

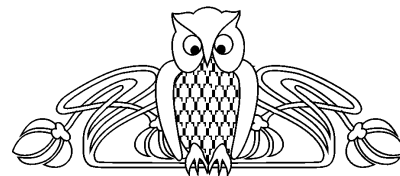


Библиографический список

1. Андрейченко Д. К., Андрейченко К. П. К теории комбинированных динамических систем // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2000. № 3. С. 54–69. [Andreichenko D. K., Andreichenko K. P. On the theory of hybrid dynamical systems // J. of Computer and Systems Sciences Intern. 2000. Vol. 39, № 3. P. 383–398.]
2. Андрейченко Д. К., Андрейченко К. П. К теории стабилизации спутников с упругими стержнями // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2004. № 6. С. 150–163. [Andreichenko D. K., Andreichenko K. P. On the theory of stabilization of satellites having elastic rods // J. of Computer and Systems Sciences Intern. 2004. Vol. 43, № 6. P. 973–986.]
3. Андрейченко Д. К., Андрейченко К. П. Динамический анализ и выбор параметров модели гироскопического интегратора линейных ускорений с плавающей платформой // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2008. № 4. С. 76–89. [Andreichenko D. K., Andreichenko K. P. Dynamic analysis and choice of parameters of a model of gyroscopic integrator of linear accelerations with floating platform // J. of Computer and Systems Sciences Intern. 2008. Vol. 47, № 4. P. 570–583.]
4. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа : в 2 т. Т.2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. М. : Физматлит, 2005. 424 с. [Kudryavtsev L. D. A short course of mathematical analysis. Harmonic analysis. Moscow : Phymathlit, 2005. Vol. 2. 424 p.]
5. Андрейченко Д. К. Эффективный алгоритм численного обращения интегрального преобразования Лапласа // Журн. вычисл. мат. и мат. физ. 2000. Т. 40, № 7. С. 1030–1044. [Andreichenko D. K. An Efficient Algorithm for Numerical Inversion of the Laplace Transform // Comp. Math. and Math. Phys. 2000. Vol. 40, № 7. P. 987–999.]

УДК 517.958

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МАТРИЦЫ ПОТОКОВ ПРИ РЕШЕНИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НА ГРАФЕ



Ю. В. Афанасенкова, Ю. А. Гладышев

Калужский государственный университет
им. К. Э. Циолковского
E-mail: dvoryanchikova_y@mail.ru

В работе дан конструктивный метод решения основных краевых задач для системы неоднородных дифференциальных уравнений на графе, удобный для использования ЭВМ. Система уравнений и условия согласования в вершинах выбраны, имея в виду приложение метода к теории переноса и другим проблемам неравновесной термодинамики.

Ключевые слова: граф, вершина, матрица потоков, внешний поток.

On the Use of Streams in the Matrix Solution of Boundary Value Problems for the Graph

Yu. V. Afanasenkova, Yu. A. Gladyshev

The paper presents a constructive method for solving the basic boundary value problems for systems of inhomogeneous differential equations on a graph, convenient to use on computer. The system of equations and matching conditions at the vertices are selected, taking into account the application of the method to the theory of transport and other issues of non-equilibrium thermodynamics.

Key words: graph, vertex matrix of flows, external flow.

Далее используется понятие геометрического графа, которое было введено Ю. В. Покорным с соавт. [1]. Однако используется не локальная (по ребру), а общая параметризация, когда выбрана единая, например, декартовая система координат. Это более удобно с точки зрения приложений. Примененный метод P -матрицы в принципе не связан с параметризацией графов и для его использования достаточно ориентированности графа.

Положим, что граф Γ включает n вершин и l ребер. Первоначально считаем, что граф не содержит петель и двух и более ребер, соединяющих одни и те же вершины.

В основу индексации положена нумерация вершин, на которую не положено каких-либо требований. Величина, отнесенная к вершине i обозначена индексом в скобках сверху как $\varphi^{(i)}$, $\psi^{(i)}$. Величины, относящиеся к ребру с вершинами i, j , нумеруются двумя индексами в скобках, например, $P^{(i,j)}$. Если величина имеет какие-либо индексы сверху, то (i, j) переносится вниз. Например, $X_{(i,j)}^{(n)}$.

Считаем, в силу конечного числа ребер, что не одно ребро не нормально к оси X . Граф ориентирован, поэтому можно ввести

Определение 1. Ребра, инцидентные вершине i в введенной системе координат, можно разделить однозначно на *инцидентные слева* γ_l и *справа* γ_r (рис. 1).

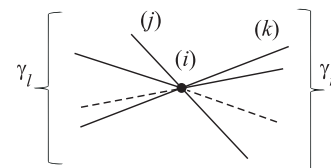


Рис. 1



Функция $F(x)$ на графе есть набор функций $f^{(i,j)}$, определенных на ребрах графа. Часто эти функции будем записывать в виде вектор-столбца, нумеруя одним индексом в соответствии с номером ребра. Далее функции будем часто обозначать греческими буквами $\varphi^{(i,j)}(x)$, $\psi^{(i,j)}(x)$ и т. д.

Определение 2. Функция F , определенная на графе Γ , называется *непрерывной в данной вершине* графа, если ее пределы, взятые по всем ребрам графа инцидентным этой вершине, равны $\lim \varphi^{(i)} = A$, где i — номер любого ребра инцидентного данной вершине.

Определение 3. Функция F , определенная на графе Γ , называется *суммарно непрерывной в вершине i* , если сумма ее значений по ребрам, инцидентным слева, равна сумме ее значений по ребрам, инцидентным справа, $\sum_{\gamma_l} f^{(i)} = \sum_{\gamma_r} f^{(i)}$.

Легко показать, что это определение не зависит от направления оси X системы координат. В частном случае, если слева ребер нет, то сумма равна нулю.

Если слева и справа имеем одно ребро, то возвращаемся к обычному понятию непрерывности функции. Если функция F , определенная на графе Γ , на всех его вершинах суммарно непрерывна, то функция $F(x)$ называется *суммарно непрерывна на графе Γ* .

Предположим, что на каждом ребре задана пара дифференциальных операторов вида

$$D_1^{(i,j)} = a_1^{(i,j)}(x) \frac{d}{dx}, \quad D_2^{(i,j)} = a_2^{(i,j)}(x) \frac{d}{dx}.$$

Здесь $a_1^{(i,j)}(x)$, $a_2^{(i,j)}(x)$ — непрерывные положительные на ребре функции переменной x .

Далее рассмотрим линейное пространство $C_G^{(1)}$ функций, непрерывных вдоль ребер и вершинах графа и имеющих суммарно непрерывную на вершинах графа D_1 -производную.

Имея в виду приложение результатов работы в теории переноса, в дальнейшем функции на ребре будем называть потенциалами и обозначать $\varphi^{(i,j)}$. Набор потенциалов на графе соответственно обозначим Φ . Поток $J^{(i,j)}$ на ребре (i, j) назовем D_1 -производную на этом ребре:

$$J_{(x)}^{(i,j)} = -D_1^{(i,j)} \varphi^{(i,j)}. \quad (1)$$

В теории теплопроводности $\varphi^{(i,j)}$ — это температура вдоль ребра, а $J^{(i,j)}$ — поток тепла в данном сечении ребра. В процессе диффузии $\varphi^{(i,j)}$ — это концентрация вещества, а в теории течения тока — это потенциал электрического поля, а $J^{(i,j)}$ — ток в данном сечении. В приложениях ребра графа реализуются как стержни или пластины [2].

Пусть функция Φ такова, что ее компоненты удовлетворяют системе дифференциальных уравнений вида

$$D_2^{(i,j)} D_1^{(i,j)} \varphi^{(i,j)} - m_k^2 \varphi^{(i,j)} = \psi^{(i,j)}(x). \quad (2)$$

Слагаемое $m_k^2 \varphi^{(i,j)}$ определяет внешний обмен на каждом ребре. Константа m_k определена для ребра номера k , определенного вершинами i, j , а функции $\psi^{(i,j)}(x)$, определяющие внешние условия, заданы.

Решение краевой задачи с краевыми условиями Дирихле для каждого ребра (i, j) считаем известным и, например, представленным в виде [3]:

$$\varphi^{(i,j)} = (\varphi_1^{(i)} - w^{(i,j)}(x_i)) \frac{\text{sh } m_k X(x, x_j)}{\text{sh } m_k X(x_i, x_j)} + (\varphi_2^{(j)} - w^{(i,j)}(x_j)) \frac{\text{sh } m_k X(x, x_i)}{\text{sh } m_k X(x_j, x_i)} + w^{(i,j)}(x), \quad (3)$$

где $\varphi_1^{(i)}$, $\varphi_2^{(j)}$ — заданные значения потенциалов на концах ребра, $w^{(i,j)}(x)$ — любое решение неоднородного уравнения (2), а $\text{sh } mX$ — ряды по обобщенным степеням Берса [3]. Использование аппарата обобщенных степеней не обязательно для построения матрицы потоков, так как единственное требование это существование решения (3), имеющего ноль в точке x_i и отличную от нуля D_1 -производную в этой точке.

Исходим из предложения, что $\varphi^{(i,j)}$ — решение краевой задачи с краевыми условиями Дирихле для каждого ребра и, следовательно, по [4] известна матрица потоков P , которая устанавливает связь потенциалов φ и потоков на концах ребра (i, j) :

$$J_1^{(i,j)} = P_{11}^{(i,j)} \varphi_1^{(i)} + P_{12}^{(i,j)} \varphi_2^{(j)} + Q_1^{(i,j)}, \quad J_2^{(i,j)} = P_{21}^{(i,j)} \varphi_1^{(i)} + P_{22}^{(i,j)} \varphi_2^{(j)} + Q_2^{(i,j)}. \quad (4)$$



Потоки $J_1^{(i,j)}$, $J_2^{(i,j)}$ справа в точке j и слева в точке i связаны с ориентацией графа. Потенциалы в $\varphi^{(i)}$, $\varphi^{(j)}$ в вершинах i, j , полученные как односторонние (справа и слева) пределы из внутренней области ребра (i, j) . Элементы матрицы по (1) определены как

$$\begin{aligned} P_{11}^{(i,j)} &= -\frac{m_k \operatorname{ch} m_k \tilde{X}(x_i, x_j)}{\operatorname{sh} m_k X(x_i, x_j)}, & P_{12}^{(i,j)} &= -\frac{m_k}{\operatorname{sh} m_k X(x_j, x_i)}, \\ P_{21}^{(i,j)} &= -\frac{m_k}{\operatorname{sh} m_k X(x_i, x_j)}, & P_{22}^{(i,j)} &= -\frac{m_k \operatorname{ch} m_k \tilde{X}(x_j, x_i)}{\operatorname{sh} m_k X(x_j, x_i)}, \end{aligned} \quad (5)$$

причем k — номер ребра с вершинами i, j .

Дополнительные потоки, зависящие от $\psi^{(i,j)}$, определены в виде

$$\begin{aligned} Q_1^{(i,j)} &= -P_{11}^{(i,j)} w^{(i,j)}(i) - P_{12}^{(i,j)} w^{(i,j)}(i) + D_1^{(i,j)} w^{(i,j)}(i), \\ Q_2^{(i,j)} &= -P_{21}^{(i,j)} w^{(i,j)}(j) - P_{22}^{(i,j)} w^{(i,j)}(j) + D_1^{(i,j)} w^{(i,j)}(j). \end{aligned}$$

Напомним, что $w^{(j,i)}$ есть частное решение неоднородного уравнения (2) для каждого ребра.

Если $x_i < x_j$, то P_{11}, P_{21} положительны, так как $\operatorname{sh} m_k X(x_i, x_j) < 0$, а P_{12}, P_{22} отрицательны, определитель матрицы P с элементами (5) отличен от нуля, если $x_i \neq x_j$ и равен 1.

Поставим краевую задачу с краевыми условиями Дирихле на графе, когда на граничных вершинах задано значение потенциала

$$\varphi^{(i)}(x_i) = \varphi_i^{(i)}, \quad i \notin E, \quad x_i \in \partial G. \quad (6)$$

Известно, что такая задача имеет единственное решение [1]. Если возможно найти потенциалы всех внутренних вершин, то учитывая выражение (3), потенциал будет определен в любой точке G .

Решение Φ поставленной краевой задачи (6) будем искать в пространстве непрерывных на графе функций, имеющих суммарно непрерывную D_1 -производную: $\Phi \in C_G^{(1)}$. Используя введенные выше обозначения, условие на разрыв суммарной непрерывности D_1 -производной для вершины номера i запишем:

$$\sum_{j \in \gamma_l(i)} [P_{21}^{(j,i)} \Phi(j) + P_{22}^{(j,i)} \Phi(i) + Q_2^{(j,i)}] + J_2^{(i)} = \sum_{k \in \gamma_r(i)} [P_{11}^{(i,k)} \Phi(i) + P_{12}^{(i,k)} \Phi(k) + Q_1^{(i,k)}]. \quad (7)$$

Здесь $J_e^{(i)}$ — внешний поток, поступающий в i -ю вершину слева, а $l(i), r(i)$ — множество вершин, инцидентных i -й вершине слева и справа соответственно (см. рис. 1).

Назовем систему (7) основной системой соотношений для переноса на графе. Если все потенциалы заданы, то система соотношений определяет связь между потенциалами $\varphi^{(i)}$ и потоками, т. е. определяет матрицу P для графа, все вершины которого имеют заданные потенциалы.

В зависимости от того, какая задача поставлена, т. е. от того, какие величины считать заданными, а какие искомыми, система (7) решает различные задачи [5].

Кроме известного деления вершин графа на внешние принадлежащие границе ∂G графа и внутренние, введем еще два определения.

Определение 4. Вершина i , называется *определенной по потенциалу*, если по всем ребрам, инцидентным этой вершине, пределы со стороны ребер графа функции $\varphi^{(i,j)}$ равны, и значение этого предела задано:

$$\lim \varphi^{(i)} = \varphi_0^{(i)}(i). \quad (8)$$

Определение 5. Назовем вершину, *определенной по потоку*, если внешний поток $J_e^{(i)}$ задан. В частности, если поток $J_e^{(i)} = 0$, то вершина закрыта по потоку.

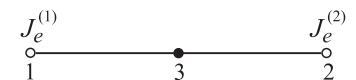


Рис. 2

Например, приведем простейший граф из двух ребер (рис. 2).

В этом примере граничные точки (1) и (2) определены по потенциалу, а точка (3) определена по потоку $J_e^{(3)} = 0$ и, следовательно, закрыта. Система уравнений (7) имеет вид для всех трех вершин

$$\begin{aligned} J_e^{(i)} &= P_{11}^{(1,3)} \varphi^{(1)} + P_{12}^{(1,3)} \varphi^{(3)}, \\ P_{21}^{(1,3)} \varphi^{(1)} + P_{22}^{(1,3)} \varphi^{(3)} &= P_{11}^{(3,2)} \varphi^{(3)} + P_{12}^{(3,2)} \varphi^{(3)}, & P_{21}^{(3,2)} \varphi^{(3)} + P_{22}^{(3,2)} \varphi^{(2)} + J_e^{(2)} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$



Второе уравнение дает возможность определить потенциал $\varphi^{(3)}$. Таким образом, поставлено решение краевой задачи с краевыми условиями Дирихле. Одновременно получена матрица P для системы двух соединённых ребер. Приведенный пример показывает метод решения краевой задачи (6) в общем случае. Проведем нумерацию вершин таким образом, чтобы первые номера определяли граничные точки, на которых потенциалы заданы, т.е. поставлена задача (4). Последние s вершины считаем закрытыми по внешнему потоку $J_e^{(i)} = 0, i \geq n + s - s$.

Поскольку нумерация была проведена произвольно, можно полагать, что она учитывает порядок закрытия. Поскольку потенциалы были произвольны, то последние s потенциалов $\varphi^{(n-s+1)}, \dots, \varphi^{(n)}$ определяются из системы (8) через начальные по нумерации (заданные) потенциалы $\varphi^{(1)}, \dots, \varphi^{(n-s)}$. Они будут функциями потенциалов открытых вершин, которые считаем заданными. Запишем на основе (1) систему для определения потенциалов закрытых вершин:

$$\sum_{j \in l(i), j \geq n-s+1} P_{21}^{(j,i)} \varphi^{(j)} + \left[\sum_{j \in l(i)} P_{22}^{(j,i)} - \sum_{k \in r(i)} P_{11}^{(i,k)} \right] \varphi^{(i)} - \sum_{\substack{k \in r, \\ k > n-s+1}} P_{12}^{(i,k)} \varphi^{(k)} =$$

$$= - \sum_{\substack{j \in l(i), \\ j \geq n-s+1}} P_{21}^{(j,i)} \varphi^{(i)} + \sum_{\substack{k \in r, \\ k > n-s+1}} P_{12}^{(i,k)} \varphi^{(k)} - \sum_{j \in l(i)} Q_2^{(j,i)} + \sum_{k \in r(i)} Q_1^{(i,k)}, \quad i = n - s + 1, \dots, n. \quad (10)$$

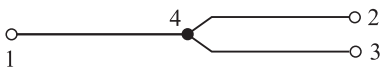


Рис. 3

Легко проверить, что из (10) получается результат первого примера, приведенный в (7).

Приведем пример контакта трех ребер в вершине, данный на рис. 3.

Запишем условия для всех четырех вершин, считая вершину 4 закрытой:

$$J_e^{(1)} = P_{11}^{(1,4)} \varphi^{(1)} + P_{12}^{(1,4)} \varphi^{(4)}, \quad (11)$$

$$J_e^{(2)} + P_{21}^{(4,2)} \varphi^{(4)} + P_{22}^{(4,2)} \varphi^{(2)} = 0, \quad (12)$$

$$J_e^{(3)} + P_{21}^{(4,3)} \varphi^{(4)} + P_{22}^{(4,3)} \varphi^{(3)} = 0, \quad (13)$$

$$P_{21}^{(1,4)} \varphi^{(1)} + P_{22}^{(1,4)} \varphi^{(4)} = P_{11}^{(4,2)} \varphi^{(4)} + P_{12}^{(4,2)} \varphi^{(2)} + P_{11}^{(4,3)} \varphi^{(4)} + P_{12}^{(4,3)} \varphi^{(3)} = 0,$$

где $J_e^{(4)} = 0$.

Отсюда найдем $\varphi^{(4)}$:

$$\varphi^{(4)} = \frac{-P_{21}^{(1,4)} \varphi^{(1)} + P_{12}^{(4,2)} \varphi^{(2)} + P_{12}^{(4,3)} \varphi^{(3)}}{P_{22}^{(1,4)} - P_{11}^{(4,2)} - P_{11}^{(4,3)}}.$$

Подставим в (11)–(13) это выражение $\varphi^{(4)}$ и найдем матрицу

$$J_e^{(1)} = \left(P_{11}^{(1)} - \frac{P_{21}^{(1)} P_{12}^{(1)}}{\Delta} \right) \varphi^{(1)} + \frac{P_{12}^{(1)} P_{12}^{(2)}}{\Delta} \varphi^{(2)} + \frac{P_{12}^{(1)} P_{12}^{(3)}}{\Delta} \varphi^{(3)},$$

$$J_e^{(2)} = - \frac{P_{21}^{(2)} P_{21}^{(1)}}{\Delta} \varphi^{(1)} + \left(P_{22}^{(2)} + \frac{P_{21}^{(2)} P_{12}^{(2)}}{\Delta} \right) \varphi^{(2)} + \frac{P_{21}^{(3)} P_{12}^{(3)}}{\Delta} \varphi^{(3)},$$

$$J_e^{(3)} = - \frac{P_{21}^{(3)} P_{21}^{(1)}}{\Delta} \varphi^{(1)} - \frac{P_{21}^{(3)} P_{12}^{(3)}}{\Delta} \varphi^{(2)} + \left(P_{22}^{(3)} + \frac{P_{21}^{(3)} P_{12}^{(3)}}{\Delta} \right) \varphi^{(3)},$$

где $\Delta = P_{22}^{(1,4)} - P_{11}^{(4,2)} - P_{11}^{(4,3)}$.

Закрывать вершины можно последовательно, начиная с n вершины. После закрытия n -й вершины, причем эта операция всегда выполнима, так как выражение при $\varphi^{(n)}$ всегда отлично от нуля. Этот факт следует из свойств матрицы P для одного ребра.

Обратим внимание, что метод дает возможность построения функции Грина, если рассматривать особенность решения (7), как разрыв суммарной непрерывности искомой функции, при этом $J_e^{(n)}$ задано, т.е. вершина определена по потоку. Первоначально поставленное условие об отсутствии двух и более ребер, соединяющих две вершины j и i легко снимаются, так как P -матрица таких ребер находится как сумма матриц этих параллельно включенных ребер. Так как объем сообщения ограничен, то все, даже более интересные, задачи с граничными условиями типа Неймана будут рассмотрены в другой статье. Отметим только, что их решения основаны на соотношениях (7).

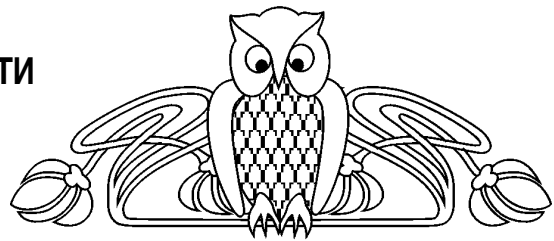


Библиографический список

1. Покорный Ю. В., Пенкин О. М., Прядиев В. Л., Боровских А. В., Лазарев К. П., Шабров С. А. Дифференциальные уравнения на геометрических графах. М. : Физматлит, 2004. 272 с. [Pokornyi Y. V., Penkin O. M., Pryadiev V. L., Borowski A. V., Lazarev K. P., Shabrov S. A. Differential equations on geometric graphs. Moscow : Fizmatlit. 2004. 272 p.]
2. Гладышев Ю. А., Лошкарева Е. А. Моделирование процесса теплопроводности в материале трубы при наличии внешнего и внутреннего продольного оребрения // Современные проблемы прикладной математики, теории управления и математического моделирования «ПМТУММ-2012». Воронеж : Издат.-полиграф. центр ВГУ, 2012. С. 86–88. [Gladyshev Y. A., Loshkareva E. A. Modeling of the thermal conductivity of the material in the pipe with an external and internal longitudinal fins // Recent developments in applied mathematics, control theory, and mathematical modeling «PMTUMM-2012». Voronezh, 2012. P. 86–88.]
3. Гладышев Ю. А. Метод обобщенных степеней Берса и его приложения. Калуга : КГУ, 2011. 201 с. [Gladyshev Y. A. The method of generalized degrees of Bers and its applications. Kaluga : KGU, 2011. 201 p.]
4. Гладышев Ю. А., Афанасенкова Ю. В. Об одном методе решения второй краевой задачи на графе // Современные проблемы теории функций и их приложения : материалы 16-й Саратов. зимней шк. Саратов : Научная книга, 2012. С. 48–49. [Gladyshev Y. A., Afanasenkova Y. V. A method for the second boundary value problem on a graph // Modern problems of functions theory and their applications : Proc. of the 16th Sarat. Winter School. Saratov, 2012. P. 48–49.]
5. Гладышев Ю. А., Афанасенкова Ю. В. Об использовании матрицы потоков и матрицы потенциалов при решении задач теории переноса // Современные проблемы теории функций и их приложения : материалы 16-й Саратов. зимней шк. Саратов : Научная книга, 2012. С. 49–51. [Gladyshev Y. A., Afanasenkova Y. V. On the use of the matrix of flows and the potential matrix in the solution of problems in the theory of transference // Modern problems of functions theory and their applications : Proc. of the 16th Sarat. Winter School. Saratov, 2012. P. 49–51.]

УДК 517.51

НОВЫЕ ОЦЕНКИ ВЕЛИЧИН ПОГРЕШНОСТИ АППРОКСИМАЦИИ ПРОИЗВОДНЫХ ПРИ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ФУНКЦИИ МНОГОЧЛЕНАМИ ТРЕТЬЕЙ СТЕПЕНИ НА ТРЕУГОЛЬНИКЕ



Н. В. Байдакова

Институт математики и механики УрО РАН
E-mail: baidakova@imm.uran.ru

Рассматривается один из способов выбора условий интерполяции многочленами третьей степени на треугольнике, порождающий непрерывную результирующую кусочно-полиномиальную функцию на триангулированной области. Получено усиление оценок сверху величин погрешности аппроксимации производных третьего порядка интерполируемой функции без снижения точности оценок величин погрешности аппроксимации функции и производных первого и второго порядков.

Ключевые слова: многомерная интерполяция, метод конечных элементов.

New Estimates of the Error of Approximation of Derivatives under Interpolation of a Function on a Triangle by Polynomials of the Third Degree

N. V. Baidakova

We consider a method of interpolation by polynomials of the third degree which gives continuity of the resulting piecewise polynomial function on the triangulated domain. We get improved estimates for the error of approximation of derivatives of order 3 and keep accuracy of other estimates.

Key words: multidimensional interpolation, finite element method.

Пусть функция f , определенная на триангулированной области $\Omega \subset \mathbf{R}^2$, принадлежит множеству W^4M функций, непрерывных на Ω вместе со всеми своими частными производными до 4-го порядка включительно, у которых все производные 4-го порядка ограничены по модулю константой M . На каждом треугольнике из триангуляции для f строится интерполяционный многочлен типа Биркгофа 3-й степени по совокупности переменных такой, чтобы результирующая кусочно-полиномиальная функция была непрерывна на Ω . В силу того что речь идет о локальных методах построения кусочно-полиномиальной функции на Ω , далее можно ограничиться рассмотрением одного треугольника триангуляции.

Пусть T — произвольный треугольник, на котором интерполируется функция f ; a_i ($i = 1, 2, 3$) — вершины T ; α, β, θ — углы при вершинах a_1, a_2, a_3 соответственно. Поместим треугольник T в пря-