



Здесь $T_1 > 1$ — заданное значение тягового усилия на платформе.

Таким образом, предложенная здесь математическая модель глубоководного райзера, взаимодействующего с внутренним двухфазным потоком газожидкостной смеси (16)–(17), относится к классу связанных задач нелинейной гидроупругости сингулярно возмущенного типа (так как при $H > 1000$ м значение параметра μ в (16) $\mu < 10^{-3}$). Ее асимптотическое решение можно построить на основе использования алгоритма, предложенного в [3].

Библиографический список

1. Лойцанский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970. 904 с.
2. Кузнецов В.В. Моделирование статических характеристик глубоководных трубопроводов морских гидротехнических комплексов. Ч.1. Формулировка уравнений установившегося пространственного движения // Изв. вузов. Строительство. 1994. № 3. С. 69–72.
3. Кузнецов В.В. Моделирование статических характеристик глубоководных трубопроводов морских гидротехнических комплексов. Ч.2. Асимптотический анализ модельных уравнений // Изв. вузов. Строительство. 1994. № 4. С. 57–60.

УДК 501.1

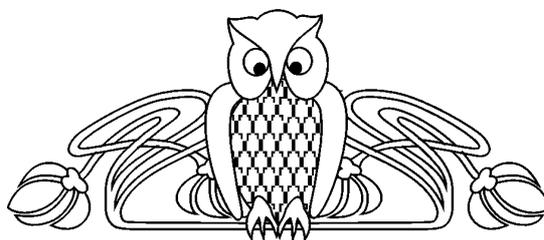
О МОДЕЛИРОВАНИИ КОЖИ ЧЕЛОВЕКА

А.Е. Федоров*, В.А. Самарцев**, А.А. Адамов***

*Пермский государственный технический университет, кафедра теоретической механики,

**Пермская государственная медицинская академия им. акад. Е.А. Вагнера, кафедра общей хирургии,

***Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук,
E-mail: * spider@perm.raid.ru, *** adamov@icmm.ru



On Modelling of the Human Skin

A.E. Fedorov, V.A. Samartsev, A.A. Adamov

В работе исследованы механические свойства кожи человека в случае малых и больших деформаций. Предложены модели, позволяющие описать вязкоупругое поведение кожи. Записаны определяющие соотношения для трехмерного напряженно-деформированного состояния. Определены параметры моделей, которые идентифицированы из экспериментов на одноосное растяжение кожных лоскутов.

The mechanical properties of the skin at small and finite deformations are investigated. The models are suggested approximating viscoelastic properties of the skin. The constitutive relations for three-dimensional stress-strain state are developed. Models parameters are determined by experiments in uniaxial tension of the skin specimens.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в области пластической, реконструктивной и эстетической хирургии делается большое количество операций, где кожа испытывает малые и большие деформации. Это восстановительные операции после различных ожогов, косметические операции по иссечению рубцов и закрытию дефектов на коже и т.д. Успех операции во многом зависит от напряжений, которые останутся после операции.

Для математического моделирования механического поведения кожи при этих операциях необходимы уравнения состояния, описывающие её поведение с учетом экспериментально наблюдаемых эффектов ползучести и релаксации.

Первые исследования кожи с точки зрения ее механических свойств были сделаны Дюпюитреном (Dupuytren) [1] в 1831 году во время расследования самоубийства в Париже. Он провел эксперименты на трупе и доказал, что раны на коже, сделанные конусообразным предметом, становятся похожими на линии и направления этих линий в различных частях тела отличаются.

Первая статья, посвященная анатомическому обобщению линий рассечений на коже, была написана Лангером (Langer) [2] в 1861 году. Им были обнаружены линии натяжения кожи (линии Лангера), а также был установлен факт, что кожа на теле человека имеет некоторое начальное натяжение.

По-видимому, эти явления объясняются тем, что ненатянутая кожа имеет значительное количество ненатянутых и скрученных волокон коллагена. Натяжение кожи ведет к распутыванию волокон, которые в итоге воспринимают деформацию, вызванную давлением содержимого тела или движениями сустава. Отсутствие натяжения кожи головы, ступней и ладоней, по-видимому, обусловлено характером нагрузок, действующих на эти участки кожи, и в соответствии с законом адаптации



структура кожи соответствует некоторым оптимальным образом тем нагрузкам, которые испытывает элемент кожи в процессе эволюции человека как биологического вида.

Исследованию механических свойств кожи посвящен широкий спектр работ [3–7], но определяющее соотношение, удобное для решения краевых задач и идентификации параметров, не предложено.

1. МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОЖИ ЧЕЛОВЕКА

Для построения определяющих соотношений существуют три подхода: макромеханический, микромеханический и мезомеханический. В работе [8] был использован макромеханический подход для построения определяющего соотношения кожи. Микромеханический подход основан на анализе взаимодействий, имеющих место между атомами или молекулами вещества, что представляет существенные трудности и на данный момент не позволяет построить определяющее соотношение. Мезомеханический подход позволяет учесть структурные изменения и вместе с гистологическими исследованиями дает возможность более корректного построения определяющего соотношения.

Гистологические исследования [9] показывают, что во внутренних слоях кожи волокна коллагена, воспринимающие нагрузку, упорядочены, но имеют волнообразное расположение. В близких к поверхности слоях волокна коллагена расположены хаотично. При деформировании происходит выпрямление волокон коллагена во внутренних слоях и упорядочивание волокон в слоях, которые расположены ближе к поверхности. Эти эффекты обеспечивают «задержку» деформации и вызывают эффект ползучести материала. При дальнейшем нагружении все волокна упорядочиваются и воспринимают нагрузку, что ограничивает ползучесть. При фиксировании деформации эффект переориентации коллагеновых волокон обуславливает релаксацию напряжений, но так как коллагеновые волокна во внутренних слоях кожи натягиваются, то полной релаксации напряжений быть не должно.

Описанные явления (ограниченная ползучесть и неполная релаксация напряжений) описываются моделью Кельвина [9] (рис. 1), где упругий элемент с модулем упругости E_1 характеризует поведение волокон коллагена во внутренних слоях кожи, комбинация упругого и вязкого элементов с параметрами E_2 соответственно характеризует слой кожи, в котором имеет место переориентация волокон коллагена.

Связь между напряжениями и деформациями имеет вид

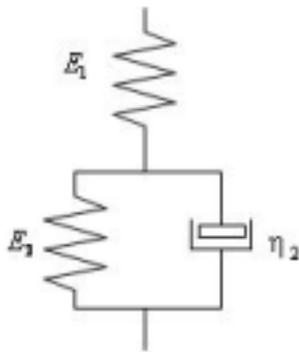


Рис. 1. Модель Кельвина

$$\lambda \sigma = E (\dot{\varepsilon} + \mu \varepsilon), \quad E = E_1, \quad \lambda = \frac{E_1 + E_2}{3\eta_2}, \quad \mu = \frac{E_2}{3\eta_2}, \quad (1)$$

где E — мгновенный модуль упругости, $\frac{1}{\lambda} < \frac{1}{\mu}$ характеризует

время запаздывания системы на изменение нагрузки и деформации. Величина $\frac{E\mu}{\lambda}$ называется длительным модулем упругости E^* . При длительном нагружении, когда скоростями можно пренебречь, связь между напряжениями и деформациями будет выражаться через длительный модуль упругости.

Подстановка в уравнение (1) вместо σ и ε девиаторных компонент напряжения и деформации дает трехмерное обобщение в предположении о линеаризованных геометрических соотношениях [10]

$$\dot{\tilde{s}} + \lambda \tilde{s} = E (\dot{\xi} + \mu \tilde{\varepsilon}). \quad (2)$$

Девиатор напряжений представлен в виде разности тензора напряжений и шарового тензора напряжений

$$\tilde{s} = \tilde{\sigma} - \sigma_m \tilde{g}. \quad (3)$$

Девиатор скорости напряжений представлен в виде

$$\dot{\tilde{s}} = \dot{\tilde{\sigma}} - \dot{\sigma}_m \tilde{g}. \quad (4)$$

Таким же образом запишем девиатор деформации и девиатор деформации скорости

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon} - \varepsilon_m \tilde{g}, \quad \tilde{\xi}_D = \tilde{\xi} - \dot{\varepsilon}_m \tilde{g}. \quad (5)$$

Относительное изменение объема ε и среднее напряжение σ связаны уравнением

$$\sigma_m = K \varepsilon_m. \quad (6)$$



Запишем уравнение (2) с учетом (3), (4), (5) и (6)

$$\dot{\sigma} + \lambda \tilde{\sigma} - (\dot{\sigma}_m + \lambda \sigma_m) \tilde{g} = E \left(\tilde{\xi} + \mu \tilde{\varepsilon} \right) - \frac{E}{K} (\dot{\sigma}_m + \mu \sigma_m) \tilde{g}, \quad (7)$$

где E , K , λ и μ — коэффициенты модели.

2. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ СЛУЧАЯ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЙ КОЖИ

В качестве исходных гипотез при формулировке уравнений состояния для деформируемого твердого тела приняты стандартные гипотезы сплошности, изотропности, однородности и естественного ненапряженного состояния в отсчетной конфигурации.

Кожу человека в первом приближении можно считать несжимаемым изотропным упругим материалом. В работе [7] было показано, что кожа — материал сжимаемый, меняет свой объем во время экспериментов, однако это изменение незначительно.

При моделировании в рамках теории упругости наиболее распространено задание удельной потенциальной энергии деформации через главные инварианты I_1 , I_2 , I_3 меры деформаций Коши–Грина \tilde{G} в форме двухконстантного потенциала Муни $W(I_1, I_2)$ при наложении условия несжимаемости $I_3 = G/g = 1$:

$$W = \frac{1}{4} \mu [(1 + \beta)(I_1 - 3) + (1 - \beta)(I_2 - 3)]. \quad (8)$$

Упрощенной формой потенциала Муни

$$W = \frac{1}{2} \mu (I_1 - 3) \quad (\beta = 1) \quad (9)$$

является «неогуков» потенциал, иначе называемый потенциалом Трелоара.

В работе [11] было показано, что потенциал (9) обладает удовлетворительной способностью к аппроксимации резиноподобных материалов, как систем, связанных друг с другом длинных молекулярных цепочек, в широкой области изменения упругих постоянных для диапазона умеренно больших деформаций (до 100%) при различных видах однородного напряженно-деформированного состояния. Анализ гистологических данных показал [9], что кожа человека обладает схожей структурой, содержит сети эластических и коллагеновых волокон.

Связь энергетического (приведенного) тензора напряжений \tilde{Q} с обратным тензором меры деформаций Коши–Грина $\tilde{E} = (\tilde{G})^{-1}$ и метрическим тензором начальной конфигурации \tilde{g} (9) можно записать в виде

$$\tilde{Q} = \mu \left(\tilde{g} - \frac{I_1}{3} \tilde{E} \right) + p \tilde{E}, \quad (10)$$

где μ — упругая постоянная, являющаяся модулем сдвига при малых деформациях; p — неопределенный множитель Лагранжа, имеющий смысл среднего физического напряжения.

В качестве второго приближения для описания наблюдаемых релаксационных эффектов предлагается использовать вязкоупругую модель несжимаемого материала при умеренных больших деформациях [11], которая получена путем формального обобщения модели (10) заменой упругой постоянной μ интегральным оператором наследственной теории вязкоупругости:

$$\mu^* l(t) = \int_0^t R(t - \tau) dl(\tau) = \mu_0 \left[l(t) - \int_0^t \Gamma(t - \tau) l(\tau) d\tau \right], \quad (11)$$

где $R(t)$, $\Gamma(t)$, μ_0 — функции релаксации, скорости релаксации и мгновенный модуль.

В результате имеем вязкоупругий аналог «неогукова тела»

$$\tilde{Q} = \mu^* \left(\tilde{g} - \frac{I_1}{3} \tilde{E} \right) + p \tilde{E}. \quad (12)$$

Определяющее уравнение (12) обладает инвариантностью к геометрическому преобразованию систем координат во времени благодаря использованию тензорных величин, определенных в базе отсчетной конфигурации, а используемые операторы наследственной теории вязкоупругости инвариантны к изменениям масштаба времени и начала его отсчета.

Для дальнейшего использования соотношения (12) необходимо идентифицировать интегральный оператор μ^* на основе полученных экспериментальных данных. Процедура идентификации представлена в работе [11].



3. ЭКСПЕРИМЕНТ

Для исследования брали кожу с внутренней поверхности бедра ампутированных конечностей ног. Хранение и транспортировка кожи осуществлялись в физиологическом растворе при пониженной температуре. Хранение кожи в физиологическом растворе осуществлялось для продления «жизни» кожи, поскольку раствор подпитывает кожу и препятствует процессам отмирания и разложения. Перед экспериментом лоскуты вынимались из раствора, нагревались до комнатной температуры и после этого проводились испытания. С момента забора ткани до проведения эксперимента проходило не более суток.

Для создания одинаковых условий исследования из лоскутов кожи, предварительно освобожденных от подкожно-жировой клетчатки, при помощи вырубного ножа (рис. 2) вырезали образцы с общей длиной 75 мм и шириной рабочей части 7 мм. После измерения толщины и нанесения рисок на рабочей части образец закреплялся в захватах и испытывался на настольном релаксметре осевого растяжения (рис. 3), созданного на базе прибора для определения кольцевого модуля резины. Последовательность процедур при испытаниях изложены в работе [11].

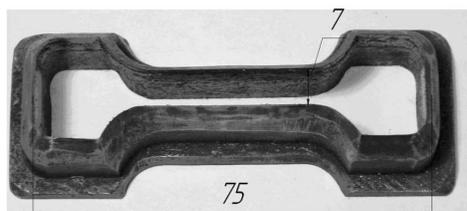


Рис. 2. Вырубной нож

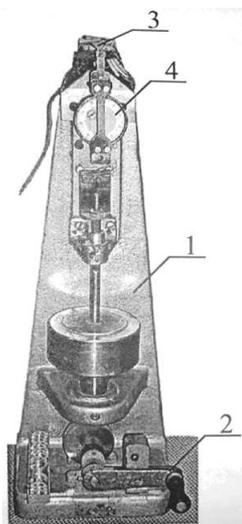


Рис. 3. Релаксметр осевого растяжения; 1 — станина; 2 — нагружающее устройство; 3 — силоизмерительная балка равного сопротивления изгибу; 4 — индикатор часового типа с ценой деления 1 или 10 мкм

С использованием предложенной методики были определены параметры модели Кельвина и вязкоупругого «неогукова тела». Полученные результаты приведены в таблице 1 и 2.

Таблица 1
Экспериментальные значения для модели Кельвина

Возраст, годы	Пол	λ, c^{-1}	μ, c^{-1}	$E, \text{МПа}$	$K, \text{МПа}$	Место
49	Муж.	0,395	0,041	48,53	1,95	Живот
52	Жен.	0,41	0,041	43,21	1,64	Бедро
61	Жен.	0,42	0,041	41,79	1,48	Бедро
65	Жен.	0,40	0,043	41,42	1,87	Бедро
70	Муж.	0,40	0,042	42,12	1,56	Бедро
73	Жен.	0,43	0,043	39,7	1,5	Бедро
78	Муж.	0,43	0,041	40,1	1,65	Бедро
85	Жен.	0,43	0,043	37,84	1,86	Бедро

Таблица 2
Экспериментальные значения параметров модели «неогукова тела»

Объект	α	β, c^{-m}	m	$A, c^{-\alpha}$	$\mu_0, \text{МПа}$
Жен. 52 года	0,0189	0,5	0,0292	0,0202	26,29
Муж. 49 лет	0,157	0,32	0,25	0,0197	30,63
Жен. 65 лет	0,0176	0,43	0,032	0,02	28,47

ВЫВОДЫ

В работе предложены определяющие соотношения кожи человека для случая малых и больших деформаций и определены их параметры соотношений на основе экспериментов по одноосному растяжению образца.

Из полученных экспериментальных результатов видно, что кожа имеет различные механические свойства с возрастом. Это подтверждается и другими исследованиями [12].

Полученные результаты могут быть использованы для расчета напряженно-деформированного состояния кожи при пластических и реконструктивных операциях.

Библиографический список

1. Cox H.T. The cleavage lines of the skin // The British J. of Surgery. 1941–1942. V. 29. P. 234–240.
2. Langer K. On the anatomy and physiology of the skin // British J. of Plastic Surgery. 1978. V. 31. P. 3–8, 93–106, 185–199, 273–278.
3. Escoffier C., Rigal J., Rochefort A., Vasselet R. Age-



related mechanical properties of human skin: an in vivo study // J. Investigative Dermatology. 1989. V. 93, № 3. P. 353–357.

4. *Reihsner R., Balogh B., Menzel E.J.* Two-dimensional elastic properties of human skin in terms of an incremental model at the in vivo configuration // J. Med. Eng. Phys. 1995. V. 17, No. 4. P. 304–313.

5. *Danielson D.A.* Human skin as an elastic membrane // J. Biomechanics. 1973. V. 6. P. 539–546.

6. *Tong P., Fung Y.C.* The stress-strain relationship for the skin // J. Biomechanics. 1976. V. 9. P. 649–657.

7. *Veronda D.R., Westmann R.A.* Mechanical characterization of skin-finite deformations // J. Biomechanics. 1970. V. 3. P. 111–124.

8. *Федоров А.Е., Лохов В.А.* О применении теории вяз-

коупругости в эстетической хирургии // Рос. журн. биомеханики. 2003. Т. 7, № 4. С. 32–43.

9. *Федоров А.Е., Самарцев В.А., Кириллова Т.А.* О механических свойствах человека // Рос. журн. биомеханики. 2006. Т. 10, № 2. С. 29–42.

10. *Циглер Ф.* Механика твердых тел и жидкостей. Ижевск; М.: РХД, 2002.

11. *Адамов А.А., Матвеев В.П., Труфанов Н.А., Шардаков И.Н.* Методы прикладной вязкоупругости. Екатеринбург: УрО РАН, 2003.

12. *Селезнев С.А., Шульпина В.В.* Механические свойства кожи передней поверхности туловища человека // Биомеханика кровообращения, дыхания и биологических тканей. Рига: Зинатне, 1981. С. 268–271.

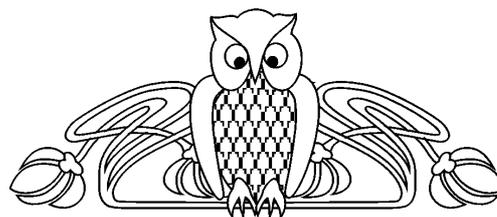
УДК 681.5.017

ОЦЕНКА СТРУКТУРЫ И ПАРАМЕТРОВ НАБЛЮДАТЕЛЬНОЙ СЕТИ МОНИТОРИНГА ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРНОГО ВОЗДУХА

В.О. Черванев

Уральский государственный горный университет,
кафедра информатики
E-mail: victor_ua@pochta.ru

Приводится методика оценки существующей структуры и параметров наблюдательной сети на основе результатов имитационного моделирования, проведенного с использованием диффузионной математической модели переноса примеси с учетом введенных ограничений.



**Estimation of Structure and Parameters of the Atmospheric Air
Pollution Monitoring Observant Network**

V.O. Chervanev

The estimation procedure of existing structure and parameters of the observant network on basis of results of the imitating model with use of diffusion mathematical model of impurity carrying in view of restrictions is given.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ СУЩЕСТВУЮЩЕЙ СТРУКТУРЫ И ПАРАМЕТРОВ НАБЛЮДАТЕЛЬНОЙ СЕТИ

Задача оценки существующей структуры и параметров наблюдательной сети формулируется следующим образом.

Известна структура и параметры источников загрязнения $M(G_i)$, т.е. пространственное расположение и параметры стационарных источников загрязнения (высота труб, объемы выбросов и концентрация в них загрязняющих веществ). Кроме того, известны: значения предельно-допустимых выбросов (ПДВ), существующая структура и параметры наблюдательной сети $H(G_i)$, в том числе типы наблюдательных постов, их пространственное расположение, перечень контролируемых параметров, интервалы дискретности наблюдения, погрешности наблюдения, а также метеоусловия (скорость и направление ветра, величина атмосферного давления, влажность воздуха).

Известно, что вероятность экологически обусловленных заболеваний зависит от частоты, уровня и продолжительности превышения предельно-допустимой концентрации (ПДК); тогда качество мониторинга определяется потерями от пропусков обнаружения превышений ПДК.

Вероятность пропуска событий может быть найдена путем имитационного моделирования (ИМ). ИМ заключается в генерации выбросов загрязняющих веществ конкретными источниками; расчете концентраций загрязняющих веществ в атмосферном воздухе с учетом динамики их распространения при известных метеоусловиях и сопоставлении рассчитанных концентраций с допустимыми нормами в точках расположения наблюдательных постов.

Использование полученных результатов ИМ позволяет решить тактическую и стратегическую задачи, связанные с мониторингом загрязнения атмосферного воздуха. Тактическая задача заключается в оценке (при существующей структуре и параметрах наблюдательной сети) качества мониторинга загрязнения атмосферного воздуха по вероятности обнаружения выбросов от стационарных источников загрязнения, превышающих ПДВ. Низкая эффективность обнаружения выбросов от источников загрязнения при существующей структуре и параметрах наблюдательной сети является предпосылкой решения стратегической задачи. Стратегическая задача заключается в обосновании структуры