба.

Для исследования внутренней геометрии неголономного многообразия и, вообще, для изучения почти контактных метрических структур удобно использовать адаптированные координаты [2, 4]. Карту $K(x^\alpha)$ $(\alpha, \beta, \gamma = 1, \dots, n)$ $(a, b, c, e = 1, \dots, n-1)$ на многообразии M будем называть адаптированной к неголономному многообразию D, если $D^\perp = \mathrm{span}\left(\dfrac{\partial}{\partial x^n}\right)$. Нетрудно установить, что любые две адаптированные карты связаны между собой преобразованиями вида: $x^a = x^a(x^{\tilde{a}})$, $x^n = x^n(x^{\tilde{a}}, x^{\tilde{n}})$.

Пусть $P : TM \to D$ — проектор, определяемый разложением $TM = D \oplus D^{\perp}$, и $K(x^\alpha)$ — адаптированная карта. Векторные поля $P(\partial_a) = \vec{e}_a = \partial_a - \Gamma^n_a \partial_n$ линейно независимы и в области определения соответствующей карты порождают систему D: $D = \mathrm{span}(\vec{e}_a)$. Таким образом, мы имеем на многообразии M неголономное поле базисов $(\vec{e}_a, \partial_n)$ и соответствующее ему поле кобазисов $(dx^a, \theta^n = dx^n + \Gamma^n_a dx^a)$. Адаптированным будем называть также базис $\vec{e}_a = \partial_a - \Gamma^n_a \partial_n$ как базис, определяемый адаптированной картой. Заметим, что $\partial_n \Gamma^n_a = 0$.

Распределение D может рассматриваться как тотальное пространство векторного расслоения (M, D, π), где $\pi : D \to M$ — естественная проекция. Каждой адаптированной карте $K(x^\alpha)$ на многообразии X ставится в соответствие карта $\tilde{K}(x^\alpha, x^{n+\alpha})$ на многообразии D, где $x^{n+\alpha}$ — координаты допустимого вектора в базисе $\vec{e}_a = \partial_a - \Gamma^n_a \partial_n$. Таким образом, D есть гладкое многообразие размерности $2n-1$.

Предположим, что на многообразии D задана функция $L(x^\alpha,\, x^{n+a})$ такая, что выполняются следующие условия:

1) L — гладкая положительная функция на $D^0 = D\backslash\vec{0}$;

2) L — положительна, однородна, степени 1 относительно слоевых координат;

3) квадратичная форма $L^2_{\cdot a \cdot b}\xi^a\xi^b = \dfrac{\partial^2 L^2}{\partial\, x^{n+a}\partial\, x^{n+b}}\xi^a\xi^b$ положительно определена.

Назовем (M, D, F) субфинслеровым многообразием коразмерности 1.

Тензорное поле, заданное на многообразии M, назовем допустимым (к распределению D), если оно обращается в нуль каждый раз, когда его векторный аргумент принадлежит оснащению $D^{\perp}$, а ковекторный аргумент коллинеарен форме η. Координатное представление допустимого тензорного поля типа (p, q) в адаптированной карте имеет вид: $t = t^{a_1\ldots a_p}_{b_1\ldots b_q}\vec{e}_{a_1} \otimes \ldots \otimes \vec{e}_{a_p} \otimes dx^{b_1} \otimes \ldots \otimes dx^{b_q}$.

Рассмотрим D как пространство векторного расслоения. В этом случае, в частности, D является гладким многообразием размерности $2n-1$. Как было показано в [5], наличие структуры субфинслерова пространства позволяет превратить D в почти контактное метрическое пространство. А именно определим на многообразии D почти контактную метрическую структуру $(\tilde{D}, \tilde{g}, J, d(\pi^* \circ \eta), D)$, полагая $\tilde{g}(\vec{\varepsilon}_a, \vec{\varepsilon}_b) = \tilde{g}(\partial_{n+a}, \partial_{n+b}) = g(\vec{e}_a, \vec{e}_b)$, $\tilde{g}(\vec{\varepsilon}_a, \partial_n) = \tilde{g}(\partial_{n+a}, \partial_n) = 0$, $J(\vec{\varepsilon}_a) = \partial_{n+a}$, $J(\partial_{n+a}) = -\vec{\varepsilon}_a$, $J(\partial_n) = 0$, где $\tilde{D} = \pi_*^{-1}(D)$, $\tilde{D} = HD \oplus VD$, VD — вертикальное распределение на тотальном пространстве D, а HD — горизонтальное распределение, определяемое внутренней нелинейной связностью финслерова типа. Векторные поля $(\vec{\varepsilon}_a = \partial_a - \Gamma^n_a\partial_n - \Gamma^b_{ac}x^{n+c}\partial_{n+b}, \partial_n, \partial_{n+a})$ определяют на D поле неголономных базисов, а формы $(dx^a, \theta^n = dx^n + \Gamma^n_a dx^a, \theta^{n+a} = dx^{n+a}\Gamma^a_{bc}x^{n+b}dx^c)$ — соответствующее поле кобазисов. Здесь $\Gamma^a_{bc} = \partial_{n+c}G^a_b$, где $G^a_b = \dfrac{\partial G^a}{\partial x^{n+b}}$, $G^a = \dfrac{1}{4}g^{ab}\Big(\dfrac{\partial^2 L^2}{\partial x^{n+b}\partial x^c}\partial x^{n+c} - \dfrac{\partial L^2}{\partial x^b}\Big)$ [4]. Легко показать, что векторное поле ∂_n является полем Риба для почти контактной метрической структуры $(\tilde{D}, \tilde{g}, J, d(\pi^* \circ \eta))$. Наличие почти контактной метрической структуры на D позволяет рассмотреть на этом многообразии дифференциальные формы специального вида. А именно будем называть допустимую (к распределению $\tilde{D}$) форму $(p+q)$ — формой, если она может быть отлична от нуля только в тех случаях, когда p ее аргументов принадлежат HD, а q аргументов — VD. Если $D = TM$, то формы такого типа рассматривались, например, в [1]. В нашем случае от форм типа (p, q) требуется больше, чем в [1], ядро заданных таким образом форм должно содержать вектор Риба ∂_n. В этом случае форма типа (p, q) представляет собой допустимую форму к распределению $\tilde{D}$. Для того чтобы дифференциал такой формы давал снова допустимую форму, достаточно потребовать, чтобы частные производные от компонент формы вдоль поля Риба обращались в ноль.

Пусть $\Omega^0(D)$ — кольцо гладких функций на D и $\Omega^{p,q}(D)$ — модуль допустимых (p, q) форм на многообразии $(D, \tilde{g})$. Мы имеем следующее разложение модуля допустимых r-форм на D:

$$\Omega^r =_{p+q=r} \cup\Omega^{p,q}(D).$$

Локально форма $\omega \in \Omega^{p,q}(D)$ имеет следующее выражение:

$$\omega = \omega_{a_1\ldots a_p b_1\ldots b_q} dx^{a_1} \wedge \ldots \wedge dx^{a_p} \wedge \theta^{n+1} \wedge \ldots \wedge \theta^{n+q}.$$

Рассмотрим модуль (p, q)-форм и потребуем, чтобы $\dfrac{\partial}{\partial x^n}(\omega_{a_1\ldots a_p b_1\ldots b_q}) = 0$.

Вычислим дифференциал

$$d\theta^{n+a} = \sum_{k<j} R^i_{jk} dx^k \wedge dx^j + \sum_{k,j} \frac{G^i_j}{\partial y^k} \theta^{n+k} \wedge dx^j.$$

Пусть $d_{01} : \Omega^{p,q}(D) \to \Omega^{p,q+1}(D)$ — отображение на $(D, \tilde{g})$, локально определяемое следующим образом:

$$d_{01}\omega = \frac{\partial \omega_{a_1 \ldots a_p b_1 \ldots b_q}}{\partial x^{n+a}} \theta^{n+a} \wedge dx^{a_1} \wedge \ldots \wedge dx^{a_p} \wedge \theta^{n+1} \wedge \ldots \wedge \theta^{n+q}.$$

Нетрудно проверить, что определение d_{01} не зависит от выбора адаптированной системы координат. В результате очевидных вычислений получаем $d^2_{01} = 0$.

Если $f \in \Omega^0(D)$, то локально имеем: $d_{01} f = \dfrac{\partial f}{\partial x^{n+a}} \theta^{n+a}$.

$(0, q)$-форма называется d_{01}-точной, если существует форма $f \in \Omega^{0,q-1}(D)$ такая, что $\omega = d_{01} f$, и называется d_{01}-замкнутой, если $d_{01}\omega = 0$. Продолжая лемму Паункаре на наш случай, замечаем, что локально каждая d_{01}-замкнутая форма является точной.

Пусть $Z^{0,q}(D)$ — группа d_{01}-замкнутых $(0, q)$-форм и $B^{0,q}(D)$ — группа d_{01}-точных форм. Ясно, что $B^{0,q}(D)$ — подгруппа группы $Z^{0,q}(D)$.

Группы когомологий де Рама, определяемые последовательностью

$$\Omega^0(D) \xrightarrow{d_{01}} \Omega^{0,1}(D) \xrightarrow{d_{01}} \Omega^{0,2}(D) \xrightarrow{d_{01}} \ldots,$$

будем называть v-когомологиями. Здесь $d_{01}(\Omega^{0,q-1}(D)) = B^{0,q}(D)$, $\operatorname{Ker} d_{01} = \{\omega \in \Omega^{0,q}(D), d_{01}\omega = 0\} = Z^{0,q}(D)$, $H^v_q(D) = Z^{0,q}(D)/B^{0,q}(D)$.

Рассмотрим субфинслерово многообразие (M, D, F). Пусть $D' \subset D$ — инволютивное распределение размерности m_2. В дальнейшем индексы изменяются следующим образом: $i = 1, \ldots, m_1$, $u = m_1 + 1, \ldots, n-1$, $m_1 + m_2 = n - 1$. Среди адаптированных карт выберем такие, что $D' = \operatorname{span}(\partial_u)$. Пусть $\mathscr{F}$ — слоение, определяемое распределением $D^{'}$. Любые две адаптированные карты связаны преобразованиями вида

$$x^{i'} = x^{i'}(x^i), \qquad x^{u'} = x^{u'}(x^i, x^u), \qquad x^{n'} = x^{n'}(x^i, x^u, x^n).$$

Соответствующие локальные координаты на многообразии D примут вид $(x^i, x^u, x^n, x^{n+i}, x^{n+u})$. Зададим инволютивное распределение $D^{''}$ равенством $D^{''} = \operatorname{span}\left(\vec{\varepsilon}_u, \dfrac{\partial}{\partial x^{n+u}}\right)$. Инволютивность распределения $D^{''}$ позволяет ввести в рассмотрение слоение $\mathscr{F}_D$ таким образом, чтобы $T\mathscr{F}_D = D^{''}$.

Будем говорить, что слоение $\mathscr{F}$ совместимо с финслеровой структурой на D, если в локальных координатах в окрестности точки $(x^\alpha, x^{n+a}) \in D$ компоненты $g_{uv} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2 F^2}{\partial x^{n+u}\partial x^{n+v}}$ являются элементами невырожденной матрицы. Кроме того, функции G^a удовлетворяют отношению $\dfrac{\partial G^a}{\partial x^{n+u}} = 0$. Таким образом, $\vec{\varepsilon}_u = \dfrac{\partial}{\partial x^u}$.

Для уточнения форм типа (p, q), определенных выше, и для определения нового аналога внешнего дифференциала введем в рассмотрение пространства $H\mathscr{F}_D = \operatorname{span}(\vec{\varepsilon}_u)$, $HD = L_1 \oplus H\mathscr{F}_D$ и $L_1 = \operatorname{span}(\vec{\xi}_i)$, где $\vec{\xi}_i = \vec{\varepsilon}_i - t^u_i \vec{\varepsilon}_u$.

Для вычисления коэффициентов t^u_i используются следующие равенства:

$$\tilde{g}(\vec{\xi}_i, \vec{\varepsilon}_v) = \tilde{g}(\vec{\varepsilon}_i - t^u_i \vec{\varepsilon}_u, \vec{\varepsilon}_v) = \tilde{g}(\vec{\varepsilon}_i, \vec{\varepsilon}_v) - t^u_i \tilde{g}(\vec{\varepsilon}_u, \vec{\varepsilon}_v) = 0.$$

Следующая цепочка импликаций позволяет получить явное выражение для t^u_i:

$$\tilde{g}_{iv} - t^v_i \tilde{g}_{uv} = 0 \Rightarrow g_{iv} - t^v_i g_{uv} = 0 \Rightarrow g_{iv} g^{vw} - t^u_i \delta^w_u = 0 \Rightarrow t^w_i = g_{iv} g^{vw}.$$

Векторные поля на TD, локально заданные как $\vec{\xi}_i = \vec{\varepsilon}_i - t^u_i \vec{\varepsilon}_u$, $\vec{\tau}_i = \partial_{n+i} - t^u_i \partial_{n+u}$, ортогональны $\{\vec{\varepsilon}_u\}$ и $\left\{\dfrac{\partial}{\partial x^{n+u}}\right\}$ относительно метрики $\tilde{g}$, где $\{t^u_i\}$ есть решение системы $g_{iv} - t^v_i g_{uv} = 0$.

Таким образом, всякое векторное поле $\vec{X} \in \Gamma(TD)$ имеет следующее разложение:

$$\vec{X} = X^a\vec{\varepsilon}_a + X^n\partial_n + X^{n+a}\partial_{n+a} = X^i\vec{\varepsilon}_i + X^u\vec{\varepsilon}_u + X^n\partial_n + X^{n+i}\partial_{n+i} + X^{n+u}\partial_{n+u} =$$
$$= X^i\vec{\xi}_i + (X^u + t_i^u X^i)\vec{\varepsilon}_u + X^n\partial_n + X^{n+i}\vec{\tau}_i + (X^{n+u} + t_i^u X^{n+i})\partial_{n+u}.$$

Базис $(\vec{\xi}_i, \vec{\varepsilon}_u, \partial_n, \vec{\tau}_i, \partial_{n+u})$ адаптирован к $\mathscr{F}_D$ и к вертикальному слоению. Обозначим через $T^{\perp}\mathscr{F}_D$ ортогональное к $T\mathscr{F}_D$ распределение относительно метрики Сасаки – Финслера $\tilde{g}$.

Введем в рассмотрение следующие векторные поля: вертикально-касательные, горизонтально-касательные, вертикально-трансверсальные, горизонтально-трансверсальные. Первые два типа векторных полей являются вертикальными и горизонтальными компонентами сечения $T\mathscr{F}_D$ соответственно. Два других типа — вертикальными и горизонтальными компонентами сечения $T^{\perp}\mathscr{F}_D$. Для введенных совокупностей векторных полей будем использовать соответственно следующие обозначения: $V\mathscr{F}_D$, $H\mathscr{F}_D$, $V^{\perp}\mathscr{F}_D$, $H^{\perp}\mathscr{F}_D$.

Таким образом, $\tilde{D} = H^{\perp}\mathscr{F}_D \oplus H\mathscr{F}_D \oplus \tilde{D}^{\perp} \oplus V^{\perp}\mathscr{F}_D \oplus V\mathscr{F}_D$. Локально $H^{\perp}\mathscr{F}_D = \operatorname{span}(\vec{\xi}_i)$, $H\mathscr{F}_D = \operatorname{span}(\vec{\varepsilon}_u)$, $\tilde{D}^{\perp} = \operatorname{span}(\partial_n)$, $V^{\perp}\mathscr{F}_D = \operatorname{span}(\vec{\tau}_i)$, $V\mathscr{F}_D = \operatorname{span}(\partial_{n+u})$.

Кобазис, двойственный базису $(\vec{\xi}_i, \vec{\varepsilon}_u, \partial_n, \vec{\tau}_i, \partial_{n+u})$, имеет вид $(dx^i, \theta^u, \theta^n, \theta^{n+i}, \eta^u)$, где $\theta^u = dx^u + t_i^u dx^i$, $\eta^u = \theta^{n+u} + t_i^u\theta^{n+i}$.

$(0,q)$-форму ω назовем $(0,s,t)$-формой, если $s+t=q$, и она отлична от нуля только в том случае, когда s-аргументов в $V^{\perp}\mathscr{F}_D$ и t-аргументов в $V\mathscr{F}_D$.

Обозначим пространство $(0,s,t)$-форм через $\Omega^{0,s,t}(D)$, тогда

$$\Omega^{0,q}(D) = \cup_{s+t=q}\Omega^{0,s,t}(D).$$

В результате действия дифференциала d_{01} на $(0,s,t)$-форму

$$\omega = \alpha_{i_1\dots i_s u_1\dots u_t}\theta^{n+i_1} \wedge \dots \wedge \theta^{n+i_s} \wedge \eta^{u_1} \wedge \dots \wedge \eta^{u_t}$$

получаем:

$$d_{01}\omega = \vec{\tau}_i(\alpha_{i_1\dots i_s u_1\dots u_t})\theta^{n+i} \wedge \theta^{n+i_1} \wedge \dots \wedge \theta^{n+i_s} \wedge \eta^{u_1} \wedge \dots \wedge \eta^{u_t} +$$
$$+(-1)^s\frac{\partial\alpha_{i_1\dots i_s u_1\dots u_t}}{\partial x^{n+u}}\theta^{n+i_1} \wedge \dots \wedge \theta^{n+i_s} \wedge \eta^u \wedge \eta^{u_1} \wedge \dots \wedge \eta^{u_t}.$$

Используя полученное выражение, определим следующий аналог внешнего дифференциала:

$$d_{0,0,1} : \Omega^{0,s,t}(D) \to \Omega^{0,s,t+1}(D)$$

так, что

$$d_{0,0,1}\omega = (-1)^s\frac{\partial\alpha_{i_1\dots i_s u_1\dots u_t}}{\partial x^{n+u}}\theta^{n+i_1} \wedge \dots \wedge \theta^{n+i_s} \wedge \eta^u \wedge \eta^{u_1} \wedge \dots \wedge \eta^{u_t}.$$

Из равенства $d_{01}^2 = 0$ следует $d_{0,0,1}^2 = 0$. Назовем фактор-группу

$$H_q^{v,t}(D) = Z^{0,0,q}(D)/B^{0,0,q}(D)$$

группой v,t-когомологией на D. Здесь $Z^{0,0,q}(D) = \{\omega \in \Omega^{0,0,q}(D), d_{0,0,1}\omega = 0\}$ — множество $d_{0,0,1}$-замкнутых $(0,0,q)$-форм. Множество $B^{0,0,q}(D) = d_{0,0,1}(\Omega^{0,q-1}(D))$ называется множеством $d_{0,0,1}$-точных $(0,0,q)$-форм.

Имеем следующие включения:

$$Z^{0,q}(D) \cap \Omega^{0,0,q}(D) \subset Z^{0,0,q}(D), \qquad B^{0,q}(D) \cap \Omega^{0,0,q}(D) \subset B^{0,0,q}(D).$$

Аналогом леммы Пуанкаре для оператора $d_{0,0,1}$ является следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть ω — $d_{0,0,1}$-замкнутая $(0,0,t)$-форма. Для каждой открытой области $U \in D$ существует $\gamma \in \Omega^{0,0,t-1}(U)$ такая, что $\omega = d_{0,0,1}\gamma$.*

Доказательство. Рассмотрим $(0,0,t)$-форму: $\omega = \alpha_{u_1\dots u_t}\eta^{u_1} \wedge \dots \wedge \eta^{u_t}$. Из равенства $d_{0,0,1}\omega = 0$ следует $d_{01}\omega = \vec{\tau}_i(\alpha_{u_1\dots u_t})\theta^{n+i} \wedge \eta^{u_1} \wedge \dots \wedge \eta^{u_t}$, $d_{01}\omega = 0(mod\,\theta^{n+1}, \dots, \theta^{n+i})$.

Воспользуемся тем, что оператор $d_{0,1}$ удовлетворяет лемме Пуанкаре. Тогда найдется такая $(0,t-1)$-форма φ, что

$$\omega = d_{0,0,1}\varphi(mod\,\theta^{n+1}, \dots, \theta^{n+i}).$$

Пусть γ — $(0,0,t-1)$-компонента φ. Тогда имеем следующее равенство:

$$\omega = d_{0,0,1}\gamma + \mu_{n+i}\theta^{n+i},$$

где μ_{n+i} — $(0,t-1)$-форма. Получим $\omega = d_{0,0,1}\gamma$, поэтому каждая $d_{0,0,1}$-замкнутая является локально $d_{0,0,1}$-точной. □

Библиографический список

1. *Manea A.* Cohomology of foliated Finsler manifolds // Bulletin of the Transilvania University of Brasov. Ser. III : Mathmatics, Informatics, Physics. 2011. Vol 4(53), № 2. P. 23–30.
2. *Bejancu A., Farran H. R.* Finsler geometry and natural foliations on the tangent bundle // Reports on Math. Physics. 2006. Vol. 58, № 1. P. 131–146.
3. *Vaisman I.* Cohomology and differential forms. N. Y. : Marcel Dekker Inc., 1973.
4. *Букушева А. В., Галаев С. В.* Почти контактные метрические структуры, определяемые связностью над распределением с допустимой финслеровой метрикой // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2012. Т. 12, вып. 3. С. 17–22.
5. *Galaev S. V.* Contact structures with admissible Finsler metrics // Physical Interpretation of Relativity Theory : Proc. of Intern. Meeting. Moscow, 4–7 July 2011. Moscow : BMSTU, 2012. P. 80–87.

Foliation on Distribution with Finslerian Metric

A. V. Bukusheva

Saratov State University, 83, Astrakhanskaya str., Saratov, 410012, Russia, bukusheva@list.ru

A distribution D with a admissible Finsler metric is defined on a smooth manifold X. Let F be a foliation on X. On the distribution of D as on a smooth manifold foliation F corresponds to the foliation TF. Using this foliation and connection over distribution we define analog exterior derivative. Exterior differential forms is applied to a special form.

Key words: sub Finslerian manifold, interior connection, almost contact metric space, cohomology.

References

1. Manea A. Cohomology of foliated Finsler manifolds. *Bulletin of the Transilvania University of Brasov. Ser.* III : *Mathmatics, Informatics, Physics*, 2011, vol. 4(53), no. 2, pp. 23–30.
2. Bejancu A., Farran H. R. Finsler geometry and natural foliations on the tangent bundle. *Reports on Math. Physics*, 2006, vol. 58, no. 1, pp. 131–146.
3. Vaisman I. *Cohomology and differential forms*. New York, Marcel Dekker Inc., 1973.
4. Bukusheva A. V., Galaev S. V. Almost Contact Metric Structures Defined by Connection over Distribution with Admissible Finslerian Metric. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Math. Mech. Inform.*, 2012, vol. 12, iss. 3, pp. 17–22 (in Russian).
5. Galaev S. V. Contact structures with admissible Finsler metrics. *Physical Interpretation of Relativity Theory : Proc. of Intern. Meeting. Moscow,* 4–7 *July* 2011, Moscow, BMSTU, 2012, pp. 80–87.

УДК 517.5

СИНТЕЗ В ПОЛИНОМИАЛЬНОМ ЯДРЕ ДВУХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИОНАЛОВ

Т. А. Волковая

Преподаватель кафедры математики, информатики и методики их преподавания, Кубанский государственный университет, филиал в г. Славянске-на-Кубани, vta1987@yandex.ru

Пусть π — целая функция минимального типа при порядке $\rho = 1$, $\pi(D)$ — соответствующий дифференциальный оператор. Максимальное $\pi(D)$-инвариантное подпространство ядра аналитического функционала называется его $\mathbf{C}[\pi]$-ядром. $\mathbf{C}[\pi]$-ядром системы аналитических функционалов называется пересечение их $\mathbf{C}[\pi]$-ядер. В статье описаны условия, при которых $\mathbf{C}[\pi]$-ядро двух аналитических функционалов допускает синтез по корневым элементам оператора $\pi(D)$.

Ключевые слова: спектральный синтез, дифференциальный оператор бесконечного порядка, инвариантные подпространства, подмодули целых функций.